

М. П. Черкасова

СБОРНИК ЗАДАЧ

ПО ЧИСЛЕННЫМ
МЕТОДАМ

Издательство

«Высшая

школа»

М. П. Черкасова

СБОРНИК ЗАДАЧ

ПО ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДАМ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования БССР в качестве учебного пособия для студентов физико-математических специальностей университетов и специальности «Математические и счетно-решающие приборы и устройства» втузов



Издательство „Вышэйшая школа“
Минск 1967

Под редакцией
канд. физ.-мат. наук,
доц. И. К. Даугавета

Черкасова М. П.

Ч48 Сборник задач по численным методам. Под
ред. И. К. Даугавета. Минск, «Вышэйш. шко-
ла», 1967.

298 стр. с илл.

Учебное пособие для физико-математических специальностей университетов и специальности «Математические и счетно-решающие приборы и устройства» втузов.

В сборнике приведено более 3000 задач по следующим разделам: нелинейные уравнения и системы; задачи линейной алгебры; обыкновенные дифференциальные уравнения; автокод «Инженер» для машины «Минск-2».

518

2-2-4
27-67

От автора

Этот сборник задач является естественным продолжением «Сборника задач по методам вычислений и элементам программирования». В него вошли четыре раздела: нелинейные уравнения и системы; задачи линейной алгебры; обыкновенные дифференциальные уравнения; автокод «Инженер» для машины «Минск-2». В ближайшем будущем выйдет продолжение данной работы — «Сборник задач по приближенным методам решения дифференциальных уравнений в частных производных и интегральных уравнений».

В начале каждого параграфа данного сборника, за исключением главы IV, приводятся краткие справки о методах, которые рекомендуются для решения задач. Причем иногда рассматриваются лишь частные случаи метода.

При решении задач первых трех глав можно использовать настольные и электронные вычислительные машины. Задачи четвертой главы могут быть практически решены лишь на электронных вычислительных машинах «Минск-2» или «Минск-22».

При написании главы IV автор опирался на результаты работы коллектива, возглавляемого Г. К. Столяровым, разработавшего автокод «Инженер» для машины «Минск-2».

В сборник вошло некоторое количество задач, используемых для проведения математических практикумов кафедрами вычислительной математики Ленинградского и Белорусского университетов. Кроме того, незначительное количество задач взято из учебников, названия которых приведены в списках используемой литературы

Автор приносит глубокую благодарность академику АН БССР В. И. Крылову, доктору физико-математических наук М. К. Гавурину, кандидатам физико-математических наук Л. А. Оганесяну и Н. П. Кеде за ряд ценных замечаний общего характера. За тщательное редактирование рукописи автор искренне благодарит доцента И. К. Даугавета. Автор также приносит благодарность сотрудникам Белорусского государственного университета Л. Н. Тясто и Г. Н. Беляевой за помощь при подготовке рукописи к печати.

Автор будет признателен всем читателям, которые пришлют свои замечания. Замечания и предложения посылать по адресу: г. Минск, ул. Кирова, 24, издательство «Вышэйшая школа».

Глава I

Приближенное решение нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений

Пусть дано уравнение вида

$$f(x) = 0, \quad (a)$$

где алгебраическая или трансцендентная функция $f(x)$ определена и непрерывна на некотором конечном или бесконечном интервале.

Трансцендентное уравнение может иметь как конечное, так и бесконечное число корней (действительных или комплексных); алгебраическое уравнение степени m имеет m корней (действительных или комплексных).

При нахождении корней уравнения (a) часто необходимо предварительно их отделить, т. е. отыскать для каждого из корней достаточно малую область, содержащую только его, затем уточнить найденные приближенные корни до заданной степени точности.

Если на одном из отрезков $[x^* - A, x^*]$, $[x^*, x^* + A]$ функция $f(x)$ меняет знак, то x^* есть приближение к корню уравнения $f(x) = 0$, найденное с точностью A . Для оценки погрешности x^* можно также воспользоваться формулой [2]

$$|x^* - \alpha| \leq \frac{|f(x^*)|}{M},$$

где α — точный корень уравнения (a), причем α и x^* находятся на одном и том же отрезке $[a, b]$ и $|f'(x)| \geq M > 0$ при $a \leq x \leq b$. Если функция $f(x)$ сложная, то оценить $|f'(x)|$ трудно. Поэтому, найдя достаточно малый отрезок $[a, b]$, содержащий x^* и α , считают, что

$$|x^* - \alpha| \leq b - a.$$

В частности, последовательные приближения x_n , получаемые по комбинированному методу (3) и методу итерации (4) (при $\varphi'(x) < 0$), располагаются поочередно с разных сторон от α и образуют последовательность вложенных промежутков. В этом случае о достигнутой точности x_n можно судить по двум последовательным приближениям корня, т. е.

$$|x_n - \alpha| \leq |x_n - x_{n-1}|.$$

Для оценки погрешности приближенного комплексного корня z^* можно пользоваться следующей формулой [2]:

$$|z^* - \xi| \leq \frac{|f(z^*)|}{M},$$

где $|f'(z)| \geq M > 0$ при $z \in U$ ($z^*, \xi \in U$), U — выпуклое множество точек комплексной плоскости.

Приведем расчетные формулы некоторых методов решения уравнения $f(x) = 0$.

§ 1. Итерационные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнений

1. Метод секущих

$$x_n = \frac{x_0 f(x_{n-1}) - x_{n-1} f(x_0)}{f(x_{n-1}) - f(x_0)} \quad (n = 2, 3, \dots).$$

В качестве x_0 берется точка в окрестности $x = \alpha$ такая, что $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$. В качестве x_1 может быть взята любая точка, достаточно близкая к α , в которой $f(x)$ имеет знак, противоположный знаку $f(x_0)$.

2. Метод Ньютона

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Начальное приближение x_0 выбирается из окрестности $x = \alpha$. Данный метод может применяться для нахождения не только действительных корней, но и комплексных. В этом случае в качестве x_0 нужно взять комплексное число.

3. Комбинированный метод

$$x_{2n} = x_{2n-2} - \frac{f(x_{2n-2})}{f'(x_{2n-2})},$$

$$x_{2n+1} = \frac{x_{2n-2} f(x_{2n-1}) - x_{2n-1} f(x_{2n-2})}{f(x_{2n-1}) - f(x_{2n-2})} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Значения x_0 и x_1 определяются по формулам:

$$x_0 = a - \frac{f(a)}{f'(a)}, \quad x_1 = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)},$$

причем a такая точка из окрестности $x = \alpha$, в которой $f(a) f''(a) > 0$; а точка b такая, что $f(b)$ имеет знак, противоположный знаку $f(a)$.

4. Метод итерации

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Функция $\varphi(x)$ получается как результат приведения уравнения $f(x) = 0$ к виду $x = \varphi(x)$. Для сходимости итерационного процесса существенно, чтобы в окрестности $x = \alpha$ выполнялось неравенство $|\varphi'(x)| < 1$. В качестве x_0 выбирается значение, близкое к α .

5. Метод Хичкока выделения квадратного множителя

Многочлен с действительными коэффициентами

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

может быть представлен в виде произведения многочленов не выше второй степени тоже с действительными коэффициентами.

Поэтому задача отыскания корней уравнения

$$f(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

может быть сведена к решению уравнений первой и второй степени.

Метод Хичкока выделения квадратного множителя

$$g(x) = x^2 + px + q$$

многочлена $f(x)$ состоит в следующем.

Имея k -е приближение $p^{(k)}, q^{(k)}$ коэффициентов p, q трехчлена $g(x)$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) и полагая $p \approx p^{(k)}, q \approx q^{(k)}$, выполняют двукратное деление $f(x)$ на $g(x) = x^2 + px + q$:

$$f(x) \equiv (x^2 + px + q) L(x) + xP(p, q) + Q(p, q),$$

$$L(x) \equiv (x^2 + px + q) L_1(x) + xR(p, q) + S(p, q).$$

Зная $P(p, q), Q(p, q), R(p, q), S(p, q)$, находят $P'_p(p, q) = pR(p, q) - S(p, q), P'_q(p, q) = -R(p, q), Q'_p(p, q) = qR(p, q), Q'_q(p, q) = -S(p, q)$.

Далее, решив систему

$$\begin{cases} P'_p(p, q) \Delta p^{(k)} + P'_q(p, q) \Delta q^{(k)} = -P(p, q), \\ Q'_p(p, q) \Delta p^{(k)} + Q'_q(p, q) \Delta q^{(k)} = -Q(p, q), \end{cases}$$

определяют поправки $\Delta p^{(k)}$ и $\Delta q^{(k)}$ и следующее приближение $p^{(k+1)}, q^{(k+1)}$

$$p^{(k+1)} = p^{(k)} + \Delta p^{(k)}, q^{(k+1)} = q^{(k)} + \Delta q^{(k)}.$$

Таким образом, коэффициенты искомого делителя могут быть найдены с любой заданной точностью, если начальные приближения $p^{(0)}, q^{(0)}$ выбраны достаточно хорошо.

Выделив один множитель многочлена, приступают к выделению следующего.

З а м е ч а н и е. К числу специальных методов, предназначенных для решения алгебраических уравнений, относится и широко известный метод Лобачевского, который подробно описан в [1, 2, 3].

Графически отделить указанные корни уравнений:

1. $x^2 - \cos \pi x = 0, x > 0.$
2. $x - \cos^2 \pi x = 0.$ Все корни.
3. $(x - 1)^2 - \frac{1}{2} e^x = 0.$ То же.
4. $(x - 1)^2 - e^{-x} = 0, x > 0.$
5. $e^{-x} - 2 + x^2 = 0.$ То же.
6. $2\sqrt{x} - \cos \frac{\pi x}{2} = 0.$ Все корни.
7. $\sqrt{x+1} - \frac{1}{x} = 0.$ То же.
8. $\sqrt{x} - 2 \cos \frac{\pi x}{2} = 0.$ Первый положительный корень.
9. $3x - \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = 0.$ То же.
10. $x^3 - \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3} = 0.$ То же.
11. $x^2 - \cos^2 \pi x = 0, x > 0.$
12. $x^2 - \sin \pi x = 0.$ Все корни.

Найти с точностью 10^{-5} все корни уравнений, пользуясь либо методом секущих (1), либо методом Ньютона (2), либо комбинированным методом (3).

13. $x - \sin x = 0,25.$
14. $x^2 - 20 \sin x = 0.$
15. $x^2 - \sin 5x = 0.$
16. $1,8x^2 - \sin 10x = 0.$
17. $x^2 - \sin \pi x = 0.$
18. $x - \cos x = 0.$
19. $x^2 - \cos \pi x = 0.$
20. $x - \cos^2 \pi x = 0.$
21. $x^2 - \cos^2 \pi x = 0.$
22. $2\sqrt{x} - \cos \frac{\pi}{2} x = 0.$
23. $\sqrt{x} - 2 \cos \frac{\pi}{2} x = 0.$

$$24. \sqrt{x} - \cos(0,387x) = 0.$$

$$25. x - 3 \cos^2(1,04x) = 0.$$

$$26. x - \cos\left(\frac{0,7854 - x\sqrt{1+x^2}}{1+2x^2}\right) = 0.$$

$$27. 2,2x - 2^x = 0.$$

$$28. 2^x - 2x^2 - 1 = 0.$$

$$29. 2^{x-1} + 4^{x-2} - 8^{x-2} - 0,2x = 0.$$

$$30. 2^x - 4x = 0.$$

$$31. x^x + 2x = 6.$$

$$32. 2 \ln x - \frac{1}{x} = 0.$$

$$33. 2 \lg x - \frac{x}{2} + 1 = 0.$$

$$34. \lg x - \frac{1}{x^2} = 0.$$

$$35. \lg x - \frac{7}{2x+6} = 0.$$

$$36. x \lg x - 1,2 = 0.$$

$$37. \lg(3x - 1) + e^{2x-1} = 0.$$

$$38. e^{-x} + x^2 - 2 = 0.$$

$$39. e^{-x} - (x - 1)^2 = 0.$$

$$40. e^x + x^2 - 2 = 0.$$

$$41. e^x - 2(x - 1)^2 = 0.$$

$$42. 2 - xe^x = 0.$$

$$43. x - a^x = 0, a = 0,5(0,1)1,4.$$

$$44. xe^{-x} - e^{-a-1} = 0, a = 1(0,1)3,4.$$

Найти с точностью 10^{-5} указанные корни уравнений, пользуясь либо методом секущих (1), либо методом Ньютона (2), либо комбинированным методом (3).

$$45. x^2 - \cos x = 0, x < 0.$$

$$46. \frac{1}{x} - \pi \cos \pi x = 0. \text{ Наименьший положительный корень.}$$

$$47. \sin x - 0,6x \cos x = 1. \text{ Два первых положительных корня.}$$

$$48. \sin x - \cos^2 x + 0,25 = 0. \text{ То же.}$$

$$49. \sec x - x^2 - 1 = 0. \text{ Наименьший положительный корень.}$$

$$50. x - e^{\pi \operatorname{ctg} x} = 0. \text{ То же.}$$

$$51. \operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0. \text{ То же.}$$

52. $\operatorname{ctg} x + \frac{x}{1-x^2} = 0$. То же.
53. $x^2 - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} x = 0$. То же.
54. $\operatorname{tg} x - x = 0$. То же.
55. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x - x - 3 = 0$. Наибольший отрицательный и наименьший положительный корни.
56. $3x - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x = 0$. Наименьший положительный корень.
57. $6x - 5 \operatorname{sh} x = 0$, $x < 0$.
58. $\operatorname{tg} x + \operatorname{th} x = 0$. Наименьший положительный корень.
59. $x \operatorname{sh} \frac{10}{x} - 15 = 0$, $x > 0$.
60. $\operatorname{ch} x \cdot \cos x = 1$. Наименьший положительный корень.
61. $\operatorname{ch} x \cdot \cos x = -1$. То же.
62. $1 + x - e^{\frac{3}{4}x} = 0$, $x \neq 0$.
63. $3x - e^x = 0$. Наибольший положительный корень.
64. $e^x + e^{-3x} - 4 = 0$, $x < 0$.
65. $2x - \lg x - 7 = 0$. Наибольший положительный корень.
66. $5x - 8 \ln x - 8 = 0$. Наименьший положительный корень.
67. $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{a} x = 0$, $a = 1(1) 25$. То же.
68. $1 - x^{-a} + (1 - x)^{-a} = 0$, $a = 0,5(0,1) 2,8$. То же.
69. $x^{4n} + 4nx^{2n} - 1 = 0$, $n = 1(1) 4$, $x > 0$.
70. $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{\pi} \ln a = 0$, $a = 1,5(0,05) 2,7$. Наименьший положительный корень.
71. $\operatorname{tg} x + \frac{ax}{x^2 - a} = 0$, $a = 1(0,1) 1,9$; $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
72. $\operatorname{tg}(ax + b) = x^2$, $x \in (0; 1,5)$.

Таблица значений a и b

b	a					
0,1	0,58	0,56	0,55	0,53	0,52	0,50
0,2	0,56	0,52	0,50	0,47	0,46	0,44
0,3	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,37
0,4	0,40	0,38	0,36	0,33	0,31	0,30

Найти все корни уравнений методом итерации (4) с точностью 10^{-5} .

$$73. \ln x + (x + 1)^3 = 0.$$

$$81. x + \lg x = 0,5.$$

$$74. x \cdot 2^x = 1.$$

$$82. x \lg x = -0,125.$$

$$75. \sqrt{x+1} = \frac{1}{x}.$$

$$83. x \ln x = 100.$$

$$76. x - \cos x = 0.$$

$$84. 2 - x = \ln x.$$

$$77. 3x - \cos x - 1 = 0.$$

$$85. (x-1)^2 - \frac{1}{2}e^x = 0.$$

$$78. 2\sqrt{x} = \cos \frac{\pi x}{2}.$$

$$86. 2 - xe^x = 0.$$

$$79. x - \sin x = 0,25.$$

$$87. (4 + x^2)(e^x - e^{-x}) = 18.$$

$$80. x - 0,21 \sin(0,5 + x) = 0.$$

Найти с точностью 10^{-5} указанные корни уравнений по методу итерации (4).

$$88. x^3 - x - 1 = 0, x \in (1,3; 1,4).$$

$$89. x^3 + x - 1000 = 0. \text{ Наибольший положительный корень.}$$

$$90. x^3 - 4x^2 + 10x - 10 = 0, x \in (1,5; 1,7).$$

$$91. 2,2x - 2^x = 0. \text{ Наименьший корень.}$$

$$92. x^2 + 4 \sin x = 0, x \neq 0.$$

$$93. x^2 - \cos x = 0, x > 0.$$

$$94. x \operatorname{tg} x = 1,28. \text{ Наименьший положительный корень.}$$

$$95. 6x - 5 \operatorname{sh} x = 0, x > 0.$$

$$96. 3 \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x - 9 = 0. \text{ То же.}$$

$$97. 2x - \lg x = 7. \text{ Наибольший положительный корень.}$$

$$98. 5x - 8 \ln x = 8. \text{ То же.}$$

$$99. 3x - e^x = 0. \text{ Наименьший положительный корень.}$$

$$100. e^{-x} - 2 + x^2 = 0, x > 0.$$

$$101. (x-1)^2 - e^{-x} = 0, x \neq 0.$$

$$102. e^x + e^{-3x} = 4, x > 0.$$

$$103. x + e^x + e^{-3x} - 4 = 0. \text{ То же.}$$

Найти корни уравнения

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

методом Лобачевского с последующим уточнением по методу Ньютона (2) с относительной погрешностью 10^{-6} . Коэффициенты a, b, c приведены в таблице.

Таблица коэффициентов a, b, c

№ задач	a	b	c
104	—14,4621	60,6959	—70,9238
105	—10,2374	—91,2105	492,560
106	—19,7997	28,9378	562,833
107	—5,57496	—193,022	—633,105
108	23,7997	44,9378	—703,378
109	9,57496	—243,672	773,651
110	20,2374	—131,210	—843,923
111	38,4621	364,594	914,196
112	—13,3667	39,8645	—20,6282
113	2,65804	—28,0640	21,9032
114	—6,49510	—31,2543	23,1782
115	9,92960	17,8390	—24,4532
116	6,09510	—35,3942	—25,7283
117	—10,3296	20,3641	27,0033
118	—1,65804	—34,3767	—28,2783
119	14,7667	54,3542	29,5533
120	—14,9667	56,4241	—30,8283
121	—5,09510	—45,7440	32,1033
122	—12,9621	50,7295	—57,8098
123	—4,49967	—24,4975	59,5583
124	9,31268	7,47465	—61,3069

Найти корни уравнения

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

методом Лобачевского с четырьмя верными цифрами. Найденные корни уточнить по методу Ньютона (2) до шести верных цифр. Коэффициенты a, b, c, d, e приведены в таблице.

Таблица коэффициентов a, b, c, d, e

№ задач	a	b	c	d	e
125	7,5046	11,0866	3,8239	0,4420	—0,4797
126	10,0128	26,6918	23,3954	20,1112	7,1068
127	4,0716	12,7356	8,7042	10,8110	—18,8742
128	0,1357	1,3038	1,3773	—2,8696	20,6448

Продолжение

№ задач	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
129	2,9127	1,4726	12,5882	27,4317	12,6488
130	1,0098	4,5603	10,9752	3,0800	—10,2935
131	0,6786	2,7432	—10,3531	35,3539	100,6647
132	0,1254	—0,0027	—4,7285	—25,0263	—33,0434
133	8,9958	—15,6291	7,0606	—1,4688	0,3111
134	8,7354	0,1021	—4,3251	—3,6443	—0,6985
135	3,2004	—0,7934	—16,3394	—26,4327	—11,8793
136	1,7125	—3,4192	—10,0420	—16,6985	28,1418
137	0,1224	—0,1741	—8,0008	—29,0426	—42,4941
138	0,0253	—0,5224	2,9153	—7,4376	15,1869
139	0,3649	3,8105	9,4893	9,0549	—88,0308
140	9,4481	5,0141	—4,3670	—0,2807	—0,3477
141	9,2214	—8,9079	7,7486	—1,3684	—0,9893
142	2,4605	15,5686	35,5695	39,0466	14,8393
143	2,9651	4,8376	—16,4157	41,1832	—33,1773
144	0,2247	3,6517	16,8013	33,7320	63,8746
145	10,2543	—5,8976	—3,9975	0,4890	—0,3519
146	5,5969	—39,2424	76,9317	—75,2196	53,9069
147	1,9402	—7,9076	5,3741	—11,6349	—28,1685
148	0,1445	—0,8262	—5,8774	—13,4301	—63,0958
149	0,7708	0,1560	7,2999	—9,6481	—15,6894
150	0,5652	—4,1834	17,2128	—30,9053	17,2894
151	9,5457	15,4606	7,5485	1,6612	0,3431
152	1,5846	2,5970	—11,5105	7,0066	—14,8092
153	7,2065	—2,8084	11,1603	7,3542	—4,2921
154	2,2704	4,6736	—14,2683	14,4069	33,1344
155	1,5142	1,7629	—12,0626	57,4659	—57,1228
156	0,1073	2,0509	12,3213	35,0630	74,2672
157	0,2397	0,4987	—29,4663	146,1143	—316,7604
158	0,6634	—0,4725	4,2312	17,7903	12,9492
159	0,5069	—1,9084	3,3582	12,4847	—14,1824
160	5,9013	—14,4611	4,1920	1,5088	2,9848
161	1,5604	—16,5042	47,3564	—62,4360	61,4922
162	3,2395	7,6929	3,1983	—5,4840	—2,2204
163	4,8608	0,4207	11,6158	—27,7636	10,7115
164	1,0864	—8,5604	17,3658	1,1890	—46,9558

Продолжение

№ задач	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
165	0,8648	—11,2956	51,6184	—103,7830	72,6754
166	0,1596	—0,8671	—16,0488	—44,1193	—174,2580
167	0,5208	2,8211	3,3012	—14,9702	—15,8556
168	6,7671	2,7746	—16,3020	9,9877	—3,3971
169	3,2129	16,2999	9,1360	—8,1953	24,2977
170	1,5522	3,0668	—29,0177	32,8239	—61,3827
171	8,3486	6,0411	16,8350	18,9312	5,1617
172	2,4582	4,9326	10,5595	3,3620	—5,1516
173	0,4539	1,6457	—1,6669	13,7774	21,5066
174	0,6786	1,7511	—6,9269	43,5545	—58,2978
175	0,1176	1,8851	—1,6427	—28,4306	127,0896
176	0,4879	3,0956	13,2783	26,0996	15,1655
177	9,1260	—7,2930	—17,8207	—6,1219	—4,4187
178	9,1904	—31,4158	34,9350	—25,0912	6,7564
179	0,5858	—0,3803	—13,5386	—27,9452	—23,0287
180	4,7443	12,4447	7,0642	—17,4259	—9,5033
181	2,3331	1,5172	6,4455	—24,6476	12,3891
182	0,1106	—0,8637	1,6530	—1,4697	—9,2106
183	0,2449	—3,7522	19,6856	—45,2855	35,9808
184	0,1224	—3,8778	40,7718	—178,8159	388,9881
185	0,3619	2,5021	0,4707	—5,1729	15,2334
186	0,1972	1,1641	—4,4449	—7,9605	—22,2024
187	3,3369	—0,4442	—2,5872	24,0483	6,6044
188	0,8635	—2,4440	2,3387	5,4038	—3,8564
189	0,2484	2,1115	6,3911	17,5422	18,0486
190	0,6006	0,0681	—16,4096	75,2080	—86,6617
191	0,0806	2,1478	17,5999	64,4501	202,8204
192	9,8892	—5,3727	—1,0537	—1,4451	0,6943
193	7,8387	—20,8815	12,9362	—3,1591	—7,0295
194	0,2632	—1,5478	—5,8590	10,3994	—37,4518
195	1,4014	1,6516	5,3095	—7,0659	—6,2986
196	1,6592	0,9760	6,7519	—29,7247	17,1084
197	0,7371	—2,5705	—6,7880	—62,9515	—108,8661
198	0,1545	—2,5917	15,0014	—38,2283	34,4641
199	0,1029	—0,5810	—17,7223	—80,2035	—388,8245
200	0,1358	—1,8240	9,9088	—37,5808	56,0056

№ задач	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
201	0,4403	—1,3263	0,1958	22,6079	22,5645
202	0,1155	—1,7454	6,5405	—0,1852	—71,0436
203	0,0455	0,2733	—14,7739	97,3584	—395,4034
204	0,2373	0,8973	1,2113	—31,6250	40,6756
205	0,0333	0,5686	1,8581	0,9696	—57,7257
206	0,0741	0,2943	—7,0199	93,3695	—300,0184
207	0,0979	—1,5828	10,2121	—4,5966	—82,0787
208	0,5133	1,8130	5,8727	—18,1846	—25,6619
209	0,1222	1,5317	4,6530	3,5228	—71,3707
210	0,0638	—1,6329	1,4173	89,0564	589,7794
211	0,0287	—0,4350	1,7986	—25,1499	79,2396
212	0,1526	0,4224	6,1438	36,7596	43,8816
213	0,0686	1,1998	7,2357	1,8159	—56,5551
214	0,0637	—1,2036	8,3031	—30,6430	40,5411
215	0,1482	—0,2916	0,6889	10,2143	10,8433
216	0,0231	0,0618	—11,5155	115,7682	—421,2744
217	0,1482	—1,3583	8,8663	—7,3860	—46,3068
218	0,2299	—1,0736	2,1774	70,1089	117,3524
219	0,1034	—0,9995	4,9207	—9,9957	6,3162
220	0,0494	1,6499	15,8935	70,2523	246,8088
221	0,0588	0,2282	0,5214	—2,2962	—3,3282
222	0,0621	0,9654	3,4867	4,3866	—71,3538
223	0,2074	—1,4001	5,6687	28,4368	—59,9872
224	0,0558	—0,8930	—6,2911	49,2607	—271,1385
225	0,2945	—1,5086	3,7762	13,9522	—21,0103
226	0,1067	—2,4968	20,8671	—89,9776	137,1019
227	0,0657	0,7128	4,9757	14,5174	12,5184
228	0,2034	—2,7149	18,9265	—57,6003	53,5869
229	0,1554	—0,9935	5,4431	28,1693	—71,5427
230	0,1365	—2,0951	7,9800	3,9354	—56,5488
231	0,0301	0,4893	—3,3234	—27,6864	—156,8416
232	0,1085	—1,1086	5,7172	—12,7049	8,5358
233	0,2679	—1,2865	8,9964	—9,6751	—40,3189
234	0,0551	0,7235	1,2115	38,5702	136,3638
235	0,0749	0,5485	—0,4292	—21,4071	38,8773
236	0,2256	2,9187	9,3939	4,9872	—93,3012

№ задач	a	b	c	d	e
237	0,0377	-1,3916	16,6331	-83,9940	200,3436
238	0,0513	0,9852	7,0142	27,1607	36,9054
239	0,0287	-0,1156	-8,6341	-71,7148	-294,9705
240	0,2704	1,5782	10,8886	10,5070	-47,0162
241	0,0343	-0,1050	-2,7012	-28,1439	-75,1132
242	0,0671	-1,4562	7,9356	-11,9900	-280,2804

Найти с пятью верными цифрами все корни уравнений:

243. $5x^3 + 2x^2 - 15x - 6 = 0$.

244. $x^3 + x^2 - 10x + 8 = 0$.

245. $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$.

246. $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$.

247. $x^3 - 3x^2 - 3 = 0$.

248. $x^3 - x - 1 = 0$.

249. $x^3 - 7x - 7 = 0$.

250. $x^3 - 8x + 15 = 0$.

251. $x^4 - 6x^3 + 11x^2 + 2x - 28 = 0$.

252. $x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 5 = 0$.

253. $x^4 - 3x^2 + 4x - 1 = 0$.

254. $x^4 + 7,64x^3 + 23,604x^2 + 38,910x + 38,149 = 0$.

255. $1,23x^5 - 2,52x^4 - 16,1x^3 + 17,3x^2 + 29,4x - 1,34 = 0$.

256. $7,5x^5 + 5,44x^3 - 3,24x^2 - 1,85x + 0,2 = 0$.

257. $x^5 + x^4 - x^3 - 0,2x^2 + 3x + 0,5 = 0$.

258. $1,5x^5 - 3x^4 + 7x^3 + 0,5x^2 - 2x - 2 = 0$.

259. $x^5 - 0,27x^4 - 1,93x^3 + 7,27x^2 - 0,37x + 1,01 = 0$.

260. $x^5 + 13x^4 + 27x^3 + 42x^2 - 27x + 19 = 0$.

261. $2x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$.

262. $x^5 + 0,6x^4 + 0,7x^3 + 0,8x^2 + 0,9x + 1 = 0$.

263. $x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5 = 0$.

264. $x^5 + 2,24x^4 - 1,12x^3 - 0,93x^2 + x + 1 = 0$.

265. $x^5 + x^4 + 1,1x^3 - 3x^2 + x + 1,7 = 0$.

266. $x^5 + 7x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 0,5x + 3 = 0$.

267. $x^5 - x^4 + 5x^3 - x^2 + 2x + 2 = 0$.
 268. $x^5 - 7,9x^4 + 24,46x^3 - 37,074x^2 + 27,512x - 8,0042 = 0$.
 269. $x^6 - 2x^5 + 1,7x^4 - 4,72x^3 - 0,86x^2 + 4,62x - 7 = 0$.
 270. $x^6 - 7x^5 + 3x^4 + x^3 - x^2 + 0,5x - 2 = 0$.
 271. $3,26x^6 + 4,2x^4 + 3,08x^3 - 7,16x^2 + 1,92x - 7,76 = 0$.
 272. $x^6 - 6x^5 + 3x^4 + 5x^3 - 6x + 2 = 0$.
 273. $x^6 - 3x^2 + x - 1 = 0$.
 274. $x^6 + 4,2240x^5 + 6,5071x^4 + 7,5013x^3 + 8,4691x^2 +$
 $+ 3,3641x + 1,6252 = 0$.
 275. $x^7 + 0,456x^6 - 0,427x^5 + 0,472x^4 - 0,482x^3 + 0,186x^2 -$
 $- 0,767x + 0,205 = 0$.
 276. $x^7 - 2x^5 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6 = 0$.
 277. $x^7 - 3,5x^6 + 4,8462x^5 - 3,3654x^4 + 1,2238x^3 - 0,2203x^2 +$
 $+ 0,016317x - 0,0002914 = 0$.
 278. $x^7 - x^6 + 8x^5 - 4x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 5x + 1 = 0$.
 279. $x^7 + 0,79x^6 - 0,35x^5 + 0,36x^4 - 3,87x^3 - 1,05x^2 +$
 $+ 0,66x + 1 = 0$.
 280. $x^8 + 5x^7 + 3x^5 - 2x^4 - 7x^3 + 9x - 10 = 0$.
 281. $128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1 = 0$.
 282. $x^8 + 3,42x^7 - 7,06x^6 + 0,34x^5 - 6,43x^4 + 0,98x^3 +$
 $+ 3,49x^2 - 9,88x + 5,55 = 0$.
 283. $x^8 - 5x^7 + 3x^6 + 8x^5 - 35x^4 + 73x^3 - 6x^2 + 23x + 7 = 0$.
 284. $0,679x^8 - 0,137x^7 + 0,098x^6 + 0,543x^5 - 0,586x^4 -$
 $- 0,037x^3 + 0,906x^2 - 0,345x + 0,777 = 0$.
 285. $x^9 + 3x^8 - x^7 + x^6 + 6x^5 - 7x^4 + x^3 + x^2 - x + 2 = 0$.
 286. $x^9 + 34x^8 - 2x^7 + 24x^6 - 76x^5 + 33x^4 - x^3 + 3x^2 +$
 $+ 7x - 33 = 0$.
 287. $512x^{10} - 1280x^8 - 1120x^6 - 400x^4 + 50x^2 - 1 = 0$.
 288. $2048x^{12} - 6144x^{10} + 6912x^8 - 3584x^6 + 840x^4 -$
 $- 72x^2 + 1 = 0$.

§ 2. Решение систем уравнений

6. Метод Ньютона для системы двух уравнений

Систему двух уравнений запишем в виде

$$\begin{cases} F(x, y) = 0, \\ G(x, y) = 0. \end{cases}$$

Вычислительные формулы метода Ньютона для этой системы:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{1}{I(x_n, y_n)} \begin{vmatrix} F(x_n, y_n) & F'_y(x_n, y_n) \\ G(x_n, y_n) & G'_y(x_n, y_n) \end{vmatrix},$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{1}{I(x_n, y_n)} \begin{vmatrix} F'_x(x_n, y_n) & F(x_n, y_n) \\ G'_x(x_n, y_n) & G(x_n, y_n) \end{vmatrix},$$

где

$$I(x, y) = \begin{vmatrix} F'_x(x, y) & F'_y(x, y) \\ G'_x(x, y) & G'_y(x, y) \end{vmatrix} \neq 0 \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

7. Метод итерации для систем

Систему уравнений

$$F_i(x_1, x_2, \dots, x_k) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

запишем в виде

$$x_i = \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_k).$$

Последовательные приближения $x_i^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots$) вычисляются по итерационной формуле

$$x_i^{(n)} = \varphi_i(x_1^{(n-1)}, x_2^{(n-1)}, \dots, x_k^{(n-1)}).$$

Если итерационный процесс сходится, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_i^{(n)} = \alpha_i,$$

то α_i — корни исходной системы.

Решить с помощью метода Ньютона (6) системы двух уравнений. Результаты получить с пятью верными цифрами. Начальное приближение найти графически.

$$289. \begin{cases} \sin(x + y) - ax = k, \\ x^2 + y^2 = 1, \quad x > 0, \quad y > 0; \\ a = 1,1(0,1)1,6, \quad k = -0,2(0,1)0,2. \end{cases}$$

$$290. \begin{cases} \operatorname{tg}(xy + k) = x^2, \\ ax^2 + 2y^2 = 1, \quad x > 0, \quad y > 0; \\ a = 0,5(0,1)1,0, \quad k = 0,0(0,1)0,4. \end{cases}$$

$$291. \begin{cases} e^{xy} = x^2 - y + a, \\ (x + 0,5)^2 + y^2 = k, \quad x > 0, \quad y > 0; \\ a = 1,0(0,1)1,5, \quad k = 0,6(0,1)1,0. \end{cases}$$

$$292. \begin{cases} e^{x^2-1-y} = x^2 + (y+a)^2 - 0,4, \\ x^2 - y^2 = k, \quad x > 0, \quad y > 0; \\ a = 0,0 \quad (0,1) \quad 0,5, \quad k = 0,1 \quad (0,1) \quad 0,5. \end{cases}$$

Решить системы уравнений. Результаты получить с пятью верными цифрами.

$$293. \begin{cases} 2x^2 - xy - 5x + 1 = 0, \\ x + 3 \lg x - y^2 = 0. \end{cases}$$

$$294. \begin{cases} (x-1,2)^2 + (y-0,6)^2 = 1, \\ 4,2x^2 + 8,8y^2 = 1,42. \end{cases}$$

$$295. \begin{cases} x^2y^2 - 3x^3 - 6y^3 + 8 = 0, \\ x^4 - 9y + 2 = 0. \end{cases}$$

$$296. \begin{cases} \sin x - y = 1,32, \\ \cos y - x = -0,85. \end{cases}$$

$$297. \begin{cases} x^7 - 5x^2y^4 + 1510 = 0, \\ y^3 - 3x^4y - 105 = 0. \end{cases}$$

$$298. \begin{cases} 40 [\sin(4\pi x) \sin(2\pi y) - \sin(2\pi x) \sin(4\pi y)] = -30, \\ 40 [\cos(8\pi x) + \cos(8\pi y)] = 10. \end{cases}$$

Найти корни, расположенные в области, ограниченной прямыми:

$$y = 0, \quad y = x, \quad x = 0,5.$$

$$299. \begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 6 = 0, \\ y - x - 1 = 0. \end{cases}$$

$$300. \begin{cases} x = \lg \frac{y}{z} + 1, \\ y = 0,4 + z^2 - 2x^2, \\ z = 2 + \frac{xy}{20}; \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 2,2, \quad z_0 = 2. \end{cases}$$

$$301. \begin{cases} ax^3 - y^2 - 1 = 0, \\ xy^3 - y - 4 = 0, \quad a = 1 \quad (0,5) \quad 7,5. \end{cases}$$

Л и т е р а т у р а

1. И. С. Березин и Н. П. Жидков. Методы вычислений, т. II, гл. VII. М., 1961.

2. Б. П. Демидович и И. А. Марон. Основы вычислительной математики, гл. IV и V. М., 1960.

3. В. Л. Загускин. Справочник по численным методам решения уравнений. М., 1960.

4. Л. З. Румшиский. Вычислительный лабораторный практикум, гл. II. М., 1961.

$$|A - \lambda E| = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^n (\lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - p_2 \lambda^{n-2} - \dots - p_{n-1} \lambda - p_n) = 0. \quad (б)$$

Корни этого уравнения λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) называются собственными значениями матрицы A . Каждому собственному значению λ_i соответствует собственный вектор X_i , являющийся нетривиальным решением системы

$$(A - \lambda_i E) X_i = 0. \quad (в)$$

Таким образом, для вычисления всех собственных векторов требуется решить n систем (в).

Число линейно независимых собственных векторов, принадлежащих одному и тому же собственному значению, не превышает его кратности. Следовательно, если все собственные значения различны, то каждому из них отвечает с точностью до коэффициента пропорциональности один и только один собственный вектор.

Решению систем линейных алгебраических уравнений (а), обращению матриц и нахождению собственных значений и собственных векторов посвящена данная глава.

§ 1. Решение систем линейных уравнений

Неустранимые погрешности вычислений, связанные с округлением промежуточных и окончательных результатов, пропадаемие значащих цифр, приводят к тому, что даже при нахождении решения системы линейных алгебраических уравнений точными методами обычно получают не точное решение, а лишь его приближение.

Точность получаемого решения также существенным образом зависит от степени обусловленности системы. Система считается хорошо обусловленной, если малым изменениям в коэффициентах и свободных членах будут соответствовать незначительные изменения в ее решении.

Критерием обусловленности являются так называемые числа обусловленности. Приведем два из них:

число Тюринга

$$M\text{-число} = n \cdot \max_{ij} |a_{ij}| \max |d_{ij}|,$$

где d_{ij} — элементы обратной матрицы;
число Тодда

$$P\text{-число} = \frac{\max |\lambda_i|}{\min |\lambda_i|},$$

где λ_i — собственные значения матрицы A .

Если числа обусловленности велики, то система плохо обусловлена.

Методы решения систем линейных уравнений в основном разделяются на две группы: 1) точные и 2) итерационные. Точные методы позволяют получить в результате конечного числа арифметических операций искомое решение. Итерационные методы дают возможность получить решение системы с практически любой степенью точности путем сходящихся бесконечных процессов.

Приведем расчетные формулы некоторых методов решения системы (а).

Точные методы

Методы (1) и (2) относятся к методам исключения, позволяющим исходную систему (а) привести к треугольной форме, удобной для непосредственного нахождения неизвестных x_i .

1. Метод Гаусса с выбором главного элемента

Выбирается наибольший по модулю (главный) элемент матрицы коэффициентов A системы (а). Пусть, например, им будет элемент a_{pq} . Строку p , содержащую главный элемент, называют главной строкой.

Далее вычисляются множители

$$m_i = \frac{a_{iq}}{a_{pq}}$$

для всех $i \neq p$.

Затем над расширенной матрицей системы (а) выполняются следующие преобразования: из каждой i -й неглавной строки вычитается главная строка, умноженная на m_i . В результате, отбрасывая главную строку, получим новую матрицу, у которой q -й столбец состоит из нулей. Отбрасывая и его, повторяем над вновь полученной матрицей все операции, выполненные над исходной расширенной матрицей системы. Такие преобразования продолжаем до тех пор, пока не получим матрицу, содержащую одну двучленную строку. Эта матрица также считается главной.

После этого объединяются все главные строки, которые после некоторой перестановки образуют систему с треугольной матрицей коэффициентов, эквивалентную исходной. Этот этап вычислений называется прямым ходом.

Решив полученную систему с треугольной матрицей коэффициентов, найдем значения неизвестных x_i . Этот этап вычислений называется обратным ходом.

З а м е ч а н и е. Этот метод можно использовать для вычисления определителей. Для этого в точности повторяется прямой ход для решения системы (опускаются лишь действия над столбцом свободных членов) и затем берется произведение главных элементов с соответствующим знаком.

2. Компактная схема Гаусса

Этот метод позволяет матрицу коэффициентов A представить в виде произведения двух треугольных матриц B и C

$$A = BC,$$

причем одна из них, например матрица C , будет иметь по диагонали единицы. Исходная же система будет равносильна системе, у которой матрицей коэффициентов будет матрица C .

Приведем расчетные формулы данного метода.

Так как над свободными членами выполняются такие же действия, как и над коэффициентами, то для сокращения записи в отличие от предыдущего через A будем обозначать расширенную матрицу исходной системы, а через C — расширенную матрицу преобразованной системы. Тогда

$$\begin{aligned} b_{ij}^{(2j-1)} &= a_{ij}^{(0)} \cdots \sum_{k=1}^{j-1} b_{ik}^{(2k-1)} c_{kj}^{(2k)} & (i = j, j+1, \dots, n), \\ c_{jm}^{(2j)} &= \frac{a_{jm} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk}^{(2k-1)} c_{km}^{(2k)}}{b_{ji}^{(2j-1)}} & (m = j+1, j+2, \dots, n+1). \end{aligned}$$

Эти формулы следует использовать поочередно. Верхний индекс показывает порядок получения результатов.

Значения неизвестных x_1, x_2, \dots, x_n находятся последовательно из системы уравнений

$$x_i + \sum_{k=i+1}^n c_{ik}^{(2i)} x_k = c_{i, n+1}^{(2i)} \quad (i = n, n-1, \dots, 1).$$

З а м е ч а н и е. Равенство

$$A = BC$$

МОЖНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДЛЯ ОБРАЩЕНИЯ МАТРИЦ.

Если обозначить элементы A^{-1} через d_{ij} , то для их нахождения можно использовать системы:

[illegible]

$$\left\{ \begin{array}{l} j = 2, 3, \dots, n, \\ d_{1j} + \sum_{i=2}^n d_{ij} c_{1i}^{(2)} = 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0, \\ d_{2j} + \sum_{i=3}^n d_{ij} c_{2i}^{(4)} = \phantom{d_{1j}} 0 \quad \dots \quad 0 \\ \vdots \\ d_{n-1,n} + d_{nn} c_{n-1,n}^{(2n-2)} = \phantom{d_{1j}} \end{array} \right.$$

3. Метод квадратного корня

Этот метод используется для решения систем, у которых матрица A симметрична. В этом случае матрицу A можно разложить в произведение двух транспонированных друг другу треугольных матриц

$$A = S'S,$$

где

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ 0 & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_{nn} \end{bmatrix}.$$

Формулы для определения s_{ij} :

$$s_{11} = \sqrt{a_{11}}, \quad s_{1j} = \frac{a_{1j}}{s_{11}},$$

$$s_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{m=1}^{i-1} s_{mi}^2} \quad (i > 1),$$

$$s_{ij} = \frac{a_{ij} - \sum_{m=1}^{i-1} s_{mi} s_{mj}}{s_{ii}} \quad (j > i),$$

$$s_{ii} = 0 \quad (i > j).$$

После того как матрица S найдена, решают систему

$$S' \mathbf{y} = \mathbf{b},$$

а затем находят неизвестные x_1, x_2, \dots, x_n из системы

$$Sx \equiv y.$$

Так как обе системы имеют треугольную форму, то они легко решаются.

4. Метод ортогонализации

Этот метод позволяет посредством ряда преобразований исходную систему свести к системе ортогональных уравнений

$$A^{(n)}x = b^{(n)},$$

у которой строки матрицы коэффициентов удовлетворяют условию

$$\sum_{s=1}^n a_{is}^{(n)} a_{js}^{(n)} = 0 \quad (i \neq j).$$

Преобразования ведутся по формулам:

$$\lambda_{i \ m-1} = \frac{\sum_{k=1}^n a_{ik}^{(m-1)} a_{m-1 \ k}^{(m-1)}}{\sum_{k=1}^n (a_{m-1 \ k}^{(m-1)})^2},$$

$$\begin{aligned} a_{ij}^{(m)} &= a_{ij}^{(m-1)} - \lambda_{i \ m-1} a_{m-1}^{(m-1)} j, \\ b_i^{(m)} &= b_i^{(m-1)} - \lambda_{i \ m-1} b_{m-1}^{(m-1)} j, \end{aligned}$$

где $m = 2, 3, \dots, n$; $i = m, m+1, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$.

После этого неизвестные x_1, x_2, \dots, x_n находятся по формуле

$$x_i = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{a_{it}^{(n)} b_t^{(n)}}{n}}{\sum_{s=1}^n (a_{is}^{(n)})^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Итерационные методы

5. Метод простой итерации

Пусть система линейных уравнений (а) каким-либо образом приведена к виду

[illegible]

или в матричной форме

$$x = Cx + f.$$

Беря в качестве начального приближения произвольный вектор x_0 и подставляя его в правую часть преобразованной системы,

получим некоторый вектор $x_1 = Cx_0 + f$. Поступая аналогичным образом с x_1 , получим x_2 и т. д. Если при $m \rightarrow \infty$ $x_m \rightarrow x$, то вектор x и будет искомым решением исходной системы (а).

Достаточным признаком сходимости итерационного процесса является условие

$$\sum_{j=1}^n |c_{ij}| \leq \mu < 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

6. Метод Зейделя

Метод Зейделя отличается от метода итерации тем, что при вычислении $k+1$ приближения для x_i используются уже вычисленные ранее на данном $k+1$ этапе приближения для x_1, x_2, \dots, x_{i-1} .

Методы обращения матриц

7. Метод дополнения

На основе исходной матрицы A и единичной матрицы E по индукции строится последовательность матриц

$$A^{(0)}, B^{(1)}, A^{(1)}, B^{(2)}, A^{(2)}, \dots, B^{(n)}, A^{(n)},$$

где

$$A^{(0)} = A - E;$$

$$b_{ij}^{(m)} = \begin{cases} a_{ij}^{(m-1)}, & \text{если } i \neq m; \\ \delta_{ij}, & \text{если } i = m; \end{cases}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j; \end{cases}$$

$$a_{ij}^{(m)} = b_{ij}^{(m)} - \frac{b_{im}^{(m)} a_{mj}^{(m-1)}}{1 + a_{mm}^{(m-1)}} \quad (i, j, m = 1, 2, \dots, n).$$

Причем

$$A^{(n)} = A^{-1}.$$

8. Метод итерации

Обратная матрица ищется по итерационной схеме

$$A_{k+1}^{-1} = A_k^{-1} (2E - AA_k^{-1}) \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где A_k^{-1} — k -е приближение обратной матрицы A^{-1} . Этот метод используется в том случае, когда приближенное значение обратной матрицы уже известно (оно принимается за A_0^{-1}) и требуется

найти более точное значение. Метод сходится, если начальное приближение A_0^{-1} не слишком далеко от действительной обратной матрицы.

9. Метод клеток

Этот метод позволяет свести обращение матриц высокого порядка к обращению матриц низшего порядка.

Разобьем матрицу A на четыре матричные клетки:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(r, r) & \alpha_{12}(r, s) \\ \alpha_{21}(s, r) & \alpha_{22}(s, s) \end{bmatrix}.$$

В скобках указываются порядки матриц: $r + s = n$. Обратная матрица A^{-1} ищется также в клеточной форме

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_{11}(r, r) & \beta_{12}(r, s) \\ \beta_{21}(s, r) & \beta_{22}(s, s) \end{bmatrix}.$$

Для нахождения клеток β_{ij} используются следующие матричные уравнения:

$$\beta_{11} = \alpha_{11}^{-1} + xz^{-1}y,$$

$$\beta_{12} = -xz^{-1},$$

$$\beta_{21} = -z^{-1}y,$$

$$\beta_{22} = z^{-1},$$

где

$$x = \alpha_{11}^{-1} \alpha_{12}, \quad y = \alpha_{21} \alpha_{11}^{-1}, \quad z = \alpha_{22} - \alpha_{21} x.$$

Этот метод рекомендуется применять в сочетании с другим методом обращения матриц.

Вычислить определители:

$$1. \begin{vmatrix} 2,37415 & 1,32457 & 2,25358 & 1,35877 & 0,58573 \\ 1,47132 & 2,24315 & 3,53837 & 2,58371 & 1,83921 \\ 4,17354 & 2,12839 & 1,78538 & 0,37859 & 3,24578 \\ 1,37531 & 0,28453 & 2,58389 & 3,57352 & 2,54783 \\ 1,57893 & 4,38921 & 2,55431 & 1,73894 & 3,47579 \end{vmatrix}.$$

$$2. \begin{vmatrix} 0 & 2,1 & 3,2 & 1,2 & 0 \\ 0,8 & 0 & 2,9 & 0 & 1,4 \\ 1,4 & 2,5 & 0 & 3,2 & 2,8 \\ 1,6 & 0 & 1,3 & 0 & 1,1 \\ 0 & 1,8 & 3,8 & 2,2 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$3. \left| \begin{array}{ccccc} 1,3259 & 2,3782 & 0 & 0 & 0 \\ 3,1112 & 4,0232 & 1,9982 & 0 & 0 \\ 0 & 5,0349 & 2,1122 & 6,3213 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0932 & 4,9931 & 5,6632 \\ 0 & 0 & 0 & 6,0144 & 2,6420 \end{array} \right|.$$

$$4. \left| \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 1 & 0,4 & 0,16 & 0,064 & 0,0256 \\ 1 & -3 & 9 & -27 & 81 \\ 1 & 0,5 & 0,25 & 0,125 & 0,0625 \\ 1 & -0,6 & 0,36 & -0,216 & 0,1296 \end{array} \right|.$$

$$5. \left| \begin{array}{cccccc} 0,889 & 0,774 & -0,913 & 0,398 & 0,456 & 0,665 \\ 0,665 & 0,889 & 0,774 & -0,913 & 0,398 & 0,456 \\ 0,456 & 0,665 & 0,889 & 0,774 & -0,913 & 0,398 \\ 0,398 & 0,456 & 0,665 & 0,889 & 0,774 & -0,913 \\ -0,913 & 0,398 & 0,456 & 0,665 & 0,889 & 0,774 \\ 0,774 & -0,913 & 0,398 & 0,456 & 0,665 & 0,889 \end{array} \right|.$$

$$6. \left| \begin{array}{cccccc} 1,324 & -0,998 & 1,112 & 0,456 & 0,695 & 1,325 \\ 0,998 & 0,345 & 1,425 & 0,546 & 1,965 & 1,782 \\ -1,112 & -1,425 & 0,832 & 1,387 & -0,695 & 0,611 \\ -0,456 & -0,546 & -1,387 & 1,327 & 0,874 & 1,883 \\ -0,695 & -1,965 & 0,695 & -0,874 & 0,832 & 1,913 \\ -1,325 & -1,782 & -0,611 & -1,883 & -1,913 & -1,139 \end{array} \right|.$$

$$7. \left| \begin{array}{ccccc} 1,2 & 1,4 & -1,9 & 1,5 & -0,9 & 2,1 \\ 0,8 & 1,3 & 2,6 & -0,9 & 1,5 & 2,3 \\ 0 & 2,4 & 1,5 & 0,6 & 2,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 1,1 & 2,1 & 0,8 & 1,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1,4 & 0,8 & 2,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,7 & 2,1 \end{array} \right|.$$

$$8. \begin{vmatrix} 1,8724 & 1,2451 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,9812 & -0,7812 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5426 & 0,6324 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4326 & -0,7825 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5546 & -0,6254 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3824 & 0,4562 \end{vmatrix}.$$

9.

$$\begin{vmatrix} 0,9345 & 0,5652 & 1,6253 & 0,7341 & 1,8752 & -0,9829 & 0,4565 \\ 0,5652 & 1,4254 & 0,8059 & 1,4091 & -0,5312 & -1,1391 & 1,3445 \\ 1,6253 & 0,8059 & 1,3492 & 1,4356 & 0,6274 & 0,7709 & 1,3214 \\ 0,7341 & 1,4091 & 1,4356 & 0,9661 & -1,7342 & 1,3208 & 0,7613 \\ 1,8752 & -0,5312 & 0,6274 & -1,7342 & 0,7915 & 0,8814 & 1,4707 \\ -0,9829 & -1,1391 & 0,7709 & 1,3208 & 0,8814 & 0,8059 & -1,6253 \\ 0,4565 & 1,3445 & 1,3212 & 0,7613 & 1,4707 & -1,6253 & 0,7915 \end{vmatrix}.$$

$$10. \begin{vmatrix} 0,44 & 1,31 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,35 & -0,86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,34 & 0,21 & 1,13 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,72 & -0,98 & 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,83 & 1,27 & -0,54 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,45 & 0,18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,31 & -0,16 \end{vmatrix}.$$

$$11. \begin{vmatrix} 2,15 & 3,18 & 9,18 & 3,15 & 6,82 & 4,21 & 7,62 \\ 5,64 & 3,24 & 8,21 & 7,61 & 8,32 & 6,15 & 6,24 \\ 8,78 & 9,13 & 5,18 & 6,18 & 7,29 & 8,63 & 3,21 \\ 8,62 & 3,63 & 8,56 & 4,28 & 8,42 & 8,63 & 5,21 \\ 3,81 & 4,24 & 3,21 & 8,56 & 7,26 & 4,32 & 6,34 \\ 8,46 & 5,68 & 7,86 & 7,51 & 3,18 & 7,15 & 9,36 \\ 5,83 & 6,37 & 8,94 & 6,18 & 7,56 & 9,73 & 2,31 \end{vmatrix}.$$

$$12. \begin{vmatrix} 0 & -1,8 & 2,3 & 1,4 & 3,2 & -1,5 & 0 \\ 1,4 & 0,8 & 2,6 & -1,7 & 1,1 & 0,4 & 2,1 \\ 3,1 & 1,7 & 0 & 1,3 & 0 & -2,8 & 2,3 \\ 2,5 & -3,3 & 1,4 & 0,3 & 1,6 & 2,1 & 0,8 \\ 2,3 & -4,1 & 0 & 1,5 & 0 & -3,2 & 1,2 \\ 1,5 & 0,7 & 4,1 & 3,3 & 3,2 & 0,9 & 2,1 \\ 0 & 1,4 & -1,9 & 2,7 & 1,8 & -3,1 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$13. \begin{vmatrix} 0,42 & 1,34 & 0,88 & 0,75 & 1,21 & 0,39 & -2,11 & 1,52 \\ 1,34 & 0,35 & 1,87 & 0,43 & 0,54 & 1,25 & 0,75 & 0,91 \\ 0,88 & 1,87 & 0,38 & 0,46 & 1,71 & 0,41 & 1,87 & 0,19 \\ 0,75 & 0,43 & 0,46 & 1,84 & -2,14 & 0,36 & 1,13 & -2,54 \\ 1,21 & 0,54 & 1,71 & -2,14 & 0,89 & 1,71 & 0,39 & 0,87 \\ 0,39 & 1,25 & 0,41 & 0,36 & 1,71 & -2,11 & 0,42 & 1,14 \\ -2,11 & 0,75 & 1,87 & 1,13 & 0,39 & 0,42 & 1,31 & 0,45 \\ 1,52 & 0,91 & 0,19 & -2,54 & 0,87 & 1,14 & 0,45 & 1,75 \end{vmatrix}.$$

$$14. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0,61 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,32 & 1,67 & 0,72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,56 & 1,24 & 0,32 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,32 & -2,43 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,25 & 1,62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,19 & 1,71 & 2,13 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,32 & 2,61 & 0,98 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,52 & 0,81 & 1,21 \end{vmatrix}.$$

$$15. \begin{vmatrix} 1,21 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,32 \\ 0 & -0,85 & 1,27 & 0,77 & 1,32 & 0,84 & 1,45 & 0 \\ 0 & 0,67 & 1,41 & 0,76 & 0,88 & 1,23 & 0,11 & 0 \\ 0 & 0,24 & 1,12 & -2,43 & 1,99 & 0,91 & 0,83 & 0 \\ 0 & 1,24 & 0,32 & 1,54 & 0,32 & 1,39 & 1,51 & 0 \\ 0 & 1,25 & 0,62 & 1,77 & 0,19 & 1,18 & 0,71 & 0 \\ 0 & 1,56 & 0,67 & 2,13 & 1,52 & 0,32 & 1,31 & 0 \\ 1,52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,81 \end{vmatrix}.$$

$$16. \begin{vmatrix} 0,3 & 1,1 & -0,8 & 0,4 & 1,5 & 2,1 & 0,7 & -2,5 \\ -2,5 & 0,3 & 1,1 & -0,8 & 0,4 & 1,5 & 2,1 & 0,7 \\ 0,7 & -2,5 & 0,3 & 1,1 & -0,8 & 0,4 & 1,5 & 2,1 \\ 2,1 & 0,7 & -2,5 & 0,3 & 1,1 & -0,8 & 0,4 & 1,5 \\ 1,5 & 2,1 & 0,7 & -2,5 & 0,3 & 1,1 & -0,8 & 0,4 \\ 0,4 & 1,5 & 2,1 & 0,7 & -2,5 & 0,3 & 1,1 & -0,8 \\ -0,8 & 0,4 & 1,5 & 2,1 & 0,7 & -2,5 & 0,3 & 1,1 \\ 1,1 & -0,8 & 0,4 & 1,5 & 2,1 & 0,7 & -2,5 & 0,3 \end{vmatrix}.$$

$$17. \begin{vmatrix} 1,1 & 1,2 & -2,3 & 0,8 & 1,5 & 0,6 & 1,7 & 0,7 & -2,3 \\ -1,2 & 1,7 & 0,4 & 1,8 & 2,2 & 0,5 & -1,2 & 0,3 & 1,7 \\ 2,3 & -0,4 & 2,5 & 0,9 & 1,4 & 2,6 & 1,7 & 0,6 & 0,8 \\ -0,8 & -1,8 & -0,9 & -2,4 & 1,2 & -1,4 & -2,9 & -1,4 & 1,3 \\ -1,5 & -2,2 & -1,4 & -1,2 & 0,3 & 1,9 & 2,1 & 0,2 & -2,3 \\ -0,6 & -0,5 & -2,6 & 1,4 & -1,9 & 0,8 & 1,4 & 0,5 & -2,5 \\ -1,7 & 1,2 & -1,7 & 2,9 & -2,1 & -1,4 & 0,7 & 1,6 & 1,1 \\ -0,7 & -0,3 & -0,6 & 1,4 & -0,2 & -0,5 & -1,6 & 1,3 & 2,8 \\ 2,3 & -1,7 & -0,8 & -1,3 & 2,3 & 2,5 & -1,1 & -2,8 & -1,9 \end{vmatrix}.$$

$$18. \begin{vmatrix} 1,21 & 0,31 & 1,23 & 2,32 & 0,84 & -1,99 & 2,12 & 1,77 & -1,91 \\ 0,61 & 0,97 & 1,45 & 0,65 & -2,23 & 0,35 & 1,23 & 0,54 & 0,33 \\ 0 & -0,41 & 1,14 & 2,24 & 0,67 & 1,48 & -2,11 & 0,78 & 1,87 \\ 0 & 0 & 1,43 & 0,61 & -1,36 & 0,72 & 1,48 & 1,15 & 0,56 \\ 0 & 0 & 0 & -1,35 & 0,44 & 1,16 & -2,61 & 0,98 & 1,91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,34 & 1,56 & 1,21 & 0,95 & 0,87 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,92 & 1,32 & 2,14 & 0,74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,29 & -1,65 & 2,55 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,99 & -1,89 \end{vmatrix}.$$

$$19. \begin{vmatrix} 1,1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0,9 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1,2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0,8 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0,7 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1,9 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0,5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2,1 \end{vmatrix}.$$

20.	0,625	0,343	0,835	0,841	—0,491	0,181	0,371	0,972	—0,661
	0,343	1,731	1,322	1,149	1,213	1,212	1,341	—1,181	1,122
	0,835	1,322	—0,665	0,535	—0,543	0,395	0,723	0,121	0,167
	0,841	1,149	0,535	—1,214	1,982	1,131	1,171	—1,348	—1,142
	—0,492	1,213	—0,543	1,982	0,381	0,137	0,234	0,195	—0,625
	0,181	1,212	0,395	1,131	0,137	1,551	1,621	1,124	1,137
	0,371	1,341	0,723	1,171	0,234	1,621	0,841	0,627	0,222
	0,972	—1,181	0,121	—1,348	0,195	1,124	0,627	—0,585	1,721
	—0,661	1,122	0,167	—1,142	—0,625	1,137	0,222	1,721	0,149

21.	0	0,1	0,2	0,5	1,2	0,8	1,8	1,3	1	0
	0,9	0,6	0,1	0,7	-2,2	0,4	0,3	1,2	1,1	0,5
	1,3	0,4	0	1,4	0,5	1,3	2,1	0	1,4	0,7
	1,2	-2,7	1,9	0,4	0,6	1,7	0,1	0,2	0,8	1,3
	0,5	1,4	0,6	1,2	0	0	0,9	1,4	0,1	-2,3
	2,3	0,8	1,9	2,1	0	0	0,7	1,7	1,2	1,5
	0,5	0,7	1,2	1,1	1,8	-2,9	2	0,2	1,5	1,6
	2,4	1,4	0	2,1	0,7	0,9	0,1	0	1,5	0,2
	1,6	0,2	2,3	1,9	2,3	0,6	2	1,1	1,8	1,6
	0	1,8	0,9	1,9	2,1	0,5	1,6	2,2	1,6	0

22.	1,3	3,4	0,5	1,2	1,1	1,4	0,3	0,6	1,2	-1,8
	0,8	1,1	0,7	2,9	1,8	-2,7	0,3	1,9	2,4	0,8
	0	0,3	1,6	0,7	-2,3	1,1	2,2	0,6	1,3	0,7
	0	0	-2,1	0,8	0,9	1,5	1,6	2,3	1,9	3,6
	0	0	0	-0,8	1,7	2,8	1,9	0,5	1,3	-0,5
	0	0	0	0	0,9	1,8	1,5	2,8	1,7	2,1
	0	0	0	0	0	1,9	0,2	1,3	0,8	-1,9
	0	0	0	0	0	0	1,4	2,5	0,6	2,1
	0	0	0	0	0	0	0	0,9	2,3	1,6
	0	0	0	0	0	0	0	0	1,5	0,8

23.

1,21	3,21	0,98	0	0	0	0	0,33	-1,45	0,87
2,31	2,01	-0,44	0	0	0	0	1,46	2,87	-1,56
1,43	0,62	0,55	0	0	0	0	0,32	1,67	1,45
0	0	0	3,01	2,24	-0,39	1,44	0	0	0
0	0	0	2,11	1,46	-0,66	2,14	0	0	0
0	0	0	0,62	-1,25	0,59	1,81	0	0	0
0	0	0	1,84	2,39	3,84	2,05	0	0	0
2,32	1,65	0,75	0	0	0	0	1,32	2,31	0,54
-2,62	0,46	1,16	0	0	0	0	0,81	1,84	-2,43
0,69	1,95	-2,18	0	0	0	0	3,18	0,84	1,54

24.

0,334	0,321	0,148	-0,172	0,232	0,731	-0,177	0,123	0,840	0,173
-0,321	1,249	1,321	-1,214	1,247	-1,991	1,842	1,148	-1,341	1,425
-0,148	-1,321	0,155	0,211	0,259	-0,778	-0,992	0,256	0,625	0,431
0,172	1,214	-0,211]	1,952	1,256	1,841	1,531	1,177	1,232	1,625
-0,232	-1,247	-0,259	-1,256	0,482	0,911	0,771	0,841	0,991	-0,482
-0,731	1,991	0,778	-1,841	-0,911	1,321	1,155	1,211	1,256	1,212
0,177	-1,842	0,992	-1,531	-0,771	-1,155	0,232	0,781	0,173	-0,841
-0,123	-1,148	-0,256	-1,177	-0,841	-1,211	-0,781	1,187	-1,958	-1,909
-0,840	1,341	-0,625	-1,232	-0,991	-1,256	-0,173	1,958	0,324	1,211
0,173	-1,425	-0,431	-1,625	0,482	-1,212	0,841	1,909	-1,211	0,448

Используя метод клеток (9) и метод пополнения (7), обратить следующие матрицы:

$$25. \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$26. \begin{bmatrix} 1,31 & -2,22 & 1,56 & -2,31 & 1,33 \\ -2,45 & 1,23 & -2,91 & 1,98 & 1,78 \\ 0 & 1,77 & -2,79 & 1,76 & -2,65 \\ 0 & 0 & 1,32 & -2,33 & 1,11 \\ 0 & 0 & 0 & 1,31 & -2,29 \end{bmatrix}.$$

$$27. \begin{bmatrix} 3,1 & 0,2 & 4 & -7,1 & -8,4 & 2,2 \\ -7,4 & -6,3 & 3,6 & 1,4 & 0,9 & 3,4 \\ 3,6 & 0,4 & 1,7 & 4,8 & 3,3 & -8,7 \\ 6,4 & 3,7 & 3,1 & 5,6 & 3,7 & -6,1 \\ -7,8 & 5,6 & 2,9 & 6,7 & 4 & 1,9 \\ -5 & 0,8 & 1 & 3,5 & 2,9 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$28. \begin{bmatrix} 5,39 & 7,86 & 5,63 & 3,21 & 9,87 & 5,78 & 3,21 \\ 1,19 & 8,56 & 7,38 & 9,31 & 9,82 & 3,21 & 8,67 \\ 5,67 & 8,29 & 9,32 & 5,45 & 8,48 & 9,65 & 9,67 \\ 9,53 & 7,53 & 8,64 & 9,31 & 9,87 & 5,64 & 3,87 \\ 9,32 & 9,16 & 8,29 & 9,32 & 7,56 & 3,24 & 9,28 \\ 7,64 & 5,68 & 6,78 & 9,31 & 3,84 & 8,79 & 6,27 \\ 6,54 & 3,29 & 4,68 & 9,76 & 4,29 & 6,57 & 6,84 \end{bmatrix}.$$

$$29. \begin{bmatrix} 0,843 & 0,522 & 0,451 & 0,842 & -0,971 & 0,875 & 0 & 0,175 \\ 0,245 & 0,878 & 0 & 0,356 & 0,625 & -0,910 & 0,262 & 0,217 \\ 0 & 0,394 & 1,382 & -0,911 & 0 & 0,429 & 0,358 & 0,232 \\ 0,871 & 0,377 & 0,423 & 1,207 & 0,625 & 0,563 & 0 & 0,671 \\ 0,378 & 0,921 & 0,417 & 0,832 & 0,822 & 0,444 & 0,812 & 0,542 \\ 0,629 & 0,458 & 0 & 0,732 & -0,982 & 0,754 & 0,587 & 0,391 \\ 0 & 0,494 & 0,358 & 0,675 & 0,415 & 0,604 & 1,304 & -0,908 \\ 0,422 & 0,155 & 0,532 & 0 & 0,771 & 0,475 & 0,415 & 0,608 \end{bmatrix}.$$

$$30. \begin{bmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 & 1,5 & 3 & -1,6 & 2 & 0,7 \\ 0,7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1,5 & 3 & -1,6 & 2 \\ 2 & 0,7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1,5 & 3 & -1,6 \\ -1,6 & 2 & 0,7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1,5 & 3 \\ 3 & -1,6 & 2 & 0,7 & 4 & 3 & 1 & 2 & 1,5 \\ 1,5 & 3 & -1,6 & 2 & 0,7 & 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1,5 & 3 & -1,6 & 2 & 0,7 & 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1,5 & 3 & -1,6 & 2 & 0,7 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 1,5 & 3 & -1,6 & 2 & 0,7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Методом пополнения (7) обратить следующие матрицы. Взяв в качестве начального приближения найденные обратные матрицы, элементы которых округлить до двух значащих цифр, обратить исходные матрицы с помощью метода итерации (8). Элементы обратных матриц получить с пятью верными цифрами.

$$31. \begin{bmatrix} 0,3 & 0,8 & 0,7 & -0,9 \\ -0,9 & 0,3 & 0,8 & 0,7 \\ 0,7 & -0,9 & 0,3 & 0,8 \\ 0,8 & 0,7 & -0,9 & 0,3 \end{bmatrix}.$$

$$32. \begin{bmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 6 & -4 & 1 \\ 8 & -6 & 2 & 5 & -6 \\ -3 & 4 & -5 & 1 & 2 \\ -5 & -1 & 6 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$33. \begin{bmatrix} 3,325 & 2,988 & 1,212 & 0,556 & 0,675 & 1,425 \\ 0,988 & 2,455 & 3,325 & 0,536 & 1,865 & 1,789 \\ 1,312 & 1,435 & 2,852 & 3,487 & 0,675 & 0,631 \\ 0,556 & 0,446 & 1,381 & 3,325 & 2,864 & 1,863 \\ 0,795 & 1,865 & 0,795 & 0,854 & 2,842 & 3,923 \\ 1,425 & 1,712 & 0,612 & 1,884 & 1,923 & 3,339 \end{bmatrix}.$$

$$34. \begin{bmatrix} 0,23 & 0,84 & 0,56 & 0,87 & 0,12 & 0,18 & 0,34 \\ 0,87 & 0,93 & 0,97 & 0,87 & 0,87 & 0,56 & 0,76 \\ 0,31 & 0,23 & 0,45 & 0,64 & 0,87 & 0,56 & 0,64 \\ 0,32 & 0,38 & 0,28 & 0,51 & 0,23 & 0,31 & 0,38 \\ 0,56 & 0,78 & 0,76 & 0,71 & 0,87 & 0,56 & 0,76 \\ 0,87 & 0,59 & 0,39 & 0,29 & 0,45 & 0,43 & 0,48 \\ 0,44 & 0,34 & 0,38 & 0,83 & 0,89 & 0,93 & 0,29 \end{bmatrix}.$$

$$35. \begin{bmatrix} 1,5 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 \\ 1 & 1,8 & 1,69 & 2,20 & 2,86 & 3,71 & 4,83 & 6,27 \\ 1 & 2,1 & 4,91 & 9,26 & 19,45 & 40,84 & 85,77 & 180,11 \\ 1 & 1,5 & 2,25 & 3,88 & 5,06 & 7,59 & 11,39 & 17,09 \\ 1 & 7,7 & 2,89 & 4,91 & 8,85 & 14,2 & 24,14 & 41,03 \\ 1 & 0,9 & 0,81 & 0,73 & 0,66 & 1,09 & 0,53 & 0,48 \\ 1 & 0,8 & 0,64 & 0,51 & 0,41 & 0,33 & 0,76 & 0,21 \\ 1 & 1,6 & 2,56 & 4,10 & 6,55 & 10,49 & 16,78 & 27,34 \end{bmatrix}.$$

36.

$$\begin{bmatrix} 1,91 & 0 & 0,32 & 0 & 1,42 & 0,44 & 0,64 & 1,19 & 0 \\ 1,71 & 1,32 & -1,21 & 0,99 & 1,11 & 0,49 & -1,18 & 0,23 & 0,65 \\ 0,48 & 1,21 & 1 & 0,52 & 0,29 & -1,44 & 0 & 1,26 & 0,81 \\ -1,39 & 0,53 & 0,85 & 2,24 & 0,34 & -1,15 & 0,84 & 1,17 & 0,31 \\ 0 & 0,43 & 0,21 & 1,25 & 1,36 & 1,12 & 0,91 & 1,16 & 0,52 \\ -1,13 & 1,42 & 0,52 & -1,45 & 0 & 1,51 & 0,49 & 1,31 & 0,32 \\ 1,33 & 0,62 & -1,44 & 0,24 & 0,65 & 0,36 & 1 & -1,19 & 1,16 \\ 0,70 & 0 & 0,77 & 0 & 0,81 & 1,31 & 0,29 & 2,12 & 0,43 \\ 0,45 & 0 & 1,23 & 1,57 & 0,98 & 0 & 1,12 & 0,75 & 1,55 \end{bmatrix}.$$

$$37. \begin{bmatrix} 2,3 & -2,3 & 0,5 & 0 & 0 & 0,4 & 0,6 & 0 & 1,7 & 0 \\ 0,9 & -0,8 & 1,5 & 0 & 0,6 & 0,9 & 0 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & -2,1 & 1,7 & 1,4 & 0,3 & 0 & 0,1 & 0 & 0,8 & 0,3 \\ 2 & 1 & 1,2 & 1,4 & -2,2 & 0 & 0,7 & 0,2 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,8 & 0 & -2,8 & 1,7 & 1,6 & 0,5 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,6 & 0,4 & 1 & 0 & 1,5 & 1,9 & -2,5 & 0,6 & 0 & 0,8 \\ 0 & 2 & 0 & 0,2 & 0 & -2,1 & 1,3 & -2,3 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,7 & 0,1 & 0,9 & 0,4 & 0,6 & 2,7 & 1,4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0,1 & 0 & -2,6 & 1,3 & 1,5 \\ 0,7 & 0,9 & 0 & 1 & 0 & 0,8 & 2 & 1 & -2,1 & 1 \end{bmatrix}.$$

В задачах 38—69 требуется решить указанным методом системы линейных алгебраических уравнений. Для сокращения записи в задачах будет приводиться только матрица коэффициентов A и столбец свободных членов b , записанный иногда в строчку. В задачах, содержащих параметр, матрица коэффициентов будет получаться в результате сложения матриц D и kC , где k — параметр, изменяющийся по некоторому закону.

Пользуясь методом Гаусса с выбором главного элемента (1), решить следующие системы линейных уравнений. Вычислить определители матриц коэффициентов систем.

$$38. D = \begin{bmatrix} 2,1 & -4,5 & -2,0 \\ 3,0 & 2,5 & 4,3 \\ -6,0 & 3,5 & 2,5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$b = [19,07, \quad 3,21, \quad -18,25], \quad k = 0(1) 15.$$

$$39. D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ -5 & 2 & 6 & 7 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -5 & -6 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,9 & 0,7 & 0,8 & -0,5 \\ 0,6 & -0,5 & 0,4 & 0,3 \\ 0 & 0,3 & 0,8 & -0,9 \\ 0 & 0 & 0,7 & 0,6 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -13 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1) 15.$$

$$40. D = \begin{bmatrix} 2,33 & 0,81 & 0,67 & 0,92 & -0,53 \\ -0,53 & 2,33 & 0,81 & 0,67 & 0,92 \\ 0,92 & -0,53 & 2,33 & 0,81 & 0,67 \\ 0,67 & 0,92 & -0,53 & 2,33 & 0,81 \\ 0,81 & 0,67 & 0,92 & -0,53 & 2,33 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0,2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4,2 \\ 4,2 \\ 4,2 \\ 4,2 \\ 4,2 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1) 15.$$

$$41. D = \begin{bmatrix} 0,87 & 0,34 & 0,44 & 0,56 & 0,65 & 0,37 \\ 1,39 & 0,77 & 1,28 & 0,82 & 0,49 & 0 \\ 0,44 & 1,28 & 0 & 0,85 & 0,78 & 1,33 \\ 0 & 0,82 & 0,85 & 1,27 & 0,34 & 0,72 \\ 0,65 & 0 & 0,78 & 1,34 & 0,55 & 0 \\ 1,37 & 0,99 & 0,33 & 0,72 & 0 & 0,43 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1,08 \\ 0,60 \\ 1,22 \\ -0,51 \\ 0,42 \\ 1,04 \end{bmatrix},$$

$$k = 0 \ (0,2) \ 3,0.$$

42.

$$A = \begin{bmatrix} 0,411 & 0,421 & -0,333 & 0,313 & -0,141 & -0,381 & 0,245 \\ 0,421 & 0,705 & 0,139 & -0,409 & 0,321 & 0,625 & 0,101 \\ 0,123 & -0,239 & 0,502 & 0,901 & 0,243 & 0,819 & 0,321 \\ 0,413 & 0,309 & 0,801 & 0,865 & 0,423 & 0,118 & 0,183 \\ 0,241 & -0,221 & -0,243 & 0,134 & 1,274 & 0,712 & 0,423 \\ 0,281 & 0,525 & 0,719 & 0,118 & -0,974 & 0,808 & 0,923 \\ 0,246 & -0,301 & 0,231 & 0,813 & -0,702 & 1,223 & 1,105 \end{bmatrix},$$

$$b = [0,096, \ 1,252, \ 1,024, \ 1,023, \ 1,155, \ 1,937, \ 1,673].$$

$$43. \ A = \begin{bmatrix} 1,21 & 1,43 & 1,32 & 0 & 0,84 & 0,24 & 1,12 & 0,82 \\ 0 & 2,14 & -0,85 & 1,27 & 0,77 & 1,32 & 1,34 & 1,45 \\ 1,23 & 0,67 & 1,41 & 0,76 & 0,14 & 0,5 & 0,78 & 1,23 \\ 0,11 & 0,24 & 1,12 & 0 & 2,49 & 0,91 & 0,83 & 1,43 \\ 1,32 & 1,24 & 0,32 & 2,04 & 0,32 & 1,39 & 1,51 & 0 \\ 1,24 & 1,15 & 1,12 & 0 & 0,19 & 1,18 & 0,71 & 1,77 \\ 0 & 2,06 & 0,67 & 2,13 & 1,52 & 0,32 & 1,31 & 1,42 \\ 2,02 & 1,14 & 0 & 1,15 & 1,23 & 2,14 & 0 & 0,81 \end{bmatrix},$$

$$b = [6,48, \ 6,94, \ 6,22, \ 6,63, \ 7,64, \ 6,86, \ 8,93, \ 7,99].$$

44.

$$A = \begin{bmatrix} 1,61 & 0,31 & 1,23 & 2,32 & 0,84 & -1,99 & 2,12 & 1,77 & -1,91 \\ 0,61 & 1,37 & 1,45 & 0,65 & -2,23 & 0,35 & 1,23 & 0,54 & 0,33 \\ 0 & -0,41 & 1,14 & 2,64 & 0,67 & 1,48 & -2,11 & 0,78 & 1,87 \\ 0 & 0 & 1,43 & 0,61 & -0,96 & 0,72 & 1,48 & 1,15 & 0,56 \\ 0 & 0 & 0 & -1,35 & 0,44 & 1,50 & 1,16 & -2,61 & 0,98 \\ 1,91 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,34 & 1,96 & 1,21 & 0,95 \\ 0,80 & 0,87 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,32 & 1,32 \\ 2,14 & 0,74 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,69 \\ -1,65 & 2,55 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b = [5,9, \ 3,9, \ 5,66, \ 4,59, \ 0,53, \ 4,93, \ 5,12, \ 1,19, \ -0,09].$$

45.

$$A = \begin{bmatrix} 1,3 & -2,3 & 0,5 & 0 & 0 & 0,4 & 0,6 & 0 & 1,7 & 0 \\ 0,9 & -1,8 & 1,5 & 0 & 0,6 & 0,9 & 0 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & -2,1 & 0,7 & 1,4 & 0,3 & 0 & 0,1 & 0 & 0,8 & 0,3 \\ 2 & 1 & 1,2 & 0,4 & -2,2 & 0 & 0,7 & 0,2 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,8 & 0 & -2,8 & 0,7 & 1,6 & 0,5 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,6 & 0,4 & 1 & 0 & 1,5 & 0,9 & 0,9 & -2,5 & 0,6 & 0 \\ 0,8 & 0 & 2 & 0 & 0,2 & 0 & -2,1 & 0,3 & -2,3 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0,7 & 0,1 & 0,9 & 0,4 & 0,6 & 1,7 & 1,4 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0,1 & 0 & -2,6 & 0,3 \\ 1,5 & 0,7 & 0,9 & 0 & 1 & 0 & 0,8 & 2 & 1 & -2,1 \end{bmatrix},$$

$$b = [2,2, \quad 2,5, \quad 1,5, \quad 3,4, \quad 1,1, \quad 3,3, \quad -1,9, \quad 7,3, \quad 2,3, \quad 5,2].$$

Решить системы уравнений, пользуясь компактной схемой Гаусса (2).

$$46. \quad D = \begin{bmatrix} 1 & -0,2 & 0,1 \\ -0,1 & 1 & -0,1 \\ -0,3 & 0,2 & -1 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0,4 \\ 0,8 \\ 0,2 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1) 15.$$

$$47. \quad D = \begin{bmatrix} 1,342 & 0,432 & -0,599 & 0,202 \\ 0,202 & 1,342 & 0,432 & -0,599 \\ -0,599 & 0,202 & 1,342 & 0,432 \\ 0,432 & -0,599 & 0,202 & 1,342 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1,941 \\ -0,230 \\ -1,941 \\ 0,230 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,01) 0,15.$$

$$48. D = \begin{bmatrix} 1,45 & -2,42 & 1,58 & -2,36 & 1,43 \\ -2,49 & 1,63 & -2,94 & 1,99 & 1,88 \\ 0 & 1,79 & -2,59 & 1,26 & -2,55 \\ 0 & 0 & 1,22 & -2,03 & 1,31 \\ 0 & 0 & 0 & 1,11 & -2,09 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -1,20 \\ -2,33 \\ -0,14 \\ -0,09 \\ 2,19 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)14.$$

$$49. D = \begin{bmatrix} 1,42 & 1,44 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,99 & 1,31 & -1,76 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,37 & 1,66 & 1,76 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,35 & 1,65 & -1,78 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,32 & 1,59 & 1,99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,94 & 1,97 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1,32 \\ 0,23 \\ 3,22 \\ 0,10 \\ 3,31 \\ 1,87 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)14.$$

$$50. A = \begin{bmatrix} 2,12 & 0,42 & 1,34 & 0,88 & 0,75 & 1,21 & 0,39 & -2,11 \\ 1,34 & 0,95 & 1,87 & 0,43 & 0,54 & 1,25 & 0,75 & 0,91 \\ 0,88 & 1,87 & 0,98 & 0,46 & 1,71 & 0,41 & 1,87 & 0,19 \\ 0,75 & 0,43 & 0,46 & 2,44 & 1,14 & 0,36 & 1,13 & -2,54 \\ 1,21 & 0,54 & 1,71 & -2,14 & 1,49 & 1,71 & 0,39 & 0,87 \\ 0,39 & 1,25 & 0,41 & 0,36 & 1,71 & -1,51 & 0,42 & 1,14 \\ -2,11 & 0,75 & 1,87 & 1,13 & 0,39 & 0,42 & 1,91 & 0,45 \\ 1,52 & 0,91 & 0,19 & -2,54 & 0,87 & 1,14 & 0,45 & 2,35 \end{bmatrix},$$

$$b = [4,4, \quad 7,44, \quad 7,77, \quad 3,57, \quad 5,18, \quad 3,57, \quad 4,21, \quad 4,29].$$

51.

$$A = \begin{bmatrix} 0,422 & 0,511 & 0,633 & -0,744 & 0,322 & 0,211 & -0,823 & -0,901 & 0,102 \\ -0,511 & 0,211 & 0,366 & -0,477 & 0,255 & 0,712 & 0,656 & 0,544 & 0,122 \\ -0,633 & -0,366 & 0,501 & 0,411 & -0,734 & 0,266 & 0,133 & 0,812 & -0,956 \\ 0,744 & 0,477 & 0,411 & 0,355 & 0,144 & 0,978 & 0,155 & 0,788 & 0,611 \\ -0,320 & -0,322 & -0,255 & 0,734 & -0,144 & 0,166 & 0,277 & 0,000 & 0,733 \\ 0,455 & -0,923 & -0,211 & -0,711 & -0,266 & 0,978 & -0,277 & 0,191 & 0,566 \\ 0,755 & 0,233 & 0,823 & -0,656 & -0,133 & -0,155 & -0,734 & -0,566 & 0,222 \\ -0,533 & 0,111 & 0,901 & -0,544 & -0,812 & -0,788 & -0,455 & -0,755 & 0,533 \\ 0,555 & -0,844 & -1,101 & -0,122 & 0,956 & -0,611 & 0,922 & -0,233 & -0,111 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -0,267 \\ 1,878 \\ -0,566 \\ 4,663 \\ 0,721 \\ 1,258 \\ -1,621 \\ -2,209 \\ 1,677 \end{bmatrix},$$

52.

[illegible]

53. Пользуясь компактной схемой Гаусса (2), обратить матрицы и найти числа обусловленности M .

- а) Матрицы D и C из задачи 46, $k = 0(1)5$.
- б) Матрицы D и C из задачи 47, $k = 0(0,01)0,1$.
- в) Матрицы D и C из задачи 48, $k = 0(1)7$.
- г) Матрицы D и C из задачи 49, $k = 0(1)5$.
- д) Матрица A из задачи 50.
- е) Матрица A из задачи 51.
- ж) Матрица A из задачи 52.

Методом квадратного корня (3) решить системы уравнений:

$$54. D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2,5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4,5 \\ 5 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$55. D = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \\ 33 \\ 31 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$56. D = \begin{bmatrix} 1,28 & 2,32 & 4,14 & -3,24 & -5,15 \\ 2,32 & 1,49 & 5,26 & 1,56 & 3,92 \\ 4,14 & 5,26 & 4,06 & 2,44 & 4,39 \\ -3,24 & 1,56 & 2,44 & 5,42 & 1,94 \\ -5,15 & 3,92 & 4,39 & 1,94 & 4,63 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3,02 \\ 3,26 \\ 0,83 \\ -8,20 \\ -6,45 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$57. D = \begin{bmatrix} 0,393 & 0,456 & 0,782 & -0,978 & 0,832 & 0,665 \\ 0,456 & 0,551 & 0,358 & 0,588 & 0,625 & 0,872 \\ 0,782 & 0,358 & 0,654 & 0,540 & 0,265 & 0,325 \\ -0,978 & 0,588 & 0,540 & 0,832 & 0,778 & 0,466 \\ 0,832 & 0,625 & 0,265 & 0,778 & 0,371 & 0,492 \\ 0,665 & 0,872 & 0,325 & 0,466 & 0,492 & 0,635 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0,510 \\ -0,058 \\ 1,111 \\ 0,904 \\ 0,605 \\ 0,355 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1) 15.$$

$$58. \quad A = \begin{bmatrix} 2,2 & 4 & -3 & 1,5 & 0,6 & 2 & 0,7 \\ 4 & 3,2 & 1,5 & -0,7 & -0,8 & 3 & 1 \\ -3 & 1,5 & 1,8 & 0,9 & 3 & 2 & 2 \\ 1,5 & -0,7 & 0,9 & 2,2 & 4 & 3 & 1 \\ 0,6 & -0,8 & 3 & 4 & 3,2 & 0,6 & 0,7 \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 0,6 & 2,2 & 4 \\ 0,7 & 1 & 2 & 1 & 0,7 & 4 & 3,2 \end{bmatrix},$$

$$b = [3,2, \quad 4,3, \quad -0,1, \quad 3,5, \quad 5,3, \quad 9,0, \quad 3,7].$$

$$59. \quad A = \begin{bmatrix} 3,4 & 8 & 5 & 4 & 2 & 1 & 6 & -7 \\ 8 & 1,4 & 4 & 3 & 8 & 5 & 2 & 7 \\ 5 & 4 & 2,4 & 4 & -5 & 1 & 3 & -8 \\ 4 & 3 & 4 & 1,4 & 6 & 7 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & -5 & 6 & 3,4 & 8 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 1 & 7 & 8 & 2,4 & 3 & 6 \\ 6 & 2 & 3 & 2 & 4 & 3 & 1,4 & 7 \\ -7 & 7 & -8 & 1 & 5 & 6 & 7 & 3,4 \end{bmatrix},$$

$$b = [22, \quad 38, \quad 6, \quad 28, \quad 31, \quad 33, \quad 28, \quad 14].$$

$$60. \quad A = \begin{bmatrix} 4,1 & 2 & 3 & 1 & 1,6 & 2 & 1,5 & 0,7 & 1 \\ 2 & 5 & 1,4 & 0,5 & 0,7 & 3 & 0,8 & 2 & 3 \\ 3 & 1,4 & 3,8 & 1 & 2 & 1,4 & 3 & 1 & 0,8 \\ 1 & 0,5 & 1 & 5,1 & 0,8 & 1,5 & 2 & 1,6 & 0,5 \\ 1,6 & 0,7 & 2 & 0,8 & 4 & 0,9 & 0,7 & 3 & 2,4 \\ 2 & 3 & 1,4 & 1,5 & 0,9 & 5,3 & 3 & 2 & 2 \\ 1,5 & 0,8 & 3 & 2 & 0,7 & 3 & 4,1 & 1 & 3 \\ 0,7 & 2 & 1 & 1,6 & 3 & 2 & 1 & 5,5 & 2 \\ 1 & 3 & 0,8 & 0,5 & 2,4 & 2 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix},$$

$$b = [16,9, \quad 18,4, \quad 17,4, \quad 14,0, \quad 16,1, \quad 21,1, \quad 19,1, \quad 18,8, \quad 18,0].$$

61.

1,4481	0,5542	1,6602	0,8832	1,8061	0,4051	0,2918	1,4052	1,7263	0,9051
0,5542	2,7074	—1,6370	1,9182	0,7263	—1,7093	0,9145	—1,7293	0,8091	0,6166
1,6602	—1,6370	1,2226	1,1109	0,1713	1,1528	0,9261	—1,7371	1,8122	0,5183
0,8832	1,9182	1,1109	2,8164	1,6142	0,5089	—1,2407	0,6072	0,7153	1,1149
1,8061	0,7263	0,1713	1,6142	2,0109	0,8212	1,4117	0,2709	1,6142	1,3082
0,4051	—1,7093	1,1528	0,5089	0,8212	2,2416	0,9112	0,5058	1,6212	0,6162
0,2918	0,9145	0,9261	—1,2407	1,4117	0,9112	2,2147	0,6321	1,2304	0,6202
1,4052	—1,7293	—1,7371	0,6072	0,2709	0,5058	0,6321	2,1213	0,9723	1,6644
1,7263	0,8091	1,8122	0,7153	1,6142	1,6212	1,2304	0,9723	1,8351	1,9724
0,9051	0,6166	0,5183	1,1149	1,3082	0,6162	0,6202	1,6644	1,9724	1,7312

 $b = [10,0853, 2,1707, 4,2003, 9,0485, 10,7550, 6,0747, 6,9020, 3,6930, 13,3085, 10,0635].$

Решить методом ортогонализации (4) системы уравнений. Взяв в качестве начального приближения полученные значения с двумя значащими цифрами, уточнить их до пяти верных цифр одним из итерационных методов (5), (6).

$$62. D = \begin{bmatrix} 6,214 & 2,180 & 3,184 \\ -1,351 & 8,224 & 5,224 \\ 2,489 & -0,459 & 4,299 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 49,91 \\ 50,17 \\ 32,68 \end{bmatrix}, \quad k = 0(0,5) 7,5.$$

$$63. D = \begin{bmatrix} 6,22 & 1,42 & -1,72 & 1,91 \\ 1,44 & 5,33 & 1,11 & -1,82 \\ -1,72 & 1,11 & 5,24 & 1,42 \\ 1,91 & -1,82 & 1,42 & 6,55 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 7,53 \\ 6,06 \\ 8,05 \\ 8,06 \end{bmatrix}, \quad k = 0(1) 15.$$

$$64. D = \begin{bmatrix} 6,2 & 0,1 & 0,3 & 0,4 & -0,5 \\ 0,5 & 5,4 & 0,1 & 0,2 & 0,4 \\ 0 & 0,4 & 6,3 & 0,6 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,4 & 5,3 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 & 6,2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,4 \\ -0,3 \\ 1,1 \\ -0,1 \end{bmatrix}, \quad k = 0(1) 15.$$

$$65. D = \begin{bmatrix} 4,324 & 0,625 & 0,541 & 0,932 & -0,244 & 0,877 \\ 0,774 & 4,562 & 0,423 & 0,392 & 0,442 & 0,787 \\ 0,000 & -0,256 & 3,732 & 0,623 & 0,562 & 0,326 \\ 0,000 & 0,000 & -0,265 & 4,570 & 0,351 & -0,237 \\ 0,425 & 0,721 & 0,000 & 0,725 & 4,831 & 0,675 \\ 0,000 & 0,172 & 0,392 & -0,413 & 0,385 & 4,565 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -0,272 \\ 0,746 \\ -0,029 \\ 0,542 \\ 0,375 \\ 0,586 \end{bmatrix}, \quad k = 0(1) 15.$$

$$66. \quad A = \begin{bmatrix} 15,21 & 0 & 1,11 & 2,13 & 1,14 & 0,98 & 0,44 \\ 1,32 & 14,82 & 0,61 & 1,42 & 0,74 & 0,34 & 1,33 \\ 0,75 & 1,26 & 15,44 & 0,22 & 1,56 & 0,66 & 0,44 \\ 1,35 & 1,42 & 0,33 & 14,32 & 2,11 & 0,23 & 1,12 \\ 0,81 & 0,79 & 1,38 & 0,82 & 15,99 & 0,89 & 0,83 \\ 1,49 & 0,57 & 0,32 & 1,49 & 0,81 & 14,93 & 0,97 \\ 1,18 & 0,42 & 1,35 & 0,19 & 1,26 & 0,91 & 15,71 \end{bmatrix},$$

$$b = [9,01, \quad 8,58, \quad 8,33, \quad 8,88, \quad 9,51, \quad 8,58, \quad 9,02].$$

$$67. \quad A = \begin{bmatrix} 11,343 & 0,522 & 0,451 & 0,842 & -0,971 & 0,875 & 0 & 0,175 \\ 0,245 & 13,378 & 0 & 0,356 & 0,625 & -0,910 & 0,262 & 0,217 \\ 0 & 0,394 & 18,82 & -0,911 & 0 & 0,429 & 0,358 & 0,232 \\ 0,871 & 0,377 & 0,423 & 10,707 & 0,625 & 0,563 & 0 & 0,671 \\ 0,378 & 0,921 & 0,417 & 0,832 & 9,322 & 0,444 & 0,812 & 0,542 \\ 0,629 & 0,458 & 0 & 0,732 & -0,982 & 9,254 & 0,587 & 0,391 \\ 0 & 0,494 & 0,358 & 0,675 & 0,415 & 0,604 & 10,804 & -0,908 \\ 0,422 & 0,155 & 0,532 & 0 & 0,771 & 0,475 & 0,415 & 9,108 \end{bmatrix},$$

$$b = [2,237, \quad 1,173, \quad 1,384, \quad 4,237, \quad 4,668, \quad 2,069, \quad 2,442, \quad 2,878].$$

$$68. \quad A = \begin{bmatrix} 16,91 & 0 & 0,32 & 1,42 & 0,44 & 0,64 & 1,19 & 0 & 1,71 \\ 0,32 & 14,79 & 0,99 & 1,11 & 0,49 & -1,18 & 0,23 & 0,65 & 0,48 \\ 1,21 & 0 & 16,52 & 0,29 & -1,44 & 0 & 1,26 & 0,81 & -1,39 \\ 0,53 & 0,85 & 1,24 & 16,34 & -1,15 & 0,84 & 1,17 & 0,31 & 0 \\ 0,43 & 0,20 & 0,21 & 1,25 & 16,36 & 1,12 & 0,91 & 1,16 & 0,52 \\ -1,13 & 0,42 & 0,52 & -1,45 & 0 & 16,51 & 0,49 & 1,31 & 0,32 \\ 1,33 & 0,62 & -1,44 & 0,24 & 0,65 & 0,36 & 16,00 & -1,19 & 1,16 \\ 0,77 & 0 & 0,81 & 1,31 & 0,29 & 1,12 & 0,43 & 16,45 & 0 \\ 1,23 & 1,57 & 0,98 & 0 & 1,12 & 0,75 & 0,55 & 1,21 & 16,34 \end{bmatrix},$$

$$b = [6,63, \quad 1,88, \quad 1,26, \quad 4,13, \quad 4,83, \quad 4,45, \quad 1,17, \quad 5,64, \quad 7,65].$$

69.

$$A = \begin{bmatrix} 17,3 & -2,3 & 0,5 & 0 & 0 & 0,4 & 0,6 & 0 & 1,7 & 0 \\ 0,9 & 14,2 & 1,5 & 0 & 0,6 & 0,9 & 0 & 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & -2,1 & 16,7 & 1,4 & 0,3 & 0 & 0,1 & 0 & 0,8 & 0,3 \\ 2 & 1 & 1,2 & 16,4 & -2,2 & 0 & 0,7 & 0,2 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,8 & 0 & -2,8 & 16,7 & 1,6 & 0,5 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,6 & 0,4 & 1 & 0 & 1,5 & 16,9 & -2,5 & 0,6 & 0 & 0,8 \\ 0 & 2 & 0 & 0,2 & 0 & -2,1 & 16,3 & -2,3 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0,7 & 0,1 & 0,9 & 0,4 & 0,6 & 17,7 & 1,4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0,1 & 0 & -2,6 & 16,3 & 1,5 \\ 0,7 & 0,9 & 0 & 1 & 0 & 0,8 & 2 & 1 & -2,1 & 16,0 \end{bmatrix},$$

$$b = [2,2, \quad 2,5, \quad 1,5, \quad 3,4, \quad 1,1, \quad 3,3, \quad -1,9, \quad 7,3, \quad 2,3, \quad 5,2].$$

§ 2. Вычисление собственных значений и собственных векторов матриц

Методы, применяемые для нахождения собственных значений и собственных векторов матриц, делятся на две группы: 1) точные и 2) итерационные.

Методы первой группы позволяют найти точные значения коэффициентов p_i характеристического уравнения (б) (при точном задании элементов матрицы и точных вычислениях). Собственные значения будут получаться как решения алгебраического уравнения n -й степени. Собственные векторы, соответствующие собственным значениям, можно найти без решения однородных систем (в).

Итерационные методы позволяют определить собственные значения и собственные векторы непосредственно, без составления характеристического уравнения. При этом собственные значения и компоненты собственных векторов будут являться пределами некоторых числовых последовательностей.

Среди методов, служащих для вычисления собственных значений и собственных векторов матриц, различают методы, обеспечивающие нахождение всех собственных значений и всех собственных векторов, и методы, позволяющие найти лишь одно или несколько собственных значений и соответствующие им собственные векторы.

Точные методы

10. Метод А. Н. Крылова

Пусть c_0 — произвольный начальный вектор, например $c_0 = (1, 0, \dots, 0)$; а векторы $c_i (i = 1, 2, \dots, n)$ определяются по следующей рекуррентной формуле

$$c_i = A c_{i-1}.$$

Коэффициенты характеристического уравнения (б) p_i будут решением следующей системы линейных алгебраических уравнений, записанной в виде векторного равенства

$$c_n = c_{n-1}p_1 + c_{n-2}p_2 + \dots + c_1p_{n-1} + c_0p_n. \quad (г)$$

Если значения c_i , p_i , λ_i определены, то собственные векторы X_i вычисляются по следующей формуле:

$$X_i = \sum_{j=0}^{n-1} a_{ij} c_{n-1-j},$$

где

$$a_{i0} = 1, \quad a_{ij} = \lambda_i a_{i, j-1} - p_j \quad (j = 1, 2, \dots, n-1).$$

З а м е ч а н и е. Однако метод А. Н. Крылова не всегда дает возможность определить коэффициенты характеристического уравнения. Может случиться, что будут определены коэффициенты минимального полинома или даже какого-либо его делителя, если начальный вектор c_0 выбран неудачно. Корни минимального полинома совпадают с корнями характеристического, но имеют меньшую кратность. В случае же получения делителя теряется часть корней характеристического полинома.

Этот исключительный случай сразу же обнаруживается при решении системы (г) методом Гаусса, когда в части уравнений исключаются все коэффициенты одновременно, и уравнения обращаются в тождества $0 = 0$.

11. Метод А. Н. Данилевского

Сущность метода Данилевского заключается в переходе после $n-1$ преобразования от данной матрицы A к подобной ей матрице Фробениуса B , которая содержит в явном виде искомые коэффициенты p_i характеристического уравнения (б),

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & p_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & p_{n-1} \\ 0 & 1 & \dots & 0 & p_{n-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 1 & p_1 \end{bmatrix}.$$

Обозначим коэффициенты матрицы A , получаемой на $k+1$ -м этапе преобразований, через $a_{ij}^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$), так что $A = A^{(1)}$, $B = A^{(n)}$. Пересчет $a_{ij}^{(k)}$ на очередном этапе производится по формулам:

$$\begin{aligned} b_{k+1j}^{(k)} &= \frac{1}{a_{k+1k}^{(k)}} \cdot a_{k+1j}^{(k)}, \\ b_{ij}^{(k)} &= a_{ij}^{(k)} - a_{ik}^{(k)} b_{k+1j}^{(k)} \quad (i \neq k+1), \\ a_{ij}^{(k+1)} &= b_{ij}^{(k)} \quad (j \neq k+1), \\ a_{i\ k+1}^{(k+1)} &= \sum_{j=1}^n b_{ij}^{(k)} a_{jk}^{(k)}. \end{aligned}$$

При $a_{k+1}^{(k)}$ близких к нулю может произойти вырождение процесса. Об исключительных случаях см. [1 — 3].

Собственный вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, соответствующий собственному значению λ , вычисляется с помощью следующих рекуррентных формул:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= \lambda^{n-i} - \sum_{j=1}^{n-i} p_j \lambda^{n-i-j} \quad (i = n, n-1, \dots, 1), \\ y_i^{(k)} &= y_i^{(k+1)} + y_{k+1}^{(k+1)} a_{ik}^{(k)} \quad (i \neq k+1), \\ y_{k+1}^{(k)} &= y_{k+1}^{(k+1)} a_{k+1, k}^{(k)}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$y_i = y_i^{(n)}, \quad y_i^{(1)} = x_i. \quad (k = n-1, n-2, \dots, 1).$$

12. Метод Леверрье и видоизменение Д. К. Фаддеева

Процесс вычисления в методе Лаверрье сводится к следующему:

1) последовательно вычисляются степени матрицы A

$$A^k = A^{k-1}A \ (k = 1, 2, \dots, n);$$

2) вычисляются их следы $SprA^k$

$$SpA^k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k = \sum_{i=1}^n a_{ii}^{(k)} (A^k = [a_{ij}^{(k)}]);$$

3) определяются коэффициенты p_k характеристического уравнения (б), по следующей рекуррентной формуле:

$$kp_k = SpA^k - p_1 SpA^{k-1} - \dots - p_{k-1} SpA.$$

Видоизменение этого метода, предложенное Д. К. Фаддеевым, позволяет не только найти коэффициенты характеристического уравнения, но и определить обратную матрицу и собственные векторы.

Для этого строится последовательность A_1, A_2, \dots, A_n такая, что

$$A_1 = A, \quad SpA_1 = p_1, \quad C_1 = A_1 - p_1E;$$

$$A_2 = AC_1, \frac{SpA_2}{2} = p_2, C_2 = A_2 - p_2E;$$

• • • • •

$$A_{n-1} = AC_{n-2}, \frac{SpA_{n-1}}{n-1} = p_{n-1}, C_{n-1} = A_{n-1} - p_{n-1}E;$$

$$A_n = AC_{n-1}, \quad \frac{SpA_n}{n} = p_n, \quad C_n = A_n - p_n E.$$

Если матрица A — неособенная, то

$$A^{-1} = \frac{C_{n-1}}{p_n}.$$

Если собственные значения найдены и они различны, то соответствующие собственные векторы находятся по следующей рекуррентной формуле

$$X_0 = e; X_i = \lambda_k X_{i-1} + c_i,$$

где c_i — любой столбец матрицы C_i , а e — одноименный столбец единичной матрицы.

Тогда

$$X = X_{n-1}.$$

13. Метод интерполяции

Полагая

$$\alpha_0 = 0, \alpha_1 = 1, \dots, \alpha_n = n$$

или в более общем случае

$$\alpha_i = a + hi \quad (i = 0, 1, \dots, n),$$

вычисляют

$$D(\alpha_i) = |A - \alpha_i E|.$$

Для построения характеристического полинома

$$D(\lambda) = |A - \lambda E|$$

составляется горизонтальная таблица разностей $D(\alpha_i)$ и затем находится

$$D(\lambda) = D(\alpha_0) + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta^i D(\alpha_0)}{i!} \lambda (\lambda - 1) \dots (\lambda - i + 1).$$

Итерационные методы

14. Метод вращения с преградами

Этот метод позволяет находить все собственные значения и собственные векторы симметричной матрицы A .

Сущность метода состоит в том, что путем цепочки преобразований подобия исходная матрица A приводится к диагональному виду, позволяющему непосредственно найти собственные значения.

Для этого строится последовательность матриц $A^{(0)} = A, A^{(1)}, A^{(2)}, \dots$ с помощью преобразований подобия посредством матрицы

$(i < j).$

мент $a_{ij}^{(k)}$ матрицы $A^{(k)}$ обращался в 0.

Исключение внедиагональных элементов производится в циклическом порядке.

При этом выбирается некоторая монотонно убывающая к нулю последовательность величин $\delta_1, \delta_2, \dots$ (преград), причем m — число преград, и их значения могут быть любыми. На каждом шаге преобразований исключаются те элементы, которые превышают очередную преграду.

Приведем расчетные формулы одного шага преобразований.

Перебираются элементы матрицы $A^{(k)}$ и как только находится элемент $|a_{ij}^{(k)}|$, превышающий очередную преграду, так сразу же определяются элементы c и s матрицы $T_{ii}^{(k)}$:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{|a_{ii}^{(k)} - a_{jj}^{(k)}|}{d} \right)}; \\ d &= \sqrt{(a_{ii}^{(k)} - a_{jj}^{(k)})^2 + 4(a_{ij}^{(k)})^2}; \\ s &= \text{sign}[a_{ij}^{(k)}(a_{ii}^{(k)} - a_{jj}^{(k)})] \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{|a_{ii}^{(k)} - a_{jj}^{(k)}|}{d} \right)}. \end{aligned}$$

После этого находится матрица

$$\begin{aligned} A^{(k+1)} &= T_{ij}^{(k)} A^{(k)} T_{ij}^{(k)}, \\ a_{ii}^{(k+1)} &= ca_{ii}^{(k)} + sa_{ij}^{(k)}, \\ a_{ij}^{(k+1)} &= -sa_{ii}^{(k)} + ca_{ij}^{(k)} \quad (t = 1, 2, \dots, n). \end{aligned}$$

На место исходных i -го и j -го столбцов матрицы $A^{(k)}$ помещаются вновь найденные. Аналогично поступают со строками:

$$\begin{aligned} a_{it}^{(k+1)} &= ca_{it}^{(k)} + sa_{jt}^{(k)}, \\ a_{jt}^{(k+1)} &= -sa_{it}^{(k)} + ca_{jt}^{(k)} \quad (t = 1, 2, \dots, n), \\ a_{ji}^{(k+1)} &= a_{ji}^{(k+1)} = 0. \end{aligned}$$

Процесс преобразований продолжают до тех пор, пока не будут пройдены все преграды. После чего полагают

$$\lambda_i \approx a_{ii}^{(k+1)}.$$

Если собственные значения матрицы попарно различны и внедиагональные элементы не больше некоторого малого числа ϵ , то с точностью до ϵ^2 компоненты собственных векторов X_i могут быть определены так:

$$X_i = \left(\prod_{k=1}^n T_{ijk} \right) V_i,$$

$$V_i = \left(\frac{\alpha_{i1}}{\alpha_{ii} - \alpha_{11}}, \dots, \frac{\alpha_{i-1, i}}{\alpha_{ii} - \alpha_{i-1, i-1}}, 1, \right. \\ \left. \frac{\alpha_{i+1, i}}{\alpha_{ii} - \alpha_{i+1, i+1}}, \dots, \frac{\alpha_{ni}}{\alpha_{ii} - \alpha_{nn}} \right)',$$

где α_{ij} — элементы матрицы $A^{(k)}$, на которой остановили процесс преобразований.

15. Степенной метод

Данный метод позволяет найти наибольшее по модулю собственное значение и соответствующий ему собственный вектор матрицы A .

Пусть λ_1 — наибольшее по модулю собственное значение матрицы A , вещественное и простое.

Берется произвольный вектор $Y^{(0)}$ и строится последовательность векторов

$$\begin{array}{l} Y^{(1)} = AY^{(0)}, \\ Y^{(2)} = A^2Y^{(0)} = AY^{(1)}, \\ \vdots \\ Y^{(k)} = A^kY^{(0)} = AY^{(k-1)}, \\ \vdots \end{array}$$

При достаточно больших k отношение любых одноименных компонент векторов $Y^{(k+1)}$ и $Y^{(k)}$ приближенно можно принять за искомое значение λ_1 .

$$\lambda_1 \approx \frac{y_i^{(k+1)}}{y_i^{(k)}}. \quad (\text{D})$$

Степенной метод позволяет определить и собственный вектор, соответствующий λ_1 : отношения компонент вектора $Y^{(k)}$ стремятся к отношениям компонент этого собственного вектора.

В случае симметричной матрицы A , начиная с некоторого шага итерации, составляются скалярные произведения $(Y^{k+1} Y^{k+1})$ и $(Y^{(k)} Y^{(k+1)})$, частное которых является приближением к собственному значению λ_1

$$\lambda_1 \approx \frac{(Y^{k+1}, Y^{(k+1)})}{(Y^{(k)}, Y^{(k+1)})}.$$

Эта формула позволяет получить λ_1 почти вдвое быстрее, чем формула (д).

В задачах 70—146 определить собственные значения и собственные векторы матрицы A . В задачах, содержащих параметр, как и ранее, будут указываться матрицы D и C и параметр k . Матрица A , соответствующая некоторому значению k , будет равна $D + kC$.

Методом Крылова (10) определить собственные значения и собственные векторы следующих матриц:

$$70. A = \begin{bmatrix} 0,012282 & -0,183120 & 0,073265 & 0,773476 \\ -0,183120 & -0,084200 & 0,761983 & -0,043694 \\ 0,073265 & -0,761983 & 0,110212 & -0,202017 \\ 0,773476 & -0,043694 & -0,202017 & -0,244178 \end{bmatrix}.$$

$$71. A = \begin{bmatrix} -0,259222 & -0,492228 & 0,072616 & 0,629063 \\ -0,492228 & 0,199925 & -0,604859 & 0,026396 \\ 0,072616 & -0,604859 & -0,155300 & -0,471768 \\ 0,629063 & 0,026396 & -0,471768 & 0,036554 \end{bmatrix}.$$

$$72. A = \begin{bmatrix} -0,349314 & 0,634757 & -0,050233 & 0,476204 \\ 0,634757 & 0,237876 & -0,480047 & -0,065226 \\ 0,050233 & -0,480047 & -0,218524 & 0,576976 \\ 0,476204 & -0,065226 & 0,576976 & 0,141277 \end{bmatrix}.$$

$$73. A = \begin{bmatrix} -0,335584 & -0,741744 & 0,060428 & 0,309504 \\ -0,741744 & 0,244031 & -0,316031 & 0,066983 \\ 0,060428 & -0,316031 & -0,233649 & -0,642471 \\ 0,309504 & 0,066983 & -0,642471 & -0,160941 \end{bmatrix}.$$

$$74. D = \begin{bmatrix} 0,223 & 0,231 & 0,412 \\ 0,231 & 0,556 & 0,564 \\ 0,412 & 0,564 & 0,889 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)0,6.$$

$$75. D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2,5 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$76. D = \begin{bmatrix} 1 & 1,5 & 2,5 & 3,5 \\ 1,5 & 1 & 2 & 1,6 \\ 2,5 & 2 & 1 & 1,7 \\ 3,5 & 1,6 & 1,7 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)15.$$

$$77. D = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 13 & -3 \\ 8 & 9 & 6 & 11 \\ 13 & 6 & 3 & 10 \\ -3 & 11 & 10 & 9 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)4.$$

$$78. D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 & 3 & 9 \\ 5 & 0 & 6 & -4 & 3 \\ 7 & 6 & -5 & 7 & 2 \\ 3 & -4 & 7 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0,1 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)10.$$

$$79. D = \begin{bmatrix} 1,9 & 0,5 & -1,2 & 0,6 & 0,7 & 1,6 \\ 0,5 & 1,3 & 0,9 & 1,8 & 1,2 & 0,4 \\ -1,2 & 0,9 & 1,8 & 0,4 & 0,6 & 1,4 \\ 0,6 & 1,8 & 0,4 & 1,9 & 0,2 & -1,6 \\ 0,7 & 1,2 & 0,6 & 0,2 & 0,5 & 1,5 \\ 1,6 & 0,4 & 1,4 & -1,6 & 1,5 & 1,3 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}, k = 0(1)5.$$

$$80. D = \begin{bmatrix} 11 & 0,8 & 1,7 & 0,3 & 1,5 & 0,2 & 3,6 \\ 0,8 & 6,2 & 0,5 & 1,3 & 0,7 & 0,8 & 1,4 \\ 1,7 & 0,5 & 11,1 & 4,9 & 1,8 & -2,2 & -1,7 \\ 0,3 & 1,3 & 4,9 & 5,7 & 9,3 & 1,5 & 2,3 \\ 1,5 & 0,7 & 1,8 & 9,3 & 3,4 & 0,5 & 1,6 \\ 0,2 & 0,8 & -2,2 & 1,5 & 0,5 & 5,1 & 2,4 \\ 3,6 & 1,4 & -1,7 & 2,3 & 1,6 & 2,4 & 9,5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0(1)3.$$

Методом Крылова (10) найти собственные значения матриц:

$$81. A = \begin{bmatrix} 2,1 & -4,5 & -2 \\ 3 & 2,5 & 4,3 \\ -6 & 3,5 & 2,5 \end{bmatrix}.$$

$$82. A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0,4 \\ 3 & 0,36 & -0,5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$83. A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 6 & 5 \\ 7 & 10 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 7 & 9 & 10 \end{bmatrix}.$$

$$84. A = \begin{bmatrix} 1 & 0,2 & 0,04 & 0,008 \\ 1 & -0,6 & 0,36 & 0,216 \\ 1 & 0,8 & 0,64 & 0,512 \\ 1 & -0,4 & 0,16 & -0,064 \end{bmatrix}.$$

Методом Данилевского (11) найти собственные значения и соответствующие им векторы следующих матриц:

$$85. A = \begin{bmatrix} 0,255123 & 0,822450 & -0,064280 & 0,184773 \\ 0,822450 & 0,181031 & 0,140328 & -0,048661 \\ -0,064280 & -0,140328 & -0,220208 & 0,695908 \\ 0,184773 & -0,048661 & 0,695908 & 0,104195 \end{bmatrix}.$$

$$86. A = \begin{bmatrix} 0,346915 & -0,877791 & 0,033625 & 0,010275 \\ -0,877791 & 0,037104 & -0,081546 & 0,042925 \\ 0,033625 & -0,081546 & -0,093404 & -0,743226 \\ 0,010275 & 0,042925 & -0,743226 & -0,254397 \end{bmatrix}.$$

$$87. A = \begin{bmatrix} 0,184738 & -0,823333 & 0,016842 & -0,086509 \\ -0,823333 & -0,299067 & -0,040318 & -0,021202 \\ 0,016842 & -0,040318 & 0,178882 & -0,715463 \\ -0,086509 & -0,021202 & -0,715463 & -0,241781 \end{bmatrix}.$$

$$88. A = \begin{bmatrix} 0,472200 & -0,634640 & 0,042951 & 0,083298 \\ -0,634640 & -0,537618 & -0,220341 & -0,074237 \\ 0,042951 & -0,220341 & 0,400799 & 0,600256 \\ 0,083298 & -0,074237 & 0,600256 & -0,539341 \end{bmatrix}.$$

$$89. D = \begin{bmatrix} 1,3 & 0,4 & 0,5 \\ 0,4 & 1,3 & 0,3 \\ 0,5 & 0,3 & 1,3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)0,5.$$

$$90. D = \begin{bmatrix} 11,1 & 44,4 & 55,5 \\ 44,4 & 22,2 & 44,4 \\ 55,5 & 44,4 & 33,3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)13.$$

$$91. D = \begin{bmatrix} 1,5 & 1,6 & 1,7 & 1,8 \\ 1,6 & 2,5 & 1,2 & 1,3 \\ 1,7 & 1,2 & 3,5 & 1,4 \\ 1,8 & 1,3 & 1,4 & 4,5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)5.$$

$$92. D = \begin{bmatrix} 8,72 & 3,45 & 5,38 & 4,21 \\ 3,45 & 3,91 & 0,89 & 3,24 \\ 5,38 & 0,89 & 5,76 & 1,38 \\ 4,21 & 3,24 & 1,38 & 0,97 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$93. D = \begin{bmatrix} 2,1 & 0,8 & 0,2 & 1,5 & 1 \\ 0,8 & 1,0 & 2,3 & 6,6 & 3 \\ 0,2 & 2,3 & 1,4 & 2,8 & 1 \\ 1,5 & 6,6 & 2,8 & 3,1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)10.$$

$$94. D = \begin{bmatrix} 2,6 & -7,4 & 3 & 5 & 1,6 & 0,6 \\ -7,4 & 4,6 & 2 & 1 & 3,6 & -6,4 \\ 3 & 2 & 1,6 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 8,6 & 3 & 7 \\ 1,6 & 3,6 & 5 & 3 & 0,6 & 4 \\ 0,6 & -6,4 & 6 & 7 & 4 & 5,6 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{bmatrix}, k = 0(1)5.$$

$$95. D = \begin{bmatrix} 2 & 0,8 & 1,7 & 0,3 & 1,5 & 0,2 & -1,4 \\ 0,8 & 1,2 & 0,5 & 1,3 & 0,7 & 0,8 & 1,4 \\ 1,7 & 0,5 & 2,1 & 0,9 & 1,8 & -2,2 & -1,7 \\ 0,3 & 1,3 & 0,9 & 1,7 & 0,3 & 1,5 & 2,3 \\ 1,5 & 0,7 & 1,8 & 0,3 & -1,4 & 0,5 & 1,6 \\ 0,2 & 0,8 & -2,2 & 1,5 & 0,5 & 1,1 & 2,4 \\ -1,4 & 1,4 & -1,7 & 2,3 & 1,6 & 2,4 & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0(1)3.$$

96. Пользуясь методом Данилевского (11), составить характеристические уравнения матриц

$$D = \begin{bmatrix} 0,9 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 & 8 \\ 0 & 0,3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,8 & 0 \\ 0 & -0,8 & 0,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[k = 0(0,1)1.$$

Пользуясь методом Леверрье (12), определить коэффициенты характеристических уравнений следующих матриц:

$$97. A = \begin{bmatrix} 1,5 & -2 & 0,4 \\ 3 & 0,86 & -0,5 \\ 2 & 1,5 & 1,5 \end{bmatrix}.$$

$$98. A = \begin{bmatrix} 0,483030 & 0,510966 & 0,055323 & 0,344944 \\ 0,510966 & -0,617806 & -0,255666 & -0,072740 \\ 0,055323 & -0,255666 & 0,523533 & 0,491080 \\ 0,344944 & -0,072740 & 0,491080 & -0,554933 \end{bmatrix}.$$

$$99. A = \begin{bmatrix} 0,505237 & -0,364336 & 0,079993 & 0,431129 \\ -0,364336 & -0,559546 & -0,490851 & -0,071458 \\ 0,079993 & -0,490851 & 0,472347 & -0,368889 \\ 0,431129 & -0,071458 & -0,368889 & -0,627340 \end{bmatrix}.$$

Используя метод Леверрье с видоизменением Фаддеева (12), найти собственные значения и собственные векторы следующих матриц. Найти обратные матрицы для матриц 100—103.

$$100. A = \begin{bmatrix} 0,271645 & -0,063420 & 0,090256 & 0,709572 \\ -0,063420 & -0,345194 & -0,722861 & -0,077180 \\ 0,090256 & -0,722861 & 0,360199 & -0,052698 \\ 0,709572 & -0,077180 & -0,052698 & -0,447676 \end{bmatrix}.$$

$$101. A = \begin{bmatrix} -0,078589 & 0,264636 & 0,026244 & 0,770612 \\ 0,264636 & -0,040497 & -0,765021 & -0,069988 \\ 0,026244 & -0,765021 & 0,081177 & 0,264369 \\ 0,770612 & -0,069988 & 0,264369 & -0,134608 \end{bmatrix}.$$

$$102. A = \begin{bmatrix} 0,121330 & 0,090953 & 0,063058 & 0,785000 \\ 0,090953 & -0,214851 & -0,766293 & -0,080056 \\ 0,063058 & -0,766293 & 0,250514 & 0,077005 \\ 0,785000 & -0,080056 & 0,077005 & -0,324027 \end{bmatrix}.$$

$$103. A = \begin{bmatrix} -0,184467 & -0,418863 & 0,074087 & 0,691309 \\ -0,418863 & 0,155609 & -0,690186 & 0,007162 \\ 0,074087 & -0,690186 & -0,084532 & -0,404853 \\ 0,691309 & 0,007162 & -0,404853 & -0,023808 \end{bmatrix}.$$

$$104. D = \begin{bmatrix} 1,111 & 1,222 & 0,333 \\ 1,222 & 1,444 & 0,555 \\ 0,333 & 0,555 & 1,666 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1) 15.$$

$$105. D = \begin{bmatrix} 9,9 & 8,8 & 7,7 & 6,6 \\ 8,8 & 5,5 & 4,4 & 3,3 \\ 7,7 & 4,4 & 2,2 & 1,1 \\ 6,6 & 3,3 & 1,1 & 0,0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)10.$$

$$106. D = \begin{bmatrix} 5,7 & 2,1 & 4,8 & 1,2 \\ 2,1 & 0 & 1,5 & 0,8 \\ 4,8 & 1,5 & 3,6 & 0 \\ 1,2 & 0,8 & 0 & 5,1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)10.$$

$$107. D = \begin{bmatrix} 0 & 1,5 & 2 & 4 & 1,8 \\ 1,5 & 3 & -2,3 & 5,1 & 8 \\ 2 & -2,3 & 2 & -8 & -1,2 \\ 4 & 5,1 & -8 & 0 & 4 \\ 1,8 & 8 & -1,2 & 4 & -5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}, k = 0(1)10.$$

$$108. D = \begin{bmatrix} 1 & -2,1 & 0 & -3,2 & 0,8 & -1,9 \\ -2,1 & 0,4 & 1,3 & 4,5 & 2,4 & 1,7 \\ 0 & 1,3 & 2,6 & 1 & 2 & 4,3 \\ -3,2 & 4,5 & 1 & 3,3 & 2,7 & -5,1 \\ 0,8 & 2,4 & 2 & 2,7 & 0,8 & 1,7 \\ -1,9 & 1,7 & 4,3 & -5,1 & 1,7 & 0,9 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \\ 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0 \\ 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3 \end{bmatrix}, k = 0(1)5.$$

$$109. D = \begin{bmatrix} 0,23 & 2,11 & 3,72 & 2,03 & -0,98 & 1,23 & 0,75 \\ 2,11 & 0,65 & 1,82 & 0,45 & -3,27 & 0,98 & 1,52 \\ 3,72 & 1,82 & 0,99 & 1,82 & 3,05 & 2,28 & 2,44 \\ 2,03 & 0,45 & 1,82 & 0,65 & 1,51 & 1,72 & -3,91 \\ -0,98 & -3,27 & 3,05 & 1,51 & 0,32 & 1,52 & 0,74 \\ 1,23 & 0,98 & 2,28 & 1,72 & 1,52 & 0,88 & 1,79 \\ 0,75 & 1,52 & 2,44 & -3,91 & 0,74 & 1,79 & 1,11 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0(1)3.$$

Методом интерполяции (13) определить коэффициенты характеристического уравнения следующих матриц:

$$110. A = \begin{bmatrix} -0,356147 & -0,689921 & 0,066891 & 0,410584 \\ -0,689921 & 0,253173 & -0,406190 & 0,062097 \\ 0,066891 & -0,406190 & 0,250029 & 0,611294 \\ 0,410584 & 0,062097 & 0,611294 & 0,137145 \end{bmatrix}.$$

$$111. A = \begin{bmatrix} -0,031013 & -0,244493 & 0,078546 & 0,762015 \\ -0,244493 & -0,019278 & -0,773625 & -0,033825 \\ 0,078546 & 0,773625 & 0,074933 & -0,241277 \\ 0,762015 & -0,033825 & 0,241277 & 0,194371 \end{bmatrix}.$$

$$112. A = \begin{bmatrix} 0,290063 & -0,793546 & 0,029835 & 0,069869 \\ -0,793546 & -0,382990 & 0,077504 & 0,032665 \\ 0,029835 & -0,077504 & 0,248531 & 0,697272 \\ -0,069869 & 0,032665 & 0,697272 & -0,342839 \end{bmatrix}.$$

$$113. A = \begin{bmatrix} -0,325667 & 0,556907 & -0,038674 & 0,557708 \\ 0,556907 & 0,206584 & -0,557302 & -0,071276 \\ -0,038674 & -0,557302 & -0,163790 & 0,514345 \\ 0,557708 & -0,071276 & 0,514345 & 0,107644 \end{bmatrix}.$$

$$114. D = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 8 & 9 & -1 \\ 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0(1)5.$$

$$115. D = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, k = 0(0,1)1,5.$$

$$116. D = \begin{bmatrix} 0,8 & 5,1 & 2,3 & 7,6 \\ 5,1 & 4,1 & 3,8 & 0 \\ 2,3 & 3,8 & 5,2 & 1,5 \\ 7,6 & 0 & 1,5 & 8,1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)5.$$

$$117. D = \begin{bmatrix} 3,4 & 5,8 & 9,2 & 5,7 \\ 5,8 & 3,6 & 1,2 & 3,5 \\ 9,2 & 1,2 & 6,7 & 1,4 \\ 5,7 & 3,5 & 1,4 & 0,0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(0,1)1,5.$$

$$118. D = \begin{bmatrix} 6,3 & 8,2 & 1,1 & 4,2 & 5,3 \\ 8,2 & 7,9 & 2,4 & 3,3 & 2 \\ 1,1 & 2,4 & 0 & 1,5 & 9,1 \\ 4,2 & 3,3 & 1,5 & 3 & 0 \\ 5,3 & 2 & 9,1 & 0 & 7,1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)10.$$

$$119. D = \begin{bmatrix} 0,32 & -1,44 & 0,45 & 1,67 & 0,76 & 0,83 \\ -1,44 & 0,53 & 1,83 & 1,37 & 0,21 & 0,81 \\ 0,45 & 1,83 & 1,35 & -0,54 & 0,62 & 1,26 \\ 1,67 & 1,37 & -0,54 & 1,04 & 0,91 & -0,79 \\ 0,76 & 0,21 & 0,62 & 0,91 & 1,56 & 0,87 \\ 0,83 & 0,81 & 1,26 & -0,79 & 0,87 & 1,45 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}, k = 0(1)5.$$

$$120. D = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 & 6 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & -8 & 4 & 5 & -4 \\ 4 & 3 & 0 & 5 & -9 & 1 & 4 \\ 6 & -8 & 5 & 7 & 6 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & -9 & 6 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 2 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & -4 & 4 & -5 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0,2 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)3.$$

$$121. A = \begin{bmatrix} 6,214 & 2,180 & 3,184 \\ -1,351 & 8,224 & 5,224 \\ 2,489 & -0,459 & 4,299 \end{bmatrix}.$$

$$122. A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 9 & 27 \\ 1 & 5 & 26 & 125 \\ 1 & 4 & 16 & 65 \end{bmatrix}.$$

Найти методом вращения (14) λ_i и X_i матриц 123 — 125 с точностью 10^{-6} и матриц 126 — 133 с пятью верными цифрами.

$$123. A = \begin{bmatrix} -0,168700 & 0,353699 & 0,008540 & 0,733624 \\ 0,353699 & 0,056519 & -0,723182 & -0,076440 \\ 0,008540 & -0,723182 & 0,015938 & 0,342333 \\ 0,733624 & -0,076440 & 0,342333 & -0,045744 \end{bmatrix}.$$

$$124. A = \begin{bmatrix} 0,522210 & -0,572361 & 0,064652 & 0,177401 \\ -0,572361 & -0,567769 & -0,293492 & -0,067803 \\ 0,064652 & -0,293492 & 0,446261 & -0,549111 \\ 0,177401 & -0,067803 & -0,549111 & -0,596850 \end{bmatrix}.$$

$$125. A = \begin{bmatrix} 0,480356 & 0,432319 & 0,065252 & 0,429848 \\ 0,432319 & -0,620205 & -0,354667 & -0,080001 \\ 0,065252 & -0,354667 & 0,537108 & 0,424857 \\ 0,429848 & -0,080001 & 0,424857 & -0,571223 \end{bmatrix}.$$

$$126. D = \begin{bmatrix} 0,72 & 0,45 & 0,38 \\ 0,45 & 0,91 & 0,56 \\ 0,38 & 0,56 & 0,12 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,1 & 1 & 0 \\ 1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)7.$$

$$127. D = \begin{bmatrix} 1,4 & 1,2 & -1,3 \\ 1,2 & 0,9 & 0,4 \\ -1,3 & 0,4 & 0,8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)7.$$

$$128. D = \begin{bmatrix} 0,8832 & -1,5564 & -1,3245 \\ -1,5564 & 0,9911 & -1,2518 \\ -1,3245 & -1,2518 & 0,9738 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)7.$$

$$129. D = \begin{bmatrix} -25 & 38 & 15 & 16 \\ 38 & 49 & -18 & 0 \\ 15 & -18 & 19 & 21 \\ 16 & 0 & 21 & -5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)5.$$

$$130. D = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 & 7 \\ -3 & 9 & 11 & 13 \\ 5 & 11 & 15 & -17 \\ 7 & 13 & -17 & 19 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix},$$

$$k = 0(1)15.$$

$$131. D = \begin{bmatrix} 0,32 & 0,87 & 0,63 & 0,38 & 0,51 \\ 0,87 & 0,63 & 0,78 & 0,91 & 0,25 \\ 0,63 & 0,78 & 0,18 & 0,29 & 0,63 \\ 0,38 & 0,91 & 0,29 & 0,72 & 0,46 \\ 0,51 & 0,25 & 0,63 & 0,46 & 0,15 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, k = 0(1)10.$$

$$132. D = \begin{bmatrix} 4,11 & 5,32 & 1,97 & -2,88 & 1,44 & 2,65 \\ 5,32 & 3,11 & -4,24 & 3,21 & 2,34 & 1,46 \\ 1,97 & -4,24 & 2,64 & 1,03 & 5,02 & -4,58 \\ -2,88 & 3,21 & 1,03 & 4,33 & 3,72 & 1,26 \\ 1,44 & 2,34 & 5,02 & 3,72 & 4,98 & -5,04 \\ 2,65 & 1,46 & -4,58 & 1,26 & -5,04 & 3,33 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k = 0(1)5.$$

$$133. D = \begin{bmatrix} 21,1 & -24,4 & -11,3 & 17,4 & 15,3 & 20,1 & 25,2 \\ -24,4 & 15,4 & 16,2 & 14,3 & 10,1 & -19,5 & 18,8 \\ -11,3 & 16,2 & 25,1 & -30,3 & 27,4 & 16,3 & 24,4 \\ 17,4 & 14,3 & -30,3 & 18,2 & 28,1 & 31,5 & 10,8 \\ 15,3 & 10,1 & 27,4 & 28,1 & 13,9 & 14,9 & 11,3 \\ 20,1 & -19,5 & 16,3 & 31,5 & 14,9 & 15,8 & 20,8 \\ 25,2 & 18,8 & 24,4 & 10,8 & 11,3 & 20,8 & 17,8 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad k = 0(1)3.$$

Задачи 134—146. Пользуясь степенным методом (15), определить λ_1 и соответствующий ему вектор матриц 110—113 с точностью 10^{-6} и матриц 114—122 с пятью верными цифрами.

Литература

1. И. С. Березин и Н. П. Жидков. Методы вычислений, т. II, гл. VI и VIII. М., 1960.
2. В. В. Воеводин. Численные методы алгебры (теория и алгоритмы). М., 1966.
3. Д. К. Фаддеев и В. Н. Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры. М., 1963.

Глава III

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Даже для простейших обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка не всегда удастся найти точное решение. Поэтому большое распространение получили приближенные методы решения дифференциальных уравнений.

Численные методы решения дифференциальных уравнений позволяют найти решение в виде таблицы для некоторой последовательности значений аргумента, причем каждое очередное значение вычисляется с помощью одного или нескольких предыдущих значений решения и его производных. Формулы численного интегрирования дифференциальных уравнений не являются точными и на каждом шаге вычислений дают некоторую погрешность, зависящую от метода, шага интегрирования и свойств искомого решения.

В ответах к задачам данной главы приводятся значения искоемых решений лишь в некоторых точках отрезка интегрирования.

§ 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Дано дифференциальное уравнение

$$y' = f(x, y) \quad (a)$$

при начальном условии

$$y(x_0) = y_0.$$

Численно решить уравнение (a) — это значит в некоторых точках x_1, x_2, \dots, x_n ($x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$) найти приближения y_1, y_2, \dots, y_n для значений точного решения $y(x_1), y(x_2), \dots, y(x_n)$.

Приведем расчетные формулы некоторых численных методов решения уравнения (a).

Заметим, что все рассматриваемые здесь методы, за исключением метода Адамса (7) и метода последовательных приближений (8),

позволяют вести интегрирование с переменным шагом. Изменение же шага в методах Адамса и последовательных приближений требует пересчета предыдущих результатов.

1. Разложение в ряд Тейлора

Если существует разложение искомой функции $y = y(x)$ по формуле Тейлора в окрестности $x = x_0$, то

$$y(x) = \sum_{i=0}^m \frac{y^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$

с погрешностью

$$R_m = \frac{y^{(m+1)}(\xi)}{(m+1)!} (x - x_0)^{m+1}, \quad \xi = x_0 + \Theta(x - x_0) \quad (0 < \Theta < 1).$$

Выбирать m следует так, чтобы $|R_m|$ был меньше допустимой погрешности приближенного решения.

Производные $y^{(i)}(x_0)$ находятся последовательным дифференцированием исходного уравнения (а) (с учетом начальных условий). В частности,

$$y'(x_0) = f(x_0, y_0);$$

$$y''(x_0) = f'_x(x_0, y_0) + f'_y(x_0, y_0) y'(x_0);$$

$$y'''(x_0) = f''_{x^2}(x_0, y_0) + 2f''_{xy}(x_0, y_0) y'(x_0) + f''_{y^2}(x_0, y_0) y'^2(x_0) + \\ + f'_y(x_0, y_0) y''(x_0);$$

.....

Этот метод используется для построения начала таблицы (см. замечание 1 к методу (7)).

2. Метод Эйлера

Приближенные значения y_{k+1} определяются по формуле

$$y(x_k + h) \approx y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k),$$

погрешность которой R_k имеет порядок h^2

$$R_k = \frac{h^2}{2} y''(\xi) \quad (x_k \leq \xi \leq x_{k+1}).$$

3. Усовершенствованный метод Эйлера

Сначала вычисляются промежуточные значения

$$x_{k+\frac{1}{2}} = x_k + \frac{h}{2};$$

$$y_{k+\frac{1}{2}} = y_k + \frac{h}{2} f(x_k, y_k).$$

Затем находится

$$y_{k+1} = y_k + hf\left(x_k + \frac{1}{2}, y_k + \frac{1}{2}\right).$$

Этот метод имеет несколько большую точность, чем метод Эйлера (2).

4. Усовершенствованный метод Эйлера — Коши

Первоначально вычисляется грубое значение $y_{k+1}^{(0)}$

$$y_{k+1}^{(0)} = y_k + hf(x_k, y_k),$$

которое затем уточняется по формуле

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{2}h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1})].$$

Погрешность этого метода на каждом шаге имеет порядок h^3 .

5. Усовершенствованный метод Эйлера — Коши с итерационной обработкой

Вычисляется грубое приближение $y_{k+1}^{(0)}$

$$y_{k+1}^{(0)} = y_k + hf(x_k, y_k),$$

которое затем уточняется по следующей итерационной формуле:

$$y_{k+1}^{(i)} = y_k + \frac{h}{2} [f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1}^{(i-1)})] \quad (i = 1, 2, \dots).$$

Итерацию продолжают до тех пор, пока в пределах требуемой точности два последовательных приближения $y_{k+1}^{(i-1)}$ и $y_{k+1}^{(i)}$ не совпадут. После чего $y_{k+1}^{(i)}$ принимается за приближенное значение $y(x_{k+1})$. Однако не всегда $y_{k+1}^{(i)}$ будет совпадать с $y(x_{k+1})$ в пределах требуемой точности, так как предел последовательности $y_{k+1}^{(i)}$ может отличаться от $y(x_{k+1})$. Это обстоятельство иллюстрируется примерами, содержащимися в задачнике.

Этот метод дает на каждом шаге погрешность порядка h^3 .

6. Метод Рунге — Кутта

Формулы Рунге — Кутта третьего порядка:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3);$$

$$k_1 = hf(x_k, y_k);$$

$$k_2 = hf\left(x_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_1\right);$$

$$k_3 = hf\left(x_k + h, y_k - k_1 + 2k_2\right).$$

Формулы Рунге — Кутта четвертого порядка:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4);$$

$$k_1 = hf(x_k, y_k);$$

$$k_2 = hf\left(x_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_1\right);$$

$$k_3 = hf\left(x_k + \frac{1}{2}h, y_k + \frac{1}{2}k_2\right);$$

$$k_4 = hf(x_k + h, y_k + k_3).$$

При вычислениях по приведенным формулам сначала последовательно находятся k_1, k_2, \dots , а затем определяется y_{k+1} .

Формулы Рунге — Кутта m -го порядка ($m > 2$) имеют погрешность порядка h^{m+1} .

7. Метод Адамса

Введем обозначения

$$f_k = f(x_k, y_k), \quad \Delta^p f_k = \Delta^{p-1} f_k - \Delta^{p-1} f_{k-1}, \quad \Delta^0 f_k = f_k \\ (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Экстраполяционная формула Адамса

$$y_{k+1} = y_k + h \sum_{p=0}^r \beta_p \Delta^p f_k.$$

Ее погрешность

$$R_k = \beta_{r+1} h^{r+2} y^{(r+1)}(\xi) \quad (x_{k-r} \leq \xi \leq x_k).$$

Значения первых шести коэффициентов β_p :

$$\beta_0 = 1;$$

$$\beta_1 = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$\beta_2 = \frac{5}{12} = 0,41(6);$$

$$\beta_3 = \frac{3}{8} = 0,375;$$

$$\beta_4 = \frac{251}{720} = 0,3486(1);$$

$$\beta_5 = \frac{95}{288} = 0,32986(1).$$

Интерполяционная формула Адамса

$$y_{k+1}^* = y_k + h \sum_{p=0}^r \beta_p^* \Delta^p f_{k+1}.$$

Ее погрешность

$$R_k^* = \beta_{r+1}^* h^{r+2} y^{(r+1)}(\eta) \quad (x_{k-r+1} \leq \eta \leq x_{k+1}).$$

Для нахождения значения $f_{k+1} = f(x_{k+1}, y_{k+1})$ используется y_{k+1} , полученное по экстраполяционной формуле. Интерполяционная формула Адамса используется для уточнения значения y_{k+1} ; y_{k+1}^* — более точное по сравнению с y_{k+1} значение решения $y(x)$ в точке $x = x_{k+1}$.

Значения первых шести коэффициентов β_p^* :

$$\beta_0^* = 1;$$

$$\beta_1^* = -\frac{1}{2} = -0,5;$$

$$\beta_2^* = -\frac{1}{12} = -0,08(3);$$

$$\beta_3^* = -\frac{1}{24} = -0,041(6);$$

$$\beta_4^* = -\frac{19}{720} = -0,0263(8);$$

$$\beta_5^* = -\frac{3}{160} = -0,01875.$$

З а м е ч а н и я. 1. Для вычисления $\Delta^r f_k$ необходимо каким-либо методом найти значения $y_k, y_{k-1}, \dots, y_{k-r}$. Часто для этого используется метод Рунге — Кутта (6) и метод последовательных приближений (8).

2. Значение r выбирается равным порядку практически постоянных в пределах заданной точности разностей $\Delta^p f_k$.

3. Если r фиксировано, то экстраполяционная и интерполяционная формулы приводятся к виду

$$y_{k+1} = y_k + h \sum_{p=0}^r \alpha_p f_{k-p};$$

$$y_{k+1}^* = y_k + h \sum_{p=0}^r \alpha_p^* f_{k+1-p}.$$

Это модифицированные или ординатные формулы Адамса.

Приведем значения коэффициентов α_p и α_p^* для $r = 3$:

$$\alpha_0 = \frac{55}{24} = 2,291(6),$$

$$\alpha_0^* = \frac{3}{8} = 0,375,$$

$$\alpha_1 = -\frac{59}{24} = -2,458(3),$$

$$\alpha_1^* = \frac{19}{24} = 0,791(6),$$

$$\alpha_2 = \frac{37}{24} = 1,541(6),$$

$$\alpha_2^* = -\frac{5}{24} = -0,208(3),$$

$$\alpha_3 = -\frac{3}{8} = -0,375;$$

$$\alpha_3^* = \frac{1}{24} = 0,041(6).$$

8. Метод последовательных приближений

Этот метод используется для построения начала таблицы (см. замечание 1 к методу (7)).

Формулы метода последовательных приближений:

$$y_1 = y_0 + h \{f_0 + \beta_1 \Delta f_1 + \gamma_2^{(1)} \Delta^2 f_2 + \gamma_3^{(1)} \Delta^3 f_3 + \dots + \gamma_r^{(1)} \Delta^r f_r\};$$

$$y_2 = y_1 + h \{f_1 + \beta_1 \Delta f_1 + \beta_2 \Delta^2 f_2 + \gamma_3^{(2)} \Delta^3 f_3 + \dots + \gamma_r^{(2)} \Delta^r f_r\};$$

$$y_3 = y_2 + h \{f_2 + \beta_1 \Delta f_2 + \beta_2 \Delta^2 f_2 + \beta_3 \Delta^3 f_3 + \dots + \gamma_r^{(3)} \Delta^r f_r\};$$

$$\dots$$

$$y_r = y_{r-1} + h \{f_{r-1} + \beta_1 \Delta f_{r-1} + \beta_2 \Delta^2 f_{r-1} + \beta_3 \Delta^3 f_{r-1} + \dots + \beta_r \Delta^r f_r\},$$

где β_i — коэффициенты экстраполяционной формулы Адамса, r — порядок практически постоянных в пределах заданной точности разностей. Разностями выше r -го порядка пренебрегают.

Значения коэффициентов $\gamma_k^{(i)}$:

$$\gamma_2^{(1)} = -\frac{1}{12} = -0,08(3);$$

$$\gamma_3^{(1)} = \frac{1}{24} = 0,041(6);$$

$$\gamma_4^{(1)} = -\frac{19}{720} = -0,0263(8);$$

$$\gamma_5^{(1)} = \frac{27}{1440} = 0,01875;$$

.....

$$\gamma_3^{(2)} = -\frac{1}{24} = -0,041(6);$$

$$\gamma_4^{(2)} = \frac{11}{720} = 0,0152(7);$$

$$\gamma_5^{(2)} = -\frac{11}{1440} = -0,00763(8);$$

.....

$$\gamma_4^{(3)} = -\frac{19}{720} = -0,0263(8);$$

$$\gamma_5^{(3)} = \frac{11}{1440} = 0,00763(8);$$

.....

$$\gamma_5^{(4)} = -\frac{27}{1440} = -0,01875;$$

.....

По этому методу сначала вычисляются приближенно значения y_1, y_2, \dots, y_r . Причем y_1 находят по первой формуле, оставляя в ней лишь два слагаемых; y_2 находят по второй формуле, ограничиваясь тремя слагаемыми, и т. д. Далее проводится итерационный процесс до тех пор, пока в пределах заданной точности не совпадут y_1, y_2, \dots, y_r , полученные на последнем и предпоследнем этапах.

Значения y_1, y_2, \dots, y_r , полученные на последнем этапе, принимаются за окончательный результат.

1. Решить графически [5] данные уравнения при указанных начальных условиях на отрезке $[0, 1]$. Изоклины проводить примерно через $10-20^\circ$. В задачах а, г — е сравнить значение решения при $x = 1$, снятое с графика, с точным:

а) $y' = x + y, y(0) = 1$;

б) $y' = x - y^2, y(0) = 1$;

в) $y' = y^2 - 3x^2 - 1, y(0) = 1$;

г) $y' = xy + 1, y(0) = 0$;

д) $y' = -axy, y(0) = 1, a = 0,2(0,2) 1$;

е) $y' = y + a, y(0) = 1, a = 1(1) 5$;

ж) $y' = \frac{a - xy}{x^2 + y^2 + k}, y(0) = 0, a = 0,6(0,1) 0,9; k = 0,6(0,1) 0,9$.

2. Разложить в окрестности нуля функцию $y(x)$, являющуюся решением уравнения

$$y' = x + y, y(0) = 1,$$

по формуле Тейлора (1) и найти приближенное решение при $x = \pm 0,1; \pm 0,2$.

3. То же для уравнений:

а) $y' = x - y, y(0) = 0$;

б) $y' = y - \frac{2x}{y}, y(0) = 1$;

в) $(1 + x)y' - ay = 0, y(0) = 1, a = 1(1) 5$.

4. Методом разложения в ряд Тейлора (1) найти на отрезке $[0; 0,2]$ с шагом $h = 0,05$ численные решения следующих уравнений при указанных начальных условиях. В разложении по формуле Тейлора ограничиться четырьмя членами:

а) $y' = y - x, y(0) = 2$;

б) $y' = -2xy^2, y(0) = 1$.

5. То же при $h = -0,025$ на отрезке $[-0,1; 0]$ для уравнений:

а) $y' = xy + 1, y(0) = 0$;

б) $y' = -axy, y(0) = 1, a = 0,2(0,2) 1$.

6. Численно решить на отрезке $[0; 0,4]$ с шагом $h = 0,1$ следующие уравнения по методу разложения в ряд Тейлора (1). Решения получить с пятью верными цифрами:

а) $y' = 1 - y^2, y(0) = 0$;

б) $y' = 0,5y^2 + x^2, y(0) = -1$.

7. То же при $h = -0,05$ на отрезке $[-0,2; 0]$ для уравнений:

а) $y' = x + x^2 + y^2, y(0) = 0$;

б) $y' = y + a, y(0) = 1, a = 1(1) 5$.

8. Применяя метод Эйлера (2), численно решить данные уравнения при указанных начальных условиях на отрезке $[0,1]$ с шагом $h=0,1$:

а) $y' = 1 + ay \sin x - ky^2$, $y(0) = 0$;

$a = 0,2$ (0,2) 1, $k = 1$ (0,25) 2;

б) $y' = \cos(ax + y) + k(x - y)$, $y(0) = 0$;

$a = 1$ (0,25) 2, $k = 0,5$ (0,25) 1,5;

в) $y' = 1 - \sin(ax + y) + \frac{ky}{2+x}$, $y(0) = 0$;

$a = 1$ (0,25) 2, $k = -0,3$ (0,2) 0,5;

г) $y' = \frac{\cos y}{a+x} + ky^2$, $y(0) = 0$;

$a = 1$ (0,25) 2, $k = -0,5$ (0,2) 0,3;

д) $y' = -y^2 + \frac{\alpha x}{1+x^2}$, $y(0) = -0,4122$;

$\alpha = 2,5 + \frac{a}{40}$, $a = 14$ (1) 37.

9. Тем же методом (2) решить на отрезке $[0,1]$:

а) уравнение 8в с шагом $h = 0,05$;

б) уравнение 8д с шагом $h = 0,2$.

10. Пользуясь усовершенствованным методом Эйлера (3), численно решить на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$ уравнения из задачи 8.

11. Тем же методом (3) решить на отрезке $[0,1]$:

а) уравнение 8в с шагом $h = 0,05$;

б) уравнение 8д с шагом $h = 0,2$.

12. Численно решить уравнения из задачи 8 на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$ усовершенствованным методом Эйлера — Коши (4).

13. Тем же методом (4) решить на отрезке $[0,1]$:

а) уравнение 8в с шагом $h = 0,05$;

б) уравнение 8д с шагом $h = 0,2$.

14. Усовершенствованным методом Эйлера — Коши с итерационной обработкой (5) численно решить с точностью 10^{-4} на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$ уравнения из задачи 8.

15. Тем же методом (5) решить с точностью 10^{-4} на отрезке $[0,1]$:

а) уравнение 8в с шагом $h = 0,05$;

б) уравнение 8д с шагом $h = 0,2$.

16. Пользуясь формулами Рунге — Кутта третьего порядка (6), численно решить на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$ данные уравнения при указанных начальных условиях:

- а) $y' = \frac{a - x + y^2}{1 + ky + x^2}$, $y(0) = 0$;
 $a = 0,5 (0,25) 1,5$, $k = 1 (0,25) 2$;
- б) $y' = \frac{3y^2 + ay + 1}{kxy + 4}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (0,25) 2$, $k = 10 (2,5) 20$;
- в) $y' = \frac{axy + 1}{ky^2 + 4}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (0,5) 3$, $k = 10 (2,5) 20$;
- г) $y' = \frac{ay^3 + 1}{ky - x + 5}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (1) 5$, $k = 10 (2,5) 20$.

17. Тем же методом (6) решить на отрезке $[0,1]$:

- а) уравнение 16а с шагом $h = 0,05$;
 б) уравнение 16г с шагом $h = 0,05$.

18. Пользуясь формулами Рунге—Кутты четвертого порядка (6), численно решить на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$ данные уравнения при указанных начальных условиях:

- а) $y' = \frac{a - x^2 - y^2}{k + x^2 + xy}$, $y(0) = 0$;
 $a = 0,4 (0,4) 2,0$, $k = 1 (0,25) 2$;
- б) $y' = \frac{ay^2 + x^2 + 2}{ky + x + 4}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (0,5) 3$, $k = 10 (2,5) 20$;
- в) $y' = \frac{axy^2 + 1}{ky^2 + x + 4}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (1) 5$, $k = 10 (2,5) 20$;
- г) $y' = \frac{1 - ax^2 - y^2}{k - xy}$, $y(0) = 0$;
 $a = 1 (0,5) 3$, $k = 1 (0,5) 3$.

19. Тем же методом (6) решить на $[0,1]$:

- а) уравнение 18б с шагом $h = 0,05$;
 б) уравнение 18г с шагом $h = 0,05$.

20. Пользуясь формулами Рунге—Кутты четвертого порядка (6), найти с точностью 10^{-5} решения следующих уравнений в точке $x = 1$. Начальные условия задаются. Шаг интегрирования h , обеспечивающий требуемую точность, выбирать в процессе вычислений из сравнения результатов, полученных с h и $\frac{h}{2}$. В случае необходимости шаг h должен быть уменьшен или увеличен [4]:

- а) $y' = \frac{a(1 - y^2)}{(1 + k)x^2 + y^2 + 1}$, $y(0) = 0$;

$$a = 0,5 (0,2) 1,3, \quad k = 1 (0,25) 2;$$

$$\text{б) } y' = \frac{a + x^2 + y^2}{1 + kx + y^2}, \quad y(0) = 0;$$

$$a = -2 (0,5) 0, \quad k = 0 (0,5) 2;$$

$$\text{в) } y' = a - x + y^2, \quad y(0) = 0;$$

$$a = 0,5 (0,25) 1,5;$$

$$\text{г) } y' = -y^2 + \frac{ax}{1 + x^2}, \quad y(0) = -0,4122;$$

$$\alpha = 2,5 + \frac{a}{40}, \quad a = 14 (1) 38.$$

21. Применяя метод последовательных приближений (8), найти с точностью 10^{-5} и шагом $h = 0,05$ решения следующих дифференциальных уравнений. Начальные условия задаются:

$$\text{а) } y' = -\frac{a(y+x)^k}{a(y+x)^k + 1}, \quad y(0) = 0;$$

$$a = 1 (0,3) 1,6, \quad k = 1 (1) 4;$$

$$\text{б) } y' = -axy, \quad y(0) = 1;$$

$$a = 0,2 (0,2) 2;$$

$$\text{в) } y' = \frac{ax^{a-1}y^k}{1 - kx^a y^{k-1}}, \quad y(2) = 2;$$

$$a = 2 (0,2) 2,8, \quad k = 2,5 (0,1) 2,9.$$

22. Продолжить на десять шагов численные решения указанных ниже уравнений с помощью экстраполяционной формулы Адамса (7):

а) уравнение 21а;

б) уравнение 21в.

23. Продолжить на десять шагов численные решения указанных ниже уравнений с помощью интерполяционной формулы Адамса (7):

а) уравнение 16а;

б) уравнение 18б;

в) уравнение 18в;

г) уравнение 21б;

В задачах 24, 25 начало таблицы построить одним из методов (1), (6), (8).

24. Для решения следующих уравнений применить ординатные формулы Адамса (7) для $r = 3$. Интегрирование довести до точки $x = d$. Шаг интегрирования h выбрать так, чтобы обеспечить получение результатов с точностью ε . Начальные условия, значение d и точность ε задаются:

$$\text{а) } y' = \frac{ay + x^2 + 1}{ky^2 + xy + 4}, \quad y(0) = 0; \quad d = 1; \quad \varepsilon = 10^{-5};$$

$$a = 1 (0,5) 3, \quad k = 10 (2,5) 20;$$

$$б) y' = -\frac{y}{x} - \frac{2y^2}{a} \ln x, y(1) = 1; d = 2; \varepsilon = 10^{-4};$$

$$a = 0,5(0,25)6,5;$$

$$в) y' = \frac{1}{a \cos x} - y \operatorname{tg} x, y(0) = 1; d = 1; \varepsilon = 10^{-4};$$

$$a = 0,2(0,01)0,44.$$

25. Численно решить следующие дифференциальные уравнения с точностью 10^{-5} на отрезке $[b, d]$, пользуясь методом Адамса (7). Начальные условия задаются:

$$а) y' = \frac{xy^3}{a} - y, y(0) = 1; b = 0; d = 1;$$

$$a = 1(0,5)13;$$

$$б) y' = \frac{y^2 e^x}{a} - 2y, y(0) = 1; b = 0; d = 1;$$

$$a = 1(0,5)13;$$

$$в) y' = \frac{a}{x - y^2}, y(1) = 0; b = 1; d = 2;$$

$$a = -1,1(0,1)0,1.$$

§ 2. Системы дифференциальных уравнений первого порядка

Дана система n уравнений первого порядка

$$y'_i = f_i(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (б)$$

и начальные условия

$$y_1(x_0) = y_{10}, y_2(x_0) = y_{20}, \dots, y_n(x_0) = y_{n0}. \quad (в)$$

Для нахождения численного решения системы (б) с начальными условиями (в) вычисляют для некоторых значений аргумента x_1, x_2, \dots, x_N ($x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N$) значения функций $y_1(x)$, $y_2(x)$, \dots , $y_n(x)$, являющиеся искомым решением, т. е. составляют n таблиц

$$\{y_i(x_1), \dots, y_i(x_N)\} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

К данной задаче применимы все методы, рассмотренные в § 1, для решения одного уравнения первого порядка, если в формулах заменить y_k на y_{ik} ($y_{ik} = y_i(x_k)$) и f_k на f_{ik} ($f_{ik} = f_i(x_k, y_{1k}, y_{2k}, \dots, y_{nk})$). Например, расчетная формула метода Эйлера (2) для систем записывается так

$$\{y_{i(k+1)} = y_{ik} + hf_{ik}\} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

26. Численно решить с заданной точностью на отрезке $[0,1]$

следующие системы дифференциальных уравнений. Начальные условия задаются: *

$$\text{а) } \begin{cases} y_1' = -xy_2; \\ y_2' = \frac{y_1}{x}, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = 1.$$

Результаты получить с точностью 10^{-5} ;

$$\text{б) } \begin{cases} y_1' = (y_2 - y_1)x; \\ y_2' = (y_2 + y_1)x, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1.$$

Результаты получить с точностью 10^{-4} ;

$$\text{в) } \begin{cases} y_1' = y_2 - y_3; \\ y_2' = y_1 + y_2; \\ y_3' = y_1 + y_3, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 2, \quad y_3(0) = 3.$$

Результаты получить с точностью 10^{-5} ;

$$\text{г) } \begin{cases} y_1' = y_2 + y_3; \\ y_2' = y_1 + y_3; \\ y_3' = y_1 - y_2, \end{cases}$$

$$y_1(0) = -1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(0) = 0.$$

Результаты получить с точностью 10^{-5} ;

$$\text{д) } \begin{cases} y_1' = ay_1 - y_2; \\ y_2' = y_1 + ay_2, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1; \quad a = 0, 0,1) 2,3.$$

Результаты получить с пятью верными цифрами;

$$\text{е) } \begin{cases} y_1' = -y_1y_2 + \frac{\sin x}{x}; \\ y_2' = -y_2^2 + \frac{\alpha x}{1+x^2}, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = -0,4122; \quad \alpha = 2,5 + \frac{a}{40}, \quad a = 25(1) 48.$$

* Для систем 26 в — д, з, и, л легко находятся точные решения. Поэтому можно сравнить полученные значения с точными.

Результаты получить с точностью 10^{-4} ;

$$\text{ж)} \begin{cases} y_1' = y_2 - (ay_1 + ky_2)y_1; \\ y_2' = e^{y_1} - (y_1 + ay_2)y_1, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0;$$

$$a = 2(0,25)3, \quad k = 0,25(0,25)1,25.$$

Результаты получить с точностью 10^{-5} ;

$$\text{з)} \begin{cases} y_1' = y_2 - ky_3; \\ y_2' = ay_3 - y_1; \\ y_3' = ky_1 - ay_2, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(0) = 1;$$

$$a = 1(0,25)2, \quad k = 1(0,25)2.$$

Результаты получить с точностью 10^{-4} ;

$$\text{и)} \begin{cases} y_1' = 0,25 \frac{k}{a} (y_2 - y_3); \\ y_2' = 0,75 \frac{a}{k} (y_3 - y_1); \\ y_3' = ak(y_1 - y_2), \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0, \quad y_3(0) = 0,1;$$

$$a = 1(0,1)1,4, \quad k = 1,5(0,2)2,3.$$

Результаты получить с точностью 10^{-5} ;

$$\text{к)} \begin{cases} y_1' = \frac{k-a}{a} y_2 y_3; \\ y_2' = \frac{a+k}{k} y_1 y_3; \\ y_3' = \frac{a-k}{a} y_1 y_2, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(0) = 1;$$

$$a = 1(0,25)2, \quad k = 2(0,25)3.$$

Результаты получить с точностью 10^{-4} ;

$$\text{л)} \begin{cases} y_1' = ay_1 - y_2 + y_3; \\ y_2' = y_1 + ky_2 - y_3; \\ y_3' = -y_1 + y_2 + ay_3, \end{cases}$$

$$y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(0) = 1;$$

$$a = 1(0,3)2,2, \quad k = 1,25(0,25)2,25.$$

Результаты получить с пятью значащими цифрами.

§ 3. Дифференциальные уравнения второго порядка

Дано дифференциальное уравнение

$$y'' = f(x, y, y') \quad (\Gamma)$$

и начальные условия

$$y(x_0) = y_0, \quad y'(x_0) = y'_0. \quad (\Delta)$$

Для нахождения численного решения этой задачи требуется составить таблицу значений функции $y = y(x)$, являющейся искомым решением, для некоторой последовательности значений аргумента $x_1, \dots, x_n (x_0 < x_1 < \dots < x_n)$. Иногда требуют также составления таблицы производной $y'(x)$.

9. Метод приведения к системам уравнений первого порядка

Введем обозначение

$$y' = z.$$

Решение дифференциального уравнения (Г) с начальными условиями (Д) сводится к решению следующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с указанными начальными условиями:

$$\begin{cases} y' = z; \\ z' = f(x, y, z), \\ y(x_0) = y_0, \quad z(x_0) = y'_0. \end{cases}$$

10. Метод Рунге — Кутты

Схема Рунге — Кутта с четырьмя подстановками, имеющая погрешность порядка h^5 :

	x	$v_0 = y$	$v_1 = hy'$	$k = \frac{h^2}{2} f(x, v_0, \frac{v_1}{h})$
1	x_0	v_{00}	v_{10}	k_1
2	$x_0 + \frac{h}{2}$	$v_{00} + \frac{1}{2} v_{10} + \frac{1}{4} k_1$	$v_{10} + k_1$	k_2
3	$x_0 + \frac{h}{2}$	$v_{00} + \frac{1}{2} v_{10} + \frac{1}{4} k_1$	$v_{10} + k_2$	k_3
4	$x_0 + h$	$v_{00} + v_{10} + k_3$	$v_{10} + 2k_3$	k_4
6	$x_1 = x_0 + h$	$v_{01} = v_{00} + v_{10} + k^{(0)}$	$v_{11} = v_{10} + k^{(1)}$	
5	$k^{(0)} = \frac{1}{3} (k_1 + k_2 + k_3), \quad k^{(1)} = \frac{1}{3} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$			

11. Метод конечных разностей

Экстраполяционные формулы Фалькнера:

$$y_{k+1} = y_k + hy'_k + \frac{1}{2} h^2 \left\{ f_k + \frac{1}{3} \Delta f_k + \frac{1}{4} \Delta^2 f_k + \frac{19}{90} \Delta^3 f_k + \right. \\ \left. + \frac{3}{16} \Delta^4 f_k + \frac{863}{5040} \Delta^5 f_k + \dots \right\}; \\ y'_{k+1} = y'_k + h \left\{ f_k + \frac{1}{2} \Delta f_k + \frac{5}{12} \Delta^2 f_k + \frac{3}{8} \Delta^3 f_k + \right. \\ \left. + \frac{251}{720} \Delta^4 f_k + \frac{95}{288} \Delta^5 f_k + \dots \right\}.$$

Интерполяционные формулы Фалькнера:

$$y_{k+1}^* = y_k + hy'_k + \frac{h^2}{2} \left\{ f_{k+1} - \frac{2}{3} \Delta f_{k+1} - \frac{1}{12} \Delta^2 f_{k+1} - \frac{7}{180} \Delta^3 f_{k+1} - \right. \\ \left. - \frac{17}{720} \Delta^4 f_{k+1} - \frac{41}{2520} \Delta^5 f_{k+1} - \dots \right\}; \\ (y_{k+1}^*)' = y'_k + h \left\{ f_{k+1} - \frac{1}{2} \Delta f_{k+1} - \frac{1}{12} \Delta^2 f_{k+1} - \frac{1}{24} \Delta^3 f_{k+1} - \right. \\ \left. - \frac{19}{720} \Delta^4 f_{k+1} - \frac{3}{160} \Delta^5 f_{k+1} - \dots \right\}.$$

При использовании данных разностных формул следует поступать так же, как в методе Адамса (7).

27. Решить численно следующие дифференциальные уравнения второго порядка с точностью 10^{-5} на отрезке $[0,1]$. Начальные условия задаются:

а) $y'' = \cos^2(2y) - kx^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = a$;

$a = -0,3(0,2)0,5$, $k = 0,3(0,1)0,7$;

б) $y'' = 1 + (1-x)\sin^2(ky) - \frac{3}{2}x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = a$;

$a = -0,3(0,2)0,5$, $k = 1,6(0,2)2,4$;

в) $y'' = \cos(3xy) - kx^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = a$;

$a = -0,3(0,2)0,5$, $k = 0,7(0,1)1,1$;

г) $y'' = 1 - k\sin(3xy)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = a$;

$a = -0,3(0,2)0,5$, $k = 0,8(0,1)1,2$;

д) $y'' = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{2}\sin(ky)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = a$;

$a = -0,3(0,2)0,5$, $k = 0,5(0,1)0,9$;

$$е) y'' = \frac{x}{1+x} + \cos(ky) - x, y(0) = 0, y'(0) = a;$$

$$a = -0,3(0,2) 0,5, k = 0,5(0,1) 0,9;$$

$$ж) y'' = -ay^3, y(0) = 0,2, y'(0) = 0;$$

$$a = 0,2(0,1) 2,6;$$

$$з) y'' = -\frac{2}{x} y' - y^a, y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

$$a = 1(0,5) 5.$$

§ 4. Линейная краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

Дана краевая задача:

$$L[y] = p(x)y'' + f(x)y' + g(x)y = \varphi(x); \quad (е)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{10}y(a) + \alpha_{11}y'(a) + \beta_{10}y(b) + \beta_{11}y'(b) &= \gamma_1, \\ \alpha_{20}y(a) + \alpha_{21}y'(a) + \beta_{20}y(b) + \beta_{21}y'(b) &= \gamma_2. \end{aligned} \right\} \quad (ж)$$

Дифференциальное уравнение (е) и краевые условия (ж) линейные.

Требуется составить таблицу функции $y(x)$ для некоторой монотонной последовательности значений аргумента x .

12. Метод сведения к задаче Коши

В частном случае, когда краевые условия (ж) заданы в виде

$$y(a) = A, y(b) = B,$$

рассматриваемая краевая задача сводится к следующим двум задачам Коши:

$$I. L[z] = \varphi(x), z(a) = A, z'(a) = 0;$$

$$II. L[v] = 0, v(a) = 0, v'(a) = 1.$$

Тогда

$$y(x) = z(x) + \frac{B - z(b)}{v(b)} v(x).$$

Отметим, что этот метод иногда приводит к пропаданию значащих цифр.

13. Разностный метод

Пусть краевые условия (ж) задаются в виде

$$y(x_0) = y_0, y(x_m) = y_m.$$

Полагая $x = x_i = x_0 + ih$ в уравнении (е) и заменяя производные разностными отношениями

$$y'_i \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h}, \quad y''_i \approx \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2},$$

приведем его к виду

$$y_{i+2} + M_i y_{i+1} + N_i y_i = h^2 \varphi_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m-2).$$

Далее решение состоит из двух этапов.

I. По следующим рекуррентным формулам вычисляются вспомогательные величины c_i, d_i ($i = 0, 1, 2, \dots, m-2$):

$$c_0 = \frac{1}{M_0}, \quad d_0 = h^2 \varphi_0 - N_0 y_0;$$

$$c_{i+1} = \frac{1}{M_{i+1} - N_{i+1} c_i}, \quad d_{i+1} = h^2 \varphi_{i+1} - N_{i+1} c_i d_i.$$

II. По формуле

$$y_{i+1} = c_i (d_i - y_{i+2})$$

вычисляются значения искомой функции

$$y_{m-1}, y_{m-2}, \dots, y_1.$$

В том случае, когда краевые условия (ж) имеют вид

$$\begin{cases} \alpha_{10} y_0 + \alpha_{11} y'_0 = \gamma_1; \\ \beta_{20} y_m + \beta_{21} y'_m = \gamma_2, \end{cases}$$

на заключительных этапах вычислений используют следующие формулы:

$$I. \quad c_0 = \frac{h\alpha_{10} - \alpha_{11}}{M_0 h\alpha_{10} - \alpha_{11}(M_0 + N_0)},$$

$$d_0 = \frac{h^2 \varphi_0 (h\alpha_{10} - \alpha_{11}) - N_0 h\gamma_1}{h\alpha_{10} - \alpha_{11}};$$

$$c_{i+1} = \frac{1}{M_{i+1} - N_{i+1} c_i}, \quad d_{i+1} = h^2 \varphi_{i+1} - N_{i+1} c_i d_i;$$

$$II. \quad y_{m-1} = \frac{c_{m-2} (h\beta_{20} + \beta_{21})}{h\beta_{20} + \beta_{21} (1 + c_{m-2})} \left(d_{m-2} - \frac{h\gamma_2}{h\beta_{20} + \beta_{21}} \right),$$

$$y_{i+1} = c_i (d_i - y_{i+2}) \quad (i = m-3, m-4, \dots, 0).$$

28. Решить с точностью 10^{-5} следующие краевые задачи. В задачах б—ж функция $f_i(x)$ задана таблично, $i = 1(1)5$:

а) $y'' = -ay - x$,

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0; \quad a = 0,5(0,5)6;$$

б) $y'' = -f_i(x)y' - \cos(ax)y + 2x^2 + 2x - 4$,

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0; \quad a = 0,7(0,05)0,9.$$

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	-1,80365	-1,71833	-1,64072	-1,56982	-1,50479
0,0	-1,79304	-1,70123	-1,61836	-1,54319	-1,47469
0,2	-1,78627	-1,68770	-1,59945	-1,51996	-1,44800
0,4	-1,78322	-1,67763	-1,58385	-1,50000	-1,42458
0,6	-1,78378	-1,67089	-1,57143	-1,48315	-1,40426
0,8	-1,78785	-1,66733	-1,56203	-1,46924	-1,38686
1,0	-1,79530	-1,66683	-1,55551	-1,45814	-1,37223
1,2	-1,80602	-1,66924	-1,55172	-1,44966	-1,36020

в) $y'' = -f_i(x) y' - [1 - \sin(ax)] y - x^2 - x - 1$;
 $y(0) = 0, y(1) = 0$; $a = 0,2(0,1)0,6$.

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	0,97928	0,98052	0,98175	0,98299	0,98423
0,0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
0,2	1,01927	1,01800	1,01674	1,01548	1,01422
0,4	1,03704	1,03448	1,03194	1,02941	1,02689
0,6	1,05328	1,04942	1,04559	1,04179	1,03802
0,8	1,06796	1,06280	1,05769	1,05263	1,04762
1,0	1,08108	1,07463	1,06825	1,06195	1,05572
1,2	1,09264	1,08490	1,07728	1,06977	1,06236

г) $y'' = -f_i(x) y' - \cos^2(ax) y + x^2 + x - 3$;
 $y(0) = 0, y(1) = 0$; $a = 0,5(0,1)0,9$.

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	-1,05197	-1,05544	-1,05894	-1,06246	-1,06600
0,0	-1,01587	-1,01587	-1,01587	-1,01587	-1,01587
0,2	-0,98098	-0,97798	-0,97500	-0,97204	-0,96909
0,4	-0,94718	-0,94159	-0,93607	-0,93061	-0,92522
0,6	-0,91437	-0,90655	-0,89887	-0,89132	-0,88389
0,8	-0,88245	-0,87273	-0,86322	-0,85391	-0,84480
1,0	-0,85135	-0,84000	-0,82895	-0,81818	-0,80769
1,2	-0,82100	-0,80827	-0,79593	-0,78396	-0,77234

$$д) \quad y'' = -f_i(x) y' - \frac{1}{1 + \sin(ax)} y - x^2 + x - 2,$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0; \quad a = 1,0 \quad (0,1) \quad 1,4.$$

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	0,10949	0,10033	0,09259	0,08596	0,08021
0,0	0,09091	0,08333	0,07692	0,07143	0,06667
0,2	0,07299	0,06689	0,06173	0,05731	0,05348
0,4	0,05535	0,05068	0,04673	0,04335	0,04043
0,6	0,03759	0,03436	0,03165	0,02933	0,02732
0,8	0,01930	0,01761	0,01618	0,01497	0,01393
1,0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1,2	-0,02092	-0,01894	-0,01730	-0,01592	-0,01475

$$е) \quad y'' = -f_i(x) y' - \frac{1}{1 - \sin(ax)} y - 2(x^2 + x),$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0; \quad a = 0,2 \quad (0,1) \quad 0,6.$$

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	2,13386	2,06607	2,00246	1,94265	1,88631
0,0	2,13115	2,06349	2,00000	1,94030	1,88406
0,2	2,13386	2,06607	2,00246	1,94265	1,88631
0,4	2,14201	2,07384	2,00987	1,94973	1,89309
0,6	2,15567	2,08685	2,02228	1,96158	1,90443
0,8	2,17495	2,10520	2,03978	1,97830	1,92042
1,0	2,20000	2,12903	2,06250	2,00000	1,94118
1,2	2,23103	2,15854	2,09062	2,02685	1,96684

$$ж) \quad y'' = -f_i(x) y' - [1 - \cos(ax)] y + x - 2,5,$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0; \quad a = 0,6 \quad (0,1) \quad 1,0.$$

Таблица функций $f_i(x)$

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$
-0,2	0,50063	0,50382	0,50704	0,51031	0,51362
0,0	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000
0,2	0,50062	0,49755	0,49452	0,49153	0,48857
0,4	0,50243	0,49640	0,49052	0,48478	0,47917
0,6	0,50536	0,49649	0,48792	0,47964	0,47164
0,8	0,50935	0,49772	0,48661	0,47598	0,46581
1,0	0,51429	0,50000	0,48649	0,47368	0,46154
1,2	0,52009	0,50324	0,48745	0,47262	0,45866

$$3) \quad y'' = \frac{\alpha x}{1+x^2} y + \frac{\sin x}{x},$$

$$y'(0) = -0,4122 \cdot y(0);$$

$$y'(1) = -1,1217 \cdot y(1);$$

$$\alpha = 2,5 + \frac{a}{40}, \quad a = 8(1)48.$$

Л и т е р а т у р а

1. И. С. Березин и Н. П. Жидков. Методы вычислений, т. I, гл. IX. М., 1961.
2. Б. П. Демидович [и др.]. Численные методы анализа, гл. III, IV. М., 1962.
3. Л. Коллатц. Численные методы решения дифференциальных уравнений. М., 1953.
4. П. В. Мелентьев. Приближенные вычисления. М., 1962.

Глава IV

Применение автокода „Инженер“ для решения задач на ЭВМ „Минск-2“

Автокод «Инженер» (АКИ) предназначен для решения на машине «Минск-2» не очень сложных математических задач, носящих ярко выраженный формульный вид.

АКИ состоит из двух частей: 1) входного языка, который позволяет записать алгоритм решения задачи в виде простых фраз; 2) транслятора, осуществляющего перевод с входного языка на язык машины «Минск-2». Результатом работы транслятора является рабочая программа, состоящая из машинных команд.

Простота входного языка позволяет любому специалисту, незнакомому с вычислительными машинами, освоить его за непродолжительное время.

При современной организации вычислительных центров и лабораторий процесс решения задач с применением АКИ выглядит следующим образом.

На специальных бланках автокодовой программы (см. рис. 1) записывается на входном языке алгоритм решения задачи. На информационном бланке записываются исходные данные задачи. В качестве информационного бланка можно использовать даже чистый лист бумаги. Затем бланки передаются диспетчеру и через некоторое время у него можно получить результаты, если алгоритм был записан без ошибок. В противном случае бланки будут возвращены не только с указанием того, что при составлении программы была допущена ошибка, но часто будет указан даже характер ошибки.

Описание АКИ дается в книге [1]. Книга выпущена малым тиражом, поэтому мы вынуждены дать краткое описание АКИ. Приведем лишь описание входного языка и правила написания автокодовых программ.

Отметим, что приводимые в ответах автокодовые программы не являются единственно возможными. Некоторые программы по методическим соображениям не являются оптимальными.

Для получения практических навыков рекомендуем воспользоваться задачами из предыдущих глав данного сборника и сборника [2].

ВЦ БГУ АКИ Минск-2		Оператор		Составил		Дата		Лист									
				Проверил	Дата	Дата	Листов										
№	Метка	1	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	68
01																	
02																	
03																	
04																	
05																	
06																	
07																	
08																	
09																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	

Рис. 1

Прежде чем перейти к описанию АКИ, приведем в качестве примера две простейшие автокодовые программы.

Задача 1. Составить таблицу значений функции

$$y = \cos\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^2, \quad x = 2(0,01)3.$$

На печать вывести все значения x и y .

Автокодовая программа:

```

ВЫЧИСЛЕНИЕ_И_ПЕЧАТЬ_ЗНАЧЕНИЙ_ФУНКЦИИ ∇
3. ВЫЧИСЛИТЬ_Y = COS (((X + 1) : (2.X + 3)) ^ 2) ∇
  НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_X, Y ∇
  ПОВТОРИТЬ_3_X = 2_(0,01)_ (= 3 ∇
    КОНЕЦ_ ∇
    НАЧАЛО_3 ∇

```

На рис. 2 эта программа записана на автокодовом бланке.

Задача 2. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0,2536x_1 + 0,3628x_2 - 4,25x_3 = 2,63; \\ 2,37x_1 - 0,2729x_2 + 0,3447x_3 = 0,1127; \\ 34,47x_1 + 0,4009x_2 + 0,9627x_3 = 5,47. \end{cases}$$

Автокодовая программа (рис. 3):

```

РЕШЕНИЕ_СИСТЕМЫ_ЛИНЕЙНЫХ_АЛГЕБРАИЧЕ-
СКИХ_УРАВНЕНИЙ ∇
1. ВВОД_A (9_3.3), B (3) ∇
  АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА_(3, A, B) ∇
  НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_B (3) ∇
  КОНЕЦ_ ∇
  НАЧАЛО_1 ∇

```

Исходные данные:

```

      граница
+ 0,2536
+ 0,3628
- 4,25
+ 2,37
- 0,2729
+ 0,3447
+ 34,47
+ 0,4009
+ 0,9627
      граница
      граница
+ 2,63
+ 0,1127
+ 5,47
      граница

```

ВЦ БГУ АКИ Минск-2		Учебная задача										Составил Ванин		Дата 20 / V 1966		Лист 01	
												Проверил Панин		Дата 21 / V 1966		Листов 01	
№	Метка	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	68		
01		ВЫЧИСЛЕНИЕ	И	ПЕЧАТЬ	ЗНАЧЕНИЙ	ФУНКЦИЙ											
02	3.	ВЫЧИСЛИТЬ	$Y = \cos((X+1) \cdot (2 \cdot X + 3)) \cdot 2$														
03		НАПЕЧАТАТЬ	НА БЛАНКЕ	Х, У, Х													
04		ПОВТОРИТЬ	3	$X = 2$	$(0, 01)$	$(= 3X)$											
05		КОНЕЦ	X														
06		НАЧАЛО	3X														
07																	
08																	
09																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	

Р и с . 2

ВЦ БГУ АКИ Минск-2				Учебная задача												Составил Ванин		Дата 20/У 1966		Лист 01	
№ Метка				Оператор												Проверил Панин		Дата 21/У 1966		Листов 01	
№	Метка	4	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	68					
01			Х																		
02	1.	ВВОД	А(9	3.3),	В(3)	Х															
03		АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМА					(3, А, В)	Х													
04		НАПЕЧАТАТЬ НА БЛМ					В(3)	Х													
05		КОНЕЦ					Х														
06		НАЧАЛО					1	Х													
07																					
08																					
09																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					

Рис. 3

§ 1. Символы, применяемые во входном языке АКИ

Для записи программы на входном языке АКИ применяются следующие символы:

1) 31 русская заглавная буква: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, Й, К, Л, М, Н, О, П, Р, С, Т, У, Ф, Х, Ц, Ч, Ш, Щ, Ы, Ь, Э, Ю, Я;

2) 26 латинских заглавных букв: *A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z*;

3) цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

4) знаки: «+», «—», «.», «,», «:», «/», «'», « \times », «=», «)», «(», «_», «?».

Русский алфавит применяется для записи названий всех операторов, а также для записи дополнительных пояснений к автокодировой программе и вывода на печать поясняющей текстовой информации к полученным результатам.

Например, операторы: ВВОД, НАЗВАТЬ, ИНТЕГРАЛ, ВЫЧИСЛИТЬ, ВЫПОЛНИТЬ ПОВТОРИТЬ и т. д.;

дополнительные пояснения: _НАХОЖДЕНИЕ_КОРНЕЙ_КВАДРАТНОГО_УРАВНЕНИЯ_ПРОГРАММУ_СОСТАВИЛ_ИВАНОВ_18_МАРТА_1966_Г. ∇

Латинский алфавит используется для обозначения переменных величин и функций.

Например, переменные величины: *A, B, C, X, Y, Z, LOK, AB, AXC, DELTA* и т. д.; функции: *SIN, COS, LN* и т. д.

Символы «+», «—», «.», «:» применяются для обозначения арифметических операций, причем знак умножения «.» опускать нельзя. Символы «+», «—», кроме того, используются для указания знака числа, а символы «.», «,» применяются в качестве точки и запятой.

Например, 0,2536, 25,24, *A, B*.

Символ «/» (индексная скобка) употребляется для выделения индексов переменной.

Например, b_6 запишется как *B/6/*, d_i — *D/I/*, c_{ij} ... *C/I, J/*. Запятая между индексами в индексных скобках обязательна.

Символ «'» (апостроф) используется для обозначения операции возведения числа в степень. Корни представляются в виде дробных степеней.

Например,

a^2	запишется как	<i>A'2</i>
b^{-3}	запишется как	<i>B' (—3)</i>
c^{x+3}	запишется как	<i>C' (X + 3)</i>
$d^{0,5}$	запишется как	<i>D' 0,5</i>
a^b	запишется как	<i>A'B</i>

$a^{\ln b}$	запишется как	$A'LN(B)$
\sqrt{x}	запишется как	$X'(1:2)$
$\sqrt[3]{x^{-2}}$	запишется как	$X'(- (2:3))$
$\sqrt[8]{z}$	запишется как	$Z'(1:8)$
$\sqrt{(x+y)^3}$	запишется как	$(X+Y)'(3:2)$

Показатель степени можно не заключать в скобки только в том случае, если он является числом без знака, переменной или функцией.

Символы «=», «(», «)» применяются в обычном смысле, как знак равенства и скобки. Кроме того, эти символы используются как знаки отношений между величинами, а именно,

= соответствует =
 > соответствует)
 < соответствует (
 ≥ соответствует)=
 ≤ соответствует (=

Символ « $\sqrt{\wedge}$ » ставится в конце оператора или поясняющей информации (см. пример на стр. 88). Символ « \rightarrow » — пробел. О применении символа «?» будет сказано ниже.

Отметим, что перед символом отношения обязателен пробел. Приведем примеры: $a < b$ записывается в виде: $A_ (B, ax^2 + b \geq 1,5$ записывается в виде $A.X'2 + B_) = 1,5$.

1. Записать в символах АКИ следующие выражения:

- а) $c = a^2 + b$;
- б) $z = \sqrt[3]{(x+y)^5}$;
- в) $y_i = x_i^2 + a^{-2}$;
- г) $y_{ij} = (a_i + b_j)^3$;
- д) $c = (\sqrt{a} + \sqrt[3]{b})^{-3}$;
- е) $xy + a \leq z$;
- ж) $ax^2 - \sin^2 \sqrt{x} \leq b$;
- з) $ay + c^{-2} > 1,5$;
- и) $x^{a+by} \geq z$.

§ 2. Элементы входного языка

Элементами входного языка АКИ являются числа, переменные величины, элементарные функции и операторы.

1. Числа

АКИ допускает использование целых чисел (они называются числами целого типа, в машине записываются в форме с фиксированной запятой) и так называемых чисел действительного типа, которые в машине преобразуются в полулогарифмическую форму (с плавающей запятой).

Ввод числового материала осуществляется двояким образом: 1) числовой материал записывается на информационном бланке и вводится с помощью специального оператора; 2) числовой материал может быть введен вместе с автокодовой программой. При записи чисел на информационном бланке знак числа («+» или «—») обязательно должен быть указан. При записи чисел в автокодовой программе знак «+» обязательно пропускается.

Величины целого типа всегда записываются обычным образом, за исключением того, что на информационном бланке числа записываются со своими знаками («+» или «—»).

Величины действительного типа могут быть записаны в одной из следующих трех форм: 1) общепринятая десятичная запись с запятой; 2) полулогарифмическая форма; 3) форма обыкновенной дроби. В автокодовой программе числа могут быть записаны в любой из трех форм; при записи же чисел на информационном бланке используются только первые две формы. Приведем примеры.

Числа 25,346; $-0,028345$; -1250 ; 7; 1256,0203 в автокодовой программе записывают в общепринятом виде: 25,346; $-0,028345$; -1250 ; 7; 1256,0203. Те же числа на информационном бланке следует записать так: +25,346; $-0,028345$; -1250 , (или $-1250,0$); +7, (или +7,0); +1256,0203.

Числа $0,82 \cdot 10^2$; $-23,46 \cdot 10^3$; $1,75 \cdot 10^{-2}$; 10^3 ; 10^{-5} , представленные в полулогарифмической форме, в автокодовой программе запишутся следующим образом: 0,82Ю2; $-23,46Ю3$; 1,75Ю -2 ; Ю3; Ю -5 . Особенностью этой записи является то, что вместо основания 10 пишут букву Ю, перед Ю точка не ставится, показатель степени основания всегда число целое и в скобки не берется независимо от знака. Эти же числа на информационном бланке с плавающей запятой следует записать так:

$$\begin{array}{r} + 8200000 + 02 \\ - 2346000 + 05 \\ + 1750000 - 01 \\ + 1000000 + 04 \\ + 1000000 - 04 \end{array}$$

Обыкновенные дроби $\frac{1}{3}$, $-\frac{8}{5}$, $-\frac{125}{733}$ записываются в виде: (1:3), $-(8:5)$, $-(125:733)$. Дробь в машине будет представлена одним числом в форме с плавающей запятой.

Заметим, что над числами с плавающей запятой производятся все арифметические операции. Над целыми числами недопустима операция деления.

2. Переменные и массивы

Отдельные величины, будь то исходное данное, промежуточный или окончательный результат, числовой коэффициент и т. д., будем называть переменными. Для обозначения наименования переменных используются буквы латинского алфавита и цифры, но начинаться они обязательно должны с буквы. Наименование не должно совпадать с наименованием функции (см. 3). Длина наименований произвольная. Например, X , A , $X1$, $A2X$, $BA25D$. Два наименования не различаются, если в них первые шесть или более символов совпадают; например, $SIGMA2B$ и $SIGMA23$. Над значениями переменных, как и над числами, производятся вычисления.

Автокодовая программа допускает использование одномерных и двумерных массивов (векторов и матриц). Каждому массиву дается наименование, которое записывается по правилам записи наименований переменных. Для указания определенного элемента массива пользуются индексами, заключенными в индексные скобки. В качестве индексов можно использовать только целые числа, большие нуля, и следующие четыре буквы: I , J , K , L либо выражения вида $\alpha \cdot \beta$, где α — одна из указанных букв, β — целое число. Буквы I , J , K , L не могут самостоятельно употребляться для наименований. Никакие арифметические операции над индексами не производятся.

Приведем примеры: под A/I понимают i -й элемент одномерного массива (вектора) A ; под $BES/5$ — пятый элемент одномерного массива BES ; под $AS/2,4$ — элемент второй строки четвертого столбца двумерного массива (матрицы) AS ; под $SIGMA2/K + 1$, $L + 3$ — соответствующий элемент двумерного массива $SIGMA2$.

В дальнейшем переменную без индексов и переменную с числовыми индексами (определенный элемент массива) будем называть простой переменной.

3. Функции

Элементарные функции $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$, $\ln x$, e^x , $|x|$ вычисляются по стандартным программам библиотеки стандартных программ автокода (БСП АКИ). Поэтому для вычисления значения функции необходимо лишь в соответствующем месте автокодовой программы написать наименование функции с аргументом, заключенным в круглые скобки. Аргумент может быть арифметическим выражением. Приведем примеры записи элементарных функций в АКИ: $SIN(X)$, $COS(X+Y)$, $TG(X:Y)$, $ARCSIN(X+A.Y)$, $ARCCOS(Y)$, $ARCTG(X^2)$, $LN(X'(1:2))$, $EXP(X)^*$, $MOD(X+Y)$.

Значения вычисленных функций и аргументов — величины действительного типа, за исключением функции $MOD(X)$, для

* e^x .

которой значение самой функции и аргумента могут быть величинами и целого типа.

Для тригонометрических функций принято радианное измерение углов.

4. Операторы

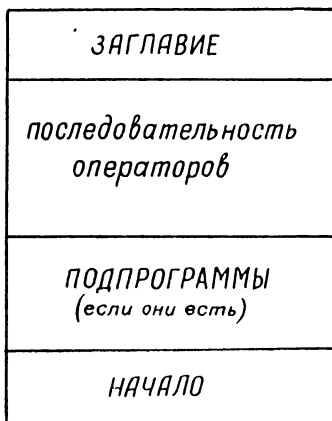
Операторы являются основными элементами автокодовой программы.

Автокодовая программа состоит из последовательности операторов, замкнутых заглавием и в конце словом НАЧАЛО_... ∇ (см. примеры на стр. 88, 91).

Если заглавие не пишется, то в первой строке бланка автокодовой программы в пятой позиции должен быть поставлен символ « ∇ » (см. рис. 3).

Общие части автокодовой программы объединяются в подпрограммы.

Если в автокодовой программе имеются подпрограммы, то между последним оператором основной программы и словом НАЧАЛО_... ∇ вставляется последовательность операторов, составляющих подпрограммы. Причем каждая подпрограмма замыкается



Р и с. 4

в начале словом ПОДПРОГРАММА_... ∇ (с любой словесной информацией после пробела) и в конце словом ВЫХОД_... ∇ (также с любой информацией после пробела).

Структура автокодовой программы изображена на рис. 4.

В АКИ используется 20 операторов, которые по их назначению можно разбить на несколько групп:

1) операторы размещения информации:

ВВОД,
МАССИВ,
НАЗВАТЬ;

2) операторы, организующие счет по формулам:

ВЫЧИСЛИТЬ,
ИНТЕГРАЛ,
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА;

3) операторы, управляющие ходом вычислительного процесса (организация циклов, условные и безусловные переходы):

ПОВТОРИТЬ,
ЕСЛИ,
ПЕРЕЙТИ,
ВЫПОЛНИТЬ,
КОНЕЦ;

4) операторы, осуществляющие вывод информации:

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ,
НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ,
НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ,
НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ;

5) операторы обращения к библиотеке стандартных программ и к программам, составленным обычным способом:

БИБЛИОТЕЧНАЯ_ПРОГРАММА,
КОД;

6) операторы, осуществляющие исправление автокодированной программы (корректировочные операторы):

ВСТАВИТЬ,
УДАЛИТЬ,
ЗАМЕНИТЬ.

Каждый оператор начинается наименованием, которое записывается заглавными русскими буквами. После наименования обязательно ставится символ «_» (пробел), за ним записывается информация, относящаяся к оператору. Запись заканчивается символом « ∇_{Δ} ». Например,

ВЫЧИСЛИТЬ_ $X_0/I/ = A/I/. X/I/ + 1,25 \nabla_{\Delta}$

Операторы, если это необходимо, могут снабжаться метками, которые являются как бы адресами операторов при обращении к ним. Метки записываются перед наименованием операторов и отделяются от них точкой. В качестве меток используются в любой последовательности числа от 1 до 127. Например,

23. ВЫЧИСЛИТЬ_... ∇_{Δ}

Автокодковая программа заканчивается словом НАЧАЛО, после которого ставится пробел и метка оператора, открывающего программу. Например,
 НАЧАЛО_3 ∇_{Δ}

§ 3. Описание операторов

1. Операторы размещения информации

Оператор ВВОД. Этот оператор подготавливает ввод и перевод в двоичную систему исходных данных. Непосредственный же ввод исходных данных осуществляется рабочей программой.

Оператор ВВОД позволяет вводить переменные и массивы действительного и целого типов. Все исходные данные должны быть записаны на информационном бланке в определенном порядке, и указания в операторе информация о них должна быть строго согласована с их размещением. Порядок размещения исходных данных следующий. Сначала располагаются переменные и массивы действительного типа, затем переменные и массивы целого типа, которые открываются символом «:». При перечислении переменных и массивов действительного и целого типов вначале располагаются простые переменные, затем одномерные и двумерные массивы.

После наименования массива в круглых скобках указывается необходимая информация о нем. Количество элементов для одномерного массива указывается целым положительным числом. Для двумерного массива, кроме того, указывается число строк и столбцов, которое может быть как целым числом, так и простой переменной целого типа. Если эти переменные входят в состав исходных данных, то они должны быть включены в список целых величин данного оператора и размещены в начале списка в том порядке, в котором встречаются в характеристиках массивов. Все перечисленные переменные и массивы отделяются друг от друга запятой, которая не ставится лишь перед символом «:». Например,

ВВОД_А, В2Х, АКС, Т:Т1, РЗ, Х1, Y2 ∇_{Δ}

ВВОД_: А1, АЗ, В7 ∇_{Δ}

ВВОД_А, В(10), С(20_4.5): В1, Т(15), FOL(24_4.6) ∇_{Δ}

ВВОД_А, С(15), АХО(36_M.N), Т5(100_Т1.Т2): М, N, Т1, Т2, D(20), E(12_3.4) ∇_{Δ}

ВВОД_С(12), А(30_M.N), В(30_N.P): М, N, P, Т1, А2Х, АЗ(10), В5(20_4.Т1) ∇_{Δ}

ВВОД_: М, N, P, А, В, COR(100_M.N) ∇_{Δ}

На информационном бланке исходные данные записываются следующим образом: простые переменные каждого типа объединяются в один массив. В начале и конце массива пишется слово «граница». Одномерные и двумерные массивы также отделяются

границами. Величины целого типа записываются обычным образом с обязательным указанием знака числа. Например, 129 запишется так: +129, а —1003 запишется в виде: —1003. Величины действительного типа записываются либо с десятичной запятой, либо в форме с плавающей запятой, причем в первом случае целое число записывается с запятой; знак обязателен. Числа с десятичной запятой не должны иметь более девяти символов, включая запятую (знак числа не учитывается). При записи чисел с плавающей запятой мантисса обязательно семиразрядная, а порядок — двузначный. Например, числа —25,35 и 76 запишутся на информационном бланке в форме с десятичной запятой в виде: —25,35 и +76, (или +76,0), а в форме с плавающей запятой так: —2535000 + 02 и +7600000 + 02.

2. В следующих задачах записать в указанной форме исходные данные на информационных бланках и для них составить оператор ВВОД.

а) Составить таблицу значений функции:

$$y_i = \sum_{k=0}^7 a_k x_i^k \quad (i = 1, 2, \dots, 8),$$

$a_0 = 0,9999998,$	$x_1 = -0,2735,$
$a_1 = 1,0000000,$	$x_2 = 0,0136285,$
$a_2 = 0,5000063,$	$x_3 = 0,000298667,$
$a_3 = 0,1666674,$	$x_4 = -0,9800766,$
$a_4 = 0,0416350,$	$x_5 = 0,007766,$
$a_5 = 0,0083298,$	$x_6 = -0,0673895,$
$a_6 = 0,0014393,$	$x_7 = 0,0000068475,$
$a_7 = 0,0002040,$	$x_8 = 0,03004005.$

Исходные данные записать с плавающей запятой. Объединить коэффициенты a_k в массив A , а x_i — в массив X .

б) Составить таблицу значений функции:

$$z_{i,j} = \frac{ax_i^2 + by_j^3}{cx_i y_j} \quad (i = 0, 1, 2, 3, 4, j = 0, 1, 2, 3, 4);$$

$x_0 = 2,753,$	$y_0 = 0,0129,$	$a = 2,$
$x_1 = -0,027,$	$y_1 = 0,7002,$	$b = 3,75,$
$x_2 = 0,937,$	$y_2 = -0,3027,$	$c = 13.$
$x_3 = -1,128,$	$y_3 = -3,0045,$	
$x_4 = 21,217;$	$y_4 = 0,0016;$	

Исходные данные записать в форме с десятичной запятой. Считать a, b, c простыми переменными, x_i объединить в массив X , y_k — в массив Y .

в) Найти произведение двух матриц:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

Исходные данные считать числами целого типа. Элементы первой матрицы объединить в массив A , элементы второй — в массив B .

3. В операторах ВВОД исправить ошибки, если они имеются:

- а) ВВОД $_A, B, COR, D(17), 2B(20_4.5): A2, B3 \nabla_{\Delta}$
- б) ВВОД $_: A, C, D(12), DEL(14), BOR(16_4.4) \nabla_{\Delta}$
- в) ВВОД $_D(14), B(20_M.N): M, N, T1, T2, C(40_T1.T2) \nabla_{\Delta}$
- г) ВВОД $_A, B(R_M.N): R, M, N, T1, T2, C(40_T1.T2.) \nabla_{\Delta}$
- д) ВВОД $_A, COR, DEL(18), B(25.5.5): B2, ROC(10) \nabla_{\Delta}$
- е) ВВОД $_A(36_M.N), B(48_N.T1): M, N, T1 \nabla_{\Delta}$
- ж) ВВОД $_COD, COT(15), COR(30_M.N), B(40_N.R), B2A(45_T.N): M, N, T \nabla_{\Delta}$

Оператор МАССИВ. В процессе решения задачи могут образовываться новые массивы чисел (промежуточные и результирующие). Данный оператор отводит в памяти машины ячейки для хранения компонент массивов, которые будут образованы рабочей программой. Информация в нем записывается так же, как в операторе ВВОД. Например,

МАССИВ $_FOL(100), X(40_5.8) \nabla_{\Delta}$

МАССИВ $_A(90), B(50_M.N), COR(60_T1.T2) \nabla_{\Delta}$

Оператор МАССИВ должен предшествовать операторам, содержащим наименование новых массивов.

Переменные, характеризующие массив, обязательно величины целого типа и должны быть определены раньше (операторами ВВОД или ВЫЧИСЛИТЬ $_:$), чем будут использоваться компоненты массива.

4. Даны четыре квадратные матрицы четвертого порядка: A, B, C, D . Найти последовательно следующие произведения матриц: $T = AB, E = CD, S = TE$. Записать операторы ВВОД и МАССИВ для этой задачи.

Оператор НАЗВАТЬ. Данный оператор выполняет две различные функции, которые мы и рассмотрим по отдельности.

1. Оператор НАЗВАТЬ формирует одномерный массив и осуществляет непосредственный ввод числового материала, записанного в его информационной части. Этот числовой материал может состоять только из величин действительного типа, которых должно быть не менее двух. Особенности записи этого оператора покажем на следующих примерах:

$$\text{НАЗВАТЬ_}B = 2,7 \cdot 5 \text{Ю } 5.(1:2) \cdot -0,05 \cdot 2 \cdot 7 \nabla_{\Delta}$$

$$\text{НАЗВАТЬ_}CONST = 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14_ABC = -0,25 \cdot \text{Ю} - 6 \cdot \text{Ю} - 8 \cdot 2,5 \text{Ю} - 3 \nabla_{\Delta}$$

После наименования массива ставится символ «=»; вводимые величины отделяются друг от друга символом «.»; если массивов несколько, то они разделяются пробелами.

В первом примере формируется массив B из шести элементов. После переработки транслятором оператора НАЗВАТЬ в шесть ячеек памяти будут записаны следующие числа: 2,7; $5 \cdot 10^5$; 0,5; -0,05; 2; 7 с наименованиями: $B/1/$, $B/2/$, $B/3/$, $B/4/$, $B/5/$, $B/6/$.

Во втором примере формируются два массива: $CONST$ и ABC .

2. Вторая функция оператора НАЗВАТЬ связана с проблемой экономии ячеек памяти запоминающего устройства. Часто бывает полезно элементы нового массива разместить на месте старого, уже не нужного массива. Для того чтобы это сделать, в информационной части оператора НАЗВАТЬ записывается название нового массива с его характеристикой, затем ставится символ «=» и пишется название старого массива. Например,

$$\text{НАЗВАТЬ_}A(100) = B \nabla_{\Delta}$$

$$\text{НАЗВАТЬ_}COR(100_M.N) = ROC \nabla_{\Delta}$$

Если нужно записать несколько новых массивов, то они разделяются символом «_». Например,

$$\text{НАЗВАТЬ_}A(100) = B_COR(100_M.N) = ROC_A2B(40_5.8) = B2A \nabla_{\Delta}$$

Число элементов нового массива не должно превышать числа элементов старого массива. Если число элементов нового массива меньше числа элементов старого массива, то новый массив может быть размещен, начиная не с первого, а с любого другого элемента старого массива. В этом случае после наименования старого массива в индексных скобках указывается элемент, с которого начнется размещение нового массива. Например,

$$\text{НАЗВАТЬ_}A(100) = B/5/_C(50) = D/1,5/_\Delta \nabla_{\Delta}$$

Если элементы нового массива не вычисляются, то они совпадают со значениями элементов старого массива. В таком случае

старый массив получает новое, второе, наименование, и оба наименования в дальнейшем будут равноправны. Если новый массив был описан ранее, то его прежнее наименование аннулируется. Наименование массива, описанного в операторе НАЗВАТЬ, нельзя изменять

Один оператор НАЗВАТЬ может выполнять одновременно обе функции. Например,

$$\text{НАЗВАТЬ_CONST} = 2.5.8.11.14_A(100) = B_ABC = 0,25.\text{Ю}—6.\text{Ю}—8.2,5\text{Ю}—3 \text{ COR}(100_M.N) = \text{ROC} \nabla_{\Delta}$$

5. Написать операторы ВВОД, МАССИВ и НАЗВАТЬ для задачи 4 при условии, что матрица E будет размещена в ячейках памяти, занятых матрицей A , а S — в ячейках памяти, занятых B .

Заканчивая описание группы операторов размещения информации, отметим, что количество массивов с различными наименованиями, описанных в автокодовой программе, не может превышать тридцати двух.

2. Операторы, организующие счет по формулам

Оператор ВЫЧИСЛИТЬ. В информационной части оператора ВЫЧИСЛИТЬ перечисляются одна или несколько формул, разделенных символом « $_$ », по которым должны производиться вычисления. Формулы записываются следующим образом: сразу после « $_$ » пишется переменная, значение которой должно быть найдено; затем ставится знак « $=$ » и после него — правая часть формулы, приведенная к линейному виду. Например,

$$\text{ВЫЧИСЛИТЬ_Y} = \text{SIN}(X)_Z = (A.X + Y):(X.Y + A)_Y1 = (A.X'(1:2) + B.X'3):(A.X + B)'2 \nabla_{\Delta}$$

Здесь записаны следующие формулы:

$$\begin{aligned} y &= \sin x; \\ z &= \frac{ax + y}{xy + a}; \\ y_1 &= \frac{a \sqrt{x} + bx^3}{(ax + b)^2}. \end{aligned}$$

Мы не будем снова приводить правила записи формульных выражений. Отметим только, что порядок вычислений задается скобками. В том случае, если скобки не полностью определяют порядок действий, вначале выполняются операция возведения в степень и вычисление элементарных функций, затем — умножение и деление и, наконец, — сложение и вычитание.

Все переменные, стоящие в правой части формулы, должны

быть определены либо в предшествующих формулах данного оператора, либо в предыдущих операторах автокодиров программы, либо в операторе ПОВТОРИТЬ (см. ниже).

Оператор ВЫЧИСЛИТЬ существует в двух формах: для работы с действительными величинами — ВЫЧИСЛИТЬ_... и для работы с целыми величинами — ВЫЧИСЛИТЬ_:...

6. Написать оператор ВЫЧИСЛИТЬ для следующих выражений:

$$a) y = \frac{\sqrt{ax+b}}{(x^3+c)^2} + \frac{abx}{ax^2+bx+c};$$

$$б) y = \frac{\sin^2 x + \ln x}{\arcsin x},$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{(\cos x + \sin y)^2}{\operatorname{arctg}^4 x}};$$

$$в) y = a \sin x^2 + \frac{b \cos x}{cx^2},$$

$$z = \frac{axy}{\sqrt[3]{\ln^2 xy}},$$

$$t = (z^2 + x^{-2} + y^2)^3 e^{xy^2};$$

$$г) y = \left(\frac{ax + b \operatorname{tg} x}{cx^2} \right)^{\frac{2x+b}{dx^2}},$$

$$z = \left(ax^3 + b\sqrt[5]{x^2} + \frac{c}{x} \right)^{\sin x}, \quad t = \frac{\sin^3 x + \cos^2 x + \operatorname{tg} x^2}{\sqrt{2 \sin x + x^3}}.$$

Оператор ИНТЕГРАЛ. Данный оператор служит для вычисления определенных интегралов по формуле Симпсона. В информационной части оператора указываются наименование интеграла, пределы интегрирования, предполагаемый шаг интегрирования, требуемая точность, обязательно однобуквенное наименование подынтегральной функции и переменной интегрирования и, наконец, подынтегральная функция, записанная по общим правилам. Особенности записи данного оператора показаны на следующем примере:

ИНТЕГРАЛ_S (ОТ_А_ДО_В_ШАГ_Н_
ТОЧНОСТЬ_Е) F X = X^2 + 5^X + SIN (X)^2

Пределы интегрирования A, B, шаг H, точность E должны быть определены в автокодиров программе до оператора ИНТЕГРАЛ. Однако в самом операторе вместо переменных A, B, H, E можно написать конкретные числовые значения. Например,

ИНТЕГРАЛ_S (ОТ_0,2_ДО_1,3_ШАГ_Ю—1_
ТОЧНОСТЬ_Ю—4) F X = X^2 + 5^X + SIN (X)^2

7. Написать оператор ИНТЕГРАЛ для следующих определенных интегралов. Требуемая точность E задается:

$$\text{а) } T = \int_0^{1,5707} \frac{dx}{\sqrt{1 - 0,5 \sin^2 x}}, \quad E = 10^{-4};$$

$$\text{б) } R = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 1)(3x^2 + 4)}}, \quad E = 10^{-3};$$

$$\text{в) } S = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} x^5 \cos 3 \arccos x dx, \quad E = 10^{-5};$$

$$\text{г) } N = \int_{0,5}^{3,2} \frac{x^2 + 0,5x + 2}{\sin^2 x + x^4 + 0,5x^{-3}} dx, \quad E = 10^{-4}.$$

Оператор АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА. С помощью этого оператора решаются методом перекрестного умножения системы линейных алгебраических уравнений до пятьдесят пятого порядка включительно. В информационной части оператора в круглых скобках через запятую указывается порядок системы, выраженный целым числом или простой переменной; наименование двумерного массива, представляющего собой матрицу коэффициентов, и наименование одномерного массива, представляющего собой столбец свободных членов. Например,

АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА_(25, A, B) \bigwedge
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА_(N, A, B) \bigwedge

Решение системы получает наименование одномерного массива, указанного в операторе (для приведенных примеров это B). Исходная матрица коэффициентов и столбец свободных членов после работы оператора не сохраняются.

8. Написать операторы ВВОД, АЛГЕБРАИЧЕСКИХ_УРАВНЕНИЙ_СИСТЕМА и составить информационный бланк с исходными данными для следующей системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 1,12x_1 + 0,13x_2 + 0,14x_3 + 0,15x_4 = 1,55; \\ 0,16x_1 + 1,17x_2 + 0,18x_3 + 0,19x_4 = 1,65; \\ 0,20x_1 + 0,21x_2 + 1,22x_3 + 0,23x_4 = 1,75; \\ 0,24x_1 + 0,25x_2 + 0,26x_3 + 1,27x_4 = 1,85. \end{cases}$$

3. Операторы, управляющие ходом вычислительного процесса

Основное назначение операторов, отнесенных к этой группе, следующее:

1) организация циклов и, соответственно, организация автоматического изменения параметров и индексов после прохождения каждого цикла;

2) осуществление условных и безусловных переходов и, в частности, переход к подпрограммам.

Оператор ПОВТОРИТЬ. Этот оператор используется для организации циклов в автокодовой программе.

После наименования оператора и пробела ставится метка, указывающая, с какого оператора начинается цикл. Например,

ПОВТОРИТЬ_5_...

Метка в операторе ПОВТОРИТЬ не может вести к другому ПОВТОРИТЬ. Он обязательно ставится в конце цикла.

За меткой через пробел указываются параметры, подлежащие изменению после прохождения каждого цикла, и правила их изменения. Такими параметрами могут быть либо индексы, либо простые переменные. Перечислим правила записи параметров в операторе ПОВТОРИТЬ.

1. Правила записи индексов. В информационной части оператора записываются изменяющийся индекс (I , J , K или L), символ «=», начальное значение индекса, символ «_» и в круглых скобках шаг изменения. Начальное значение индекса и шаг изменения обязательно целые числа или простые переменные целого типа, причем переменные должны быть определены ранее.

Например,

ПОВТОРИТЬ_19_I = 1_(1) ∇_{Δ}

ПОВТОРИТЬ_111_K = N_(R) ∇_{Δ}

В одном операторе может быть задано правило изменения нескольких индексов (естественно, не более четырех). В этом случае информации об индексах разделяются точками. Например,

ПОВТОРИТЬ_99_I = ROC_(DEL).K = 2_(R).L = 10_(1).J = 25_(2) ∇_{Δ}

2. Правила записи простых переменных. Начальное значение переменной и шаг изменения обязательно числа или переменные действительного типа. В одном операторе может быть записано несколько переменных. Правила записи информации такие же, как для индексов. Например,

ПОВТОРИТЬ_1_A2B = SOK_(MEL).A3B = 2,95_(BR).A4B = 0,25_(0,05).A5B = 3,5_(-10-1).A6B = -11_(0,5) ∇_{Δ}

В одном операторе можно в любом порядке записывать и индексы, и переменные. Например,

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{13_A2B} = \text{SOK}_{_}(MEL).I = \text{ROC}_{_}(DEL).K = 2_{_}(1).A5B = 3,5_{_}(-10-1)_{\Delta}^{\nabla}$$

Условие конца цикла в операторе ПОВТОРИТЬ записывается для последнего параметра, стоящего в информационной части. Информация о последнем параметре заканчивается пробелом. После пробела для индекса указывается его последнее значение, для переменной — условие, при выполнении которого цикл должен работать. Например,

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{127_X} = 0,75_{_}(0,01).I = 1_{_}(1)_{_}20_{\Delta}^{\nabla}$$

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{1_I} = 3_{_}(N).X = X0_{_}(0,01)_{_}(= 1_{\Delta}^{\nabla})$$

В первом примере цикл будет выполнен 20 раз. Во втором примере выход из цикла произойдет, как только переменная X будет больше единицы.

К сожалению, это условие иногда не выполняется, ибо все величины, связанные с понятием параметр — переменная, рассматриваются как величины действительного, а не целого типа. Поэтому погрешности перевода из десятичной системы счисления в двоичную, погрешности вычислений над числами, представленными с плавающей запятой, иногда приводят к тому, что при указанном конечном значении переменной цикл работать не будет. В частности, если поставить на машину задачу 1 (стр. 89), то не будет вычислено значение функции при $X = 3$. Чтобы этого избежать, полезно указать конечную величину несколько больше истинной. Например, в указанном примере можно записать

$$\dots X = 2_{_}(0,01)_{_}(= 3,001_{\Delta}^{\nabla})$$

Выход из цикла может быть организован независимо от параметров. В этом случае после информации о последнем параметре ставится точка, и числом или переменной целого типа указывается, сколько раз цикл должен быть повторен. Например,

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{_}I = M_{_}(N).A0 = 3,75_{_}(R).25_{\Delta}^{\nabla}$$

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{_}L = 1_{_}(S).X = X0_{_}(T).F_{\Delta}^{\nabla}$$

В частности, информация о параметрах может отсутствовать совсем, а в операторе можно указать только число повторений цикла. Например,

$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{_}18_{_}25_{\Delta}^{\nabla}$$

Если в операторе ПОВТОРИТЬ не задано условие окончания цикла, то для выхода из цикла следует воспользоваться оператором ЕСЛИ.

После выхода из цикла оператор ПОВТОРИТЬ передает управление следующему за ним оператору.

Хорошей иллюстрацией применения оператора ПОВТОРИТЬ является пример 1, приведенный в начале этой главы (стр. 89).

9. Составить автокодовые программы для решения следующих задач. Результирующие массивы на печать не выводить, а разместить в запоминающем устройстве. При составлении программ использовать операторы ВВОД, МАССИВ, ВЫЧИСЛИТЬ, ПОВТОРИТЬ, КОНЕЦ и слово НАЧАЛО:

$$а) y_i = ax_i^3 + \frac{\cos x_i}{x_i + b} \quad (i = 1, 2, \dots, 100),$$

считать, что x_i заданы таблично;

$$б) y_i = \frac{a_i \sin^3 x_i + \sqrt{x_i^3}}{\ln(x_i + a_i)^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 20),$$

считать, что x_i задаются таблично, а a_i изменяется от 0 с шагом 0,05;

$$в) y = \sum_{n=1}^{100} \sqrt[3]{(0,2 + n)^2}.$$

Оператор ЕСЛИ. Данный оператор проверяет условие, записанное в его информационной части, и в зависимости от того, выполняется оно или нет, передает управление разным операторам. Условие задается в виде отношения некоторого арифметического выражения и числа или переменной. Правила записи условия в автокодовой программе следующие. После записи по правилам АКИ арифметического выражения через пробел ставится знак отношения (один из символов: «(», «(=», «)», «)=», «=») и затем — правая часть отношения — число или переменная. В конце оператора после слова ТО, которое отделяется пробелами, указывается метка оператора, к которому следует перейти, если условие выполнено. В противном случае управление передается следующему оператору. Например,

$$\text{ЕСЛИ_X'2 — A_} = 2,7_ \text{ТО_3}\nabla$$

В случае невыполнения условия оператор ЕСЛИ также может передать управление любому оператору автокодовой программы. Для этого достаточно написать оператор со словом ИНАЧЕ так, как это сделано в следующем примере:

$$\text{ЕСЛИ_X'2 — TG(X)_} (= 1_ \text{ТО_5_ИНАЧЕ_12}\nabla$$

Оператор ЕСЛИ, как и оператор ВЫЧИСЛИТЬ, распадается на два оператора: ЕСЛИ_: для величин целого типа и ЕСЛИ_ для величин действительного типа.

Оператор ЕСЛИ, как правило, используется для выхода из цикла или для создания разветвляющихся вычислительных процессов. Оператор ЕСЛИ часто используется в сочетании с оператором ПЕРЕЙТИ.

Оператор ПЕРЕЙТИ. Это оператор безусловного перехода. В его информационной части вслед за пробелом ставится метка, указывающая оператор, который будет выполняться после оператора ПЕРЕЙТИ. Например,

```

ПЕРЕЙТИ_5▽
ПЕРЕЙТИ_110▽

```

10. Составить автокодированные программы для решения следующих задач. Результаты на печать не выводить, а сохранить в запоминающем устройстве. При составлении программ использовать следующие операторы: ВВОД, МАССИВ, ВЫЧИСЛИТЬ, ЕСЛИ, ПЕРЕЙТИ, ПОВТОРИТЬ, КОНЕЦ и слово НАЧАЛО.

а) Составить таблицу значений функции

$$y_i = \begin{cases} ax_i^3 + bx_i^2 + c, & \text{если } x_i < 1; \\ a \sin^2 x_i + bx_i, & \text{если } x_i \geq 1, \quad (i = 1, 2, \dots, 10). \end{cases}$$

Считать, что x_i заданы таблично.

б) Найти корни x_1 и x_2 квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Если вещественных корней нет, то вычислить коэффициенты при вещественной e и мнимой f частях.

в) Методом итераций с точностью 10^{-5} решить уравнение

$$(x - 1)^2 - \frac{1}{2} e^x = 0.$$

Приведя данное уравнение к виду

$$x = 1 - \sqrt{\frac{1}{2} e^x} = \varphi(x)$$

и взяв начальное приближение равным 0,2 строим итерационный процесс

$$x_{i+1} = \varphi(x_i).$$

Итерационный процесс заканчиваем, как только

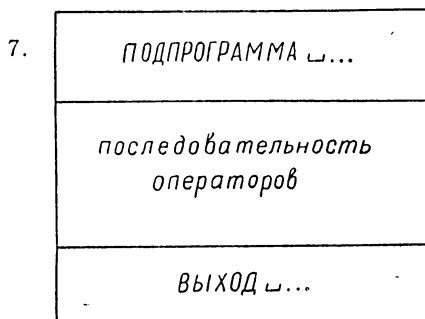
$$|x_{i+1} - x_i| \leq 10^{-5}.$$

Оператор ВЫПОЛНИТЬ. Одну или несколько общих частей автокодированной программы бывает полезно объединить и выделить в подпрограмму. Структура подпрограммы изображена на рис. 5.

Каждая подпрограмма снабжается меткой, Оператор ВЫПОЛНИТЬ является оператором перехода к подпрограмме. В информационной части оператора указывается метка той подпрограммы, к которой осуществляется переход. Например,

ВЫПОЛНИТЬ_7 ∇
 Δ

После работы подпрограммы управление передается оператору, стоящему вслед за оператором ВЫПОЛНИТЬ.



Р и с. 5

11. Для $t = 0,01$ вычислить суммы:

$$x = \sum_{n=1}^{10} (a_n^2 + \cos a_n), \text{ где } a_n = t^2 + nt + 0,1;$$

$$y = \sum_{n=1}^{10} \sqrt{b_n} e^{b_n}, \text{ где } b_n = \left(\frac{x}{100}\right)^2 + n\left(\frac{x}{100}\right) + 0,1;$$

$$z = \sum_{n=1}^{10} c_n \ln(c_n^2 + 1), \text{ где } c_n = \left(\frac{y}{10}\right)^2 + n\left(\frac{y}{10}\right) + 0,1.$$

В данной задаче для вычисления a_n , b_n , c_n полезно составить подпрограмму.

Последним в списке этой группы операторов стоит оператор КОНЕЦ. Мы этим оператором уже пользовались, и каких-либо дополнительных пояснений он не требует. Отметим лишь то, что этот оператор не обязательно должен стоять последним в программе.

4. Операторы вывода информации на печать

В АКИ предусмотрен вывод информации на БПМ-20 (быстродействующий печатающий механизм) и на РТА (рулонный телеграфный аппарат). Этот аппарат имеет другое название, которым мы будем пользоваться, — телетайп.

На БПМ печать производится на узкую бумажную ленту в один столбец. Величины действительного типа печатаются в форме с плавающей запятой, т. е. печатаются семиразрядная мантисса и двузначный порядок со своими знаками. Величины целого типа печатаются со знаком и содержат не более девяти символов. Скорость печати на БПМ — 20 чисел в секунду.

На телетайпе печать производится на широкую бумажную ленту. В одной строке может быть напечатано 68 символов. Этот аппарат работает сравнительно медленно, поэтому часто информацию сперва выводят на перфоленту, а затем печатают на телетайпе независимо от машины.

Оператор НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ. Данный оператор осуществляет печать результатов на БПМ. В информационной части оператора перечисляются наименования переменных и массивов целого и действительного типов в том порядке, в котором они должны быть выведены на печать. Для одномерных массивов после наименования указывается в круглых скобках в виде целого числа или переменной целого типа количество элементов, выводимых на печать; для двумерных массивов — количества строк и столбцов, отделенные друг от друга точкой. Например,

$$A1(N), \text{ВОК}(15), D(2.4)$$

Если требуется напечатать массив, начиная не с первого элемента, то после наименования массива указывается наименование того элемента, с которого следует начать печать. Например,

$$\text{ВОК}/5/(11), AD/2,1/(3.5)$$

Все наименования отделяются друг от друга запятыми.

Если на печать выводится переменная или массив целого типа, то перед наименованием ставится символ «:».

Приведем пример.

Пусть в запоминающем устройстве машины получены следующие результаты:

простые переменные:

$$X = 0,27536 \cdot 10^{11},$$

$$Y = -0,7354728 \cdot 10^{-3};$$

одномерные массивы:

$$A: 12; 17; 25;$$

$$A1: 0,27, 0,36; -0,48; 0,17; 1,21$$

(A — массив целого типа, $A1$ — массив действительного типа);

двумерные массивы:

$$B1 = \begin{bmatrix} 12 & 15 & -3 \\ 17 & -5 & 10 \\ 21 & 25 & 13 \end{bmatrix};$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0,027 & 0,111 & -2,023 & 13,135 & 1,002 \\ -0,917 & 3,213 & 4,000 & 7,070 & 0,235 \\ 1,118 & -5,427 & 0,024 & 11,199 & 2,000 \\ 3,077 & 4,466 & 0,179 & 0,276 & 5,555 \\ -0,099 & 3,275 & 0,197 & -0,003 & 0,017 \end{bmatrix}$$

($B1$ — массив целого типа, $B2$ — массив действительного типа).

Требуется напечатать на БПМ простые переменные X , Y ; одномерный массив A , начиная со второго элемента; весь одномерный массив $A1$; весь двумерный массив $B1$ и двумерный массив $B2$, начиная со второго элемента второй строки.

Оператор НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ для нашего примера запишется так:

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ X , Y , : $A/2/(2)$, $A1$ (5), : $B1$ (3.3), $B2/2,2/(4.4) \nabla_{\Delta}$

Лента с результатами, отпечатанными на БПМ, для приведенного примера:

```

+ 2753600 + 11
- 7354728 - 03

+           17
+           25

+ 2700000 + 00
+ 3599999 + 00
- 4800000 + 00
+ 1700000 + 00
+ 1210000 + 01

+           12
+           15
-           3

+           17
-           5
+           10

+           21
+           25
+           13

+ 3213000 + 01
+ 4000000 + 01
+ 7069999 + 01
+ 2350000 + 00

- 5427000 + 01
+ 2400000 - 01
+ 1119900 + 02
+ 2000000 + 01

```



```

+ 4 4 6 5 9 9 9 + 0 1
+ 1 7 8 9 9 9 9 + 0 0
+ 2 7 6 0 0 0 0 + 0 0
+ 5 5 5 5 0 0 0 + 0 1
+ 3 2 7 5 0 0 0 + 0 1
+ 1 9 6 9 9 9 9 + 0 0
- 3 0 0 0 0 0 0 - 0 2
+ 1 7 0 0 0 0 0 - 0 1

```

При печати после каждой переменной, каждого одномерного массива и каждой строки двумерного массива пропускается интервал.

12. Составить автокодировые программы для решения следующих задач. Полученные результаты напечатать на БПМ.

а) Вычислить с точностью 10^{-4} значения интегралов

$$S_i = \int_{0,2}^{1,3} \frac{\cos^2 x}{a_i + \sin x^2} dx \quad (i = 1, 2, \dots, 50).$$

Считать, что значения a_i задаются таблично. Для всех i на печать вывести пары значений a_i, S_i .

б) $y_{i,j} = a_i x_j^3 + \sqrt{a_i \sin^3 x_j},$

$$z = \sum_{i,j} y_{i,j} \quad (i = 1, 2, \dots, 20; j = 1, 2, \dots, 30).$$

Считать, что a_i, x_j заданы таблично. На печать вывести z и двумерный массив $y_{i,j}$.

В автокодировой программе для данной задачи необходимо организовать двойной цикл (цикл в цикле) с помощью двух операторов ПОВТОРИТЬ. Внутренним циклом будем считать цикл по i , внешним — цикл по j .

Оператор НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ. Данный оператор служит для вывода на печать наименований простых переменных и их численных значений. Для величин действительного типа можно указать, с каким числом десятичных знаков они должны быть напечатаны. Однако число десятичных знаков не должно превышать 19. Требуемая точность указывается в информационной части оператора так, как это показано на следующем примере:

НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_5_ЗНАКОВ_...

Слово ЗНАК можно склонять:

_1_ЗНАК_; _2_ЗНАКА_; _7_ЗНАКОВ_...

Если требуется вывести на печать величины целого типа или

целые части величин действительного типа, то точность не указывается, и слово **ЗНАК** опускается.

Вслед за пробелом после слова **ЗНАК** или **ТЕЛЕТАЙП**, если точность не задается, записывается по правилам оператора **НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ** список простых переменных, выводимых на печать.

Печать на бумажном рулоне телетайпа производится построчно в один столбец с отступлением на четыре позиции от левого края. Сначала печатается наименование переменной, которое записано в операторе **НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ**, затем знак равенства и, наконец, численная величина переменной в общепринятой форме с десятичной запятой. Приведем пример.

Пусть в запоминающем устройстве машины записаны значения переменных:

$$a = 0,2374567 \cdot 10^2, \quad x = -0,3742775 \cdot 10^{-3},$$

$$\text{const} = 17, \quad \text{sum} = 0,2900534, \quad b_5 = 1236,$$

$$c_{37} = 0,1123907 \cdot 10^{-4}, \quad d_{22} = 6522334.$$

Для данного примера запишем оператор **НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ** в двух вариантах: с указанием точности выводимых величин и без такого указания.

1. **НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_5_ЗНАКОВ_А, X,**
:CONST, SUM, :B/5/, C/3,7/, :D/2,2/ ∇

2. **НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_А, X, :GONST, SUM,**
:B/5/, C/3,7/, :D/2,2/ ∇

Лента с результатами, отпечатанными на телетайпе, для приведенного примера:

```

1.
A = 23,74567
X = -0,00037
CONST = 17
SUM = 0,29005
B/5/ = 1236
C/3,7/ = 0,00001
D/2,2/ = 6522334
2.
A = 24
X = -0
CONST = 17
SUM = 0
B/5/ = 1236
C/3,7/ = 0
D/2,2/ = 6522334

```

Оператор НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ. С помощью данного оператора производится печать на телетайпе числовых значений переменных и массивов в виде таблицы. Так же, как и в операторе НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ, можно указывать требуемую точность выводимых чисел (одну для всех величин). Например, 4_ЗНАКА_. Наименование переменных и массивов записывается так же, как в операторе НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ, с той лишь разницей, что каждому наименованию предшествует формат. Формат — целое положительное число, отделяемое от наименования пробелом и указывающее, сколько позиций в строке отводится под числовое значение данного наименования. Например,

НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ_4_ЗНАКА_4_ : A(5.2), 10_B(3.3),
12_C(3.5), 8_D/2,2/(2.3) ∇

В данном примере все величины действительного типа будут напечатаны с четырьмя десятичными знаками. В первом столбце таблицы, под который отводится четыре позиции, будут напечатаны элементы двумерного массива A. Они являются величинами целого типа. При выводе на печать двумерного массива его строки одна за другой разворачиваются и печатаются в один столбец. Строка от строки отделяется интервалом.

Во втором столбце таблицы, под который отводится десять позиций, будут напечатаны элементы двумерного массива B и т. д.

Печать будет продолжаться до тех пор, пока не будут напечатаны все массивы полностью.

Числа печатаются вплотную к правому краю столбца. Если под столбец отведено недостаточное количество позиций, то отпечатается целая часть числа, запятая, а затем столько знаков после нее, сколько позволяет указанный формат. Если даже целую часть числа невозможно напечатать, то вместо числа напечатается символ «?». Приведем пример.

Пусть в запоминающем устройстве машины получены следующие результаты:

$$a = 203,$$

$$B = \begin{bmatrix} -0,2738 & -51,4739 & 0,0437 & 1,1215 \\ 3,1749 & 35,1005 & 3,4023 & 0,4427 \\ 12,3347 & 127,1616 & 1,1327 & -2,0345 \\ -1,0944 & 19,9940 & -4,2846 & 0,9001 \\ 0,0214 & -13,2000 & 2,3205 & -0,4413 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 174 & 764 & 10253 & 1 & 21 \\ 1027 & 201 & 5105 & 21 & 197 \\ 915 & 2048 & 4800 & 105 & 44 \\ 303 & 125 & 333 & 763 & 235 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0,2536 & -4,8421 \\ 1,3674 & 2,3447 \\ 0,7095 & -0,2814 \\ -0,6867 & 1,1075 \end{bmatrix},$$

$$e = 234, f = 3,27565.$$

Запишем оператор НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ для данного примера в следующем виде:

НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ_4_ЗНАКА_7_: A, 13_B/1,2/(5.3),
15_:C/2,1/(3.5), 14_D(4.2), 9_E, 10_F ∇

С помощью этого оператора на телетайпе была отпечатана следующая таблица:

203	—51,4739	1027	0,2536	234,0000	3,2757
	0,0437	201	—4,8421		
	1,1215	5105			
		21			
		197			
	35,1005	915	1,3674		
	3,4023	2048	2,3447		
	0,4427	4800			
		105			
		44			
	127,1616	303	0,7095		
	1,1327	125	—0,2814		
	—2,0345	333			
		763			
		235			
	19,9940		—0,6867		
	—4,2846		1,1075		
	0,9001				
	—13,2000				
	2,3205				
	—0,4413				

Отметим, что данный оператор выводит только таблицу числовых значений величин, не указывая их наименований. Заглавие таблицы и пояснения к ней можно напечатать с помощью оператора НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ.

13. Дана матрица B (см. стр. 114). Составить оператор НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ для вывода на печать:

- а) второй строки матрицы в виде столбца;
- б) третьей строки матрицы в виде строки;
- в) третьего столбца матрицы в виде столбца;
- г) четвертого столбца матрицы в виде строки;
- д) всей матрицы в общепринятой записи.

Оператор НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ. Данный оператор служит для вывода на телетайп любой информации, записанной в его информационной части. Печатаемая информация не должна содержать латинских букв и символов « Δ », « ∇ ». Обычно этот оператор используется для печати заголовков и различных пояснений к полученным результатам. Например,

НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ_ВЫЧИСЛЕНИЕ_КОРНЕЙ_КВАДРАТНОГО_УРАВНЕНИЯ ∇

НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ_АРГУМЕНТ_ЗНАЧЕНИЕ_ФУНКЦИИ ∇

На печать выдается точная копия информации, записанной в операторе.

Первый символ печатается с отступлением на пять позиций от левого края рулона. Если после слова ТЕКСТ поставить несколько пробелов, то первый печатаемый символ сместится вправо ровно на указанное число позиций.

Если информация, которая должна быть выдана на печать, не помещается в одну строку программы, то в конце строки обязательно следует поставить символы « \equiv » и « $<$ » («перевод строки», «возврат каретки») и продолжить запись информации в следующей строке.

Если необходимо, чтобы печатаемая информация была записана с первой позиции рулона телетайпа и занимала все 68 позиций, то оператор НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ следует записать так, как показано на следующем примере:

НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ_< \equiv
_A/_H_0,23_0,33_0,43_0,53_0,63_
_0,73_0,83 ∇

14. К автокодовой программе задачи 10б напечатать заголовок и ввести пояснения: действительные корни x_1, x_2 ; комплексные корни; коэффициенты при действительной и мнимой частях.

5. Специальные операторы

Оператор БИБЛИОТЕЧНАЯ_ПРОГРАММА. Кроме стандартных программ, по которым производится вычисление элементарных функций, предусмотрена возможность включения в БСП, например, программ решения часто встречающихся задач. Будем их называть библиотечными.

Оператор БИБЛИОТЕЧНАЯ_ПРОГРАММА позволяет обращаться к любой из библиотечных программ по ее номеру. Например, БИБЛИОТЕЧНАЯ_ПРОГРАММА_21 (P, A, B) ∇_{Δ}

Правила записи параметров определяются при составлении программы и включении ее в библиотеку.

Оператор КОД. С помощью этого оператора в автокодovou программу можно включать блоки, составленные методами обычного программирования. Объяснения к оператору КОД мы опускаем, так как предполагаем, что не все читатели знакомы с методами обычного программирования на машину «Минск-2».

6. Корректировочные операторы

С помощью операторов ВСТАВИТЬ, УДАЛИТЬ, ЗАМЕНИТЬ можно исправлять или дополнять автокодovou программу.

В корректировочных операторах УДАЛИТЬ, ЗАМЕНИТЬ указываются номера строк автокодовой программы, которые следует соответственно удалить или заменить новыми. В операторе ВСТАВИТЬ указывается номер строки, после которой следует вставить строки с исправлениями к автокодовой программе. Строки с исправлениями записываются вслед за корректировочным оператором.

Номер строки всегда записывается четырехразрядным числом, причем его первые две цифры указывают номер бланка автокодовой программы, вторые две — номер строки на бланке.

Общим правилом при записи корректировочных операторов является то, что номера исправляемых строк должны идти в возрастающем порядке. Метки у корректировочных операторов не ставятся.

Оператор ВСТАВИТЬ. Этот оператор позволяет между строк составленной программы вставить несколько новых строк. Например,

```
ВСТАВИТЬ_0211 $\nabla_{\Delta}$   
НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_X, Y $\nabla_{\Delta}$   
ПОВТОРИТЬ_3_25 $\nabla_{\Delta}$   
КОНЕЦ_ $\nabla_{\Delta}$ 
```

Эта запись означает, что после одиннадцатой строки второго бланка будут вставлены три новые строки информации.

Оператор УДАЛИТЬ. С помощью этого оператора из автокодовой программы выбрасываются ненужные строки. В информационной части оператора после пробела записывается номер удаляемой

строки; в том случае, если удаляется группа строк, записываются через символ «—» номера первой и последней строк выбрасываемой группы. Например,

УДАЛИТЬ_0102 ∇

Удаляется вторая строка первого бланка.

УДАЛИТЬ_0214—0304 ∇

Удаляется семь строк, начиная с четырнадцатой строки второго бланка и кончая четвертой строкой третьего бланка.

Оператор ЗАМЕНИТЬ. Этот оператор позволяет заменить несколько строк автокодовой программы новыми. Число удаляемых строк не обязательно должно быть равно числу вставляемых. Информационная часть оператора записывается, как в операторе УДАЛИТЬ. Например,

ЗАМЕНИТЬ_0113 ∇

ПОВТОРИТЬ_3_1 = 1_(1)_12 ∇

КОНЕЦ_ ∇

НАЧАЛО_1 ∇

В автокодovou программу вставляются три строки вместо одной — тринадцатой строки первого бланка.

ЗАМЕНИТЬ_0104 — 0112 ∇

МАССИВ_X(100_M.N) ∇

Вместо девяти строк автокодовой программы вставляется одна строка.

§ 4. Правила записи автокодowych программ на бланках АКИ

На рис. 1 показан бланк для записи автокодовой программы.

На бланке имеются три графы: «номер строки», «метка», «оператор» и шестнадцать строк. Строка содержит шестьдесят восемь позиций, в каждой из которых может быть записан только один символ.

Под графу «номер строки» отведены две незаномерованные позиции. В ней проставлены номера строк (01—16).

Под графу «метка» отведены четыре позиции, с первой по четвертую. В ней записываются метки операторов, если они есть. Причем в четвертой позиции всегда ставится точка, а номер метки записывается в первых трех позициях, так что свободные позиции остаются слева.

Под графу «оператор» отводятся позиции с пятой по шестьдесят восьмую. В этой графе размещаются операторы, каждый из которых записывается с новой строки. Если одной строки недоста-

точно для записи оператора, то в 68 позиции ставят символ «≡» («перевод строки») и продолжают запись с пятой позиции следующей строки и т. д.

Текстовая информация заглавия, оператора НАПЕЧАТАТЬ_ТЕКСТ и текстовая информация, стоящая вслед за словами ПОДПРОГРАММА_ и ВЫХОД_, записывается на бланке в том виде, в каком она должна быть выдана на телетайп.

Корректировочные операторы записываются на отдельном бланке. В пятой позиции первой строки первого бланка должен быть поставлен символ «?». Сразу же после этого символа записывается первый корректировочный оператор. В остальных строках бланка информация записывается обычным образом, начиная с пятой позиции.

В целях сокращения автокодовой программы можно сокращать до первых трех букв наименования всех операторов и служебные слова.

Правила написания операторов изложены в § 3. При составлении и записи автокодовой программы им надо строго следовать. Малейшее отклонение от правил влечет за собой останов машины.

Записанная на бланке автокодовая программа не должна содержать незаполненных строк. Строки бланка, которые почему-либо были пропущены при написании программы, должны в графе «оператор» содержать символ «≡».

На каждом бланке должен быть поставлен в верхнем правом углу порядковый номер бланка.

На рис. 6 приведена записанная на бланке АКИ автокодовая программа задачи 14.

§ 5. Основные ограничения

Максимальное количество символов в операторе или заглавии автокодовой программы	— 768
Максимальное количество констант	— 190
Максимальное количество простых переменных	— 192
Максимальное количество массивов, описанных одновременно в памяти машины	— 32
Максимальное суммарное количество простых переменных и элементов массивов	— 3456
Максимальное количество помеченных операторов	— 127
Максимальное количество команд и констант в коде машины (в операторе КОД и КОД ПРОДОЛЖЕНИЕ, записанных подряд)	— 128
Максимальный порядок системы алгебраических уравнений	— 55

Составленная рабочая программа вместе с исходными данными должна помещаться в МОЗУ.

ВЦ БГУ АКИ МИНСК-2		Учебная задача										Составил		Дата		Лист 01
												Панин		20/У 1966		Листов 01
												Ванин		21/У 1966		
№	Метка	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	68		
01					НАХОЖДЕНИЕ	КОРНЕЙ	КВАДРАТНОГО	УРАВНЕНИЯ								
02	1. Ввод	А, В, С														
03	Вычислить	$D = B^2 - 4 \cdot A \cdot C$	$Z = 2 \cdot A$													
04	Если	$D \leq 0$	то	$2X$												
05	Вычислить	$X1 = (-B + D^{.5}) / (2 \cdot A)$	$X2 = (-B - D^{.5}) / (2 \cdot A)$													
06	Напечатать	текст	действительные	корни												
07	Напечатать	на	теплетайпе	5	знаков	$X1, X2$										
08	Перейти	3														
09	2. Напечатать	текст	комплексные	корни												
10	Вычислить	$E = -B / Z$	$F = (-D)^{.5} / (2 \cdot A)$													
11	Напечатать	текст	коэффициенты	при	действительной	и	мнимой	частях								
12	X															
13	Напечатать	на	теплетайпе	5	знаков	E, F										
14	3. Конеч															
15	начало	1														
16																

Рис. 6

Ограничения при обращении к библиотеке стандартных программ АКИ:

1. Вычисление функции* $x^y (X^Y)$:

$$x > 0, y \ln x < 63 \ln 2 \approx 43,67.$$

2. Вычисление функции $e^x (EXP(X))$:

$$x < 63 \ln 2 \approx 43,67.$$

3. Вычисление функции $\operatorname{tg} x (TG(X))$:

$$x \neq (2k+1) \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

4. Вычисление функций $\operatorname{arcsin} x$ и $\operatorname{arccos} x$

$$(\operatorname{ARCSIN}(X), \operatorname{ARCCOS}(X)): |x| < 1.$$

§ 6. Задачи на программирование

В данном параграфе приводится некоторое количество задач на составление автокодовых программ.

Если в условии задачи встретятся неопределенные буквенные величины, то будем считать, что их значения известны и записаны на информационном бланке.

1. Линейные программы

Автокодовые программы для решения задач данного пункта имеют следующую структуру:

1. ВВОД или НАЗВАТЬ
ВЫЧИСЛИТЬ
НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ или ТЕЛЕТАЙПЕ
КОНЕЦ
НАЧАЛО_1

В задачах 15—21 составить автокодовые программы для вычисления значений функций. В задачах 15—19 и 21 значения x и y напечатать на БПМ.

15. $y = ax^3 + b \sin x + \operatorname{ctg} x + ce^x$. Считать, что $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$, $x = 0,9$. Для ввода a , b , c использовать оператор НАЗВАТЬ.

$$16. y = \frac{a \sqrt[5]{\sin^2 x - \ln^2(b \sin x)}}{\sqrt[3]{(a^2 + b^2 + c^2)^2}}.$$

$$17. y = \frac{0,25 \sin x - 1,25 \operatorname{arcsin} x^2}{0,75 \sqrt[3]{x} e^{\sin x} + \ln^3(1,36 + x^2)}, x = 0,27.$$

* y — дробное.

$$18. y = \left(\sqrt{\frac{2}{3} x^3 - \frac{5}{6} \sin^2 x^2} + \operatorname{tg} \frac{7}{5} x \right) e^{\frac{3}{8} x^3}, \quad x = 1, 12.$$

$$19. y = \frac{(\operatorname{arctg}^3 x^3 + 1,1 \sec \sqrt[3]{x})^3}{\lg 1,1 x + \lg^3(1,2 x^4)}, \quad x = 1, 1.$$

$$20. y = \frac{ax^2 + b \operatorname{tg} x^3 + c \cdot \operatorname{tg} dx^3}{\lg(a^2 + b^2 + c^2)^3},$$

$$z = \frac{\ln \sin \sqrt{x} + \sin \ln \sqrt{y}}{\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x},$$

$$t = \sqrt[5]{(\operatorname{sh}^2 x^3 + \operatorname{ch}^3 y^{-2} + \lg^3 z^4)^2}.$$

Считать, что $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $d = 4$, $x = 0,5$. Вывести на теле-
таип x , y , z , t .

$$21. y = \frac{0,17x^3 + \frac{\sqrt{\sin^2 x + \cos x^2}}{1,75 \ln x + e^x}}{\left(\frac{(2x^{-2} + 3 \sin \ln x^3)^3}{(7x - \sin x^2 + e^{x^2})^2} + 7x^3 \right)^3}, \quad x = 1, 21.$$

22. Составить программу для вычисления интегралов 31 а—м
из гл. V задачника [2].

23. Составить программу для решения систем линейных алгеб-
раических уравнений 38—45 из гл. II данного задачника.

В задачах 24 и 25 требуется вычислить значение функции y
и напечатать его на БПМ. Для решения этих задач составлены
автокодовые программы. Найти в них ошибки и исправить их.

$$24. y = \frac{1,2 \sin 1,3x^3 + 1,4x^2}{\cos \ln \sqrt{x}}, \quad x = 0,5.$$

$$1. \text{ ВYЧИСЛИТЬ } X = 0,5, Y = (1,2.SIN(1,3.X^3) + 1,4.X^2) : COS(LN(X'(1:2)))_{\Delta}^{\nabla}$$

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Y_{\Delta}^{\nabla}

КОНЕЦ_{\Delta}^{\nabla}

НАЧАЛО_1_{\Delta}^{\nabla}

$$25. y = \left(\frac{(ax^2 + (b \cos x + c)^3)^2 + d \sin x}{\sqrt{a \cos^2 x^3 + b \sin \sqrt{x^3}}} \right)^3.$$

_{\Delta}^{\nabla}

$$1. \text{ ВВОД } A, B, C, D, X_{\Delta}^{\nabla} \\ \text{ВYЧИСЛИТЬ } Y = (((A.X^2 + (B.COS(X) + C)^3)' 3)' 2 + D.SIN(X)) : (A.COS(X^3)' 2 + B.SIN(X'(3:2)))'$$

(1:2)' 3_{\Delta}^{\nabla}

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Y_{\Delta}^{\nabla}

КОНЕЦ_{\Delta}^{\nabla}

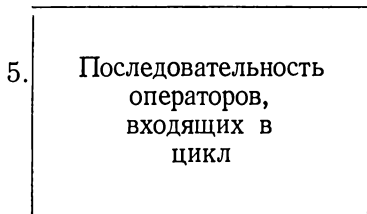
НАЧАЛО_{\Delta}^{\nabla}

2. Простой цикл

Для организации цикла необходимо задать начальные значения параметров (простых переменных или индексов), правила их изменения и условие окончания цикла.

Опишем четыре способа организации цикла в автокодовой программе.

1. Цикл может быть организован с помощью оператора ПОВТОРИТЬ. На схеме это можно представить так:



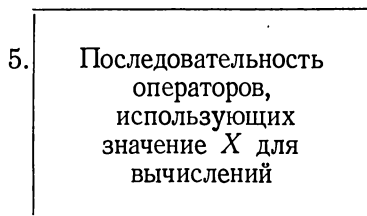
$$\text{ПОВТОРИТЬ}_{5_X} = 2_{(0,25)} \cdot K = P_{(1)}_{25}_{\Delta}^{\nabla}$$

В операторе ПОВТОРИТЬ указывается метка оператора, открывающего цикл, параметры цикла и правила их изменения, условие окончания цикла по одному из параметров или по заданному числу повторений цикла (см. стр. 105). Оператор ПОВТОРИТЬ произведет засылку начальных значений параметров, будет изменять их указанным образом и проверять условие окончания цикла.

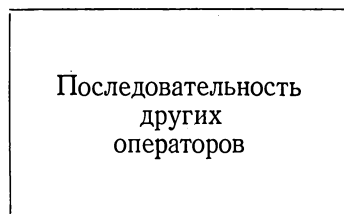
Параметрами цикла могут быть как простые переменные, так и индексы.

2. Этот же цикл можно записать с помощью двух операторов ВЫЧИСЛИТЬ, один из которых будет засылать начальные значения параметров, а второй — изменять их, и оператора ЕСЛИ, который будет проверять условие окончания цикла. На схеме это можно представить так:

$$\text{ВЫЧИСЛИТЬ}_{\Delta} X = X 0_{\Delta}^{\nabla}$$



$$\text{ВЫЧИСЛИТЬ}_{\Delta} X = X + H_{\Delta}^{\nabla}$$

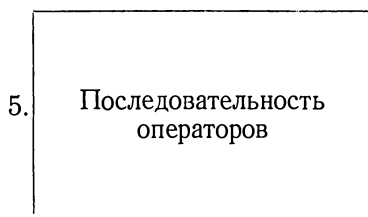


ЕСЛИ_Х_(= Х1_ТО_5∇

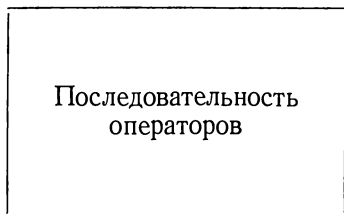
Выход из цикла может быть осуществлен и по какому-нибудь найденному результату.

Параметрами цикла в данном варианте могут быть только простые переменные, так как над индексами никакие операции не производятся.

3. Оператор ПОВТОРИТЬ, стоящий в конце цикла, можно использовать только для изменения параметров. Тогда выход из цикла можно обеспечить с помощью оператора ЕСЛИ, записанного внутри цикла. На схеме представим это так:



ЕСЛИ_..._ТО_6∇



ПОВТОРИТЬ_5...∇

Здесь оператор ЕСЛИ проверяет условие окончания цикла и, если это условие выполнено, передает управление оператору с меткой 6, находящемуся вне цикла. Индекс не может быть параметром, по которому осуществляется выход из цикла.

4. Если параметрами цикла являются только простые переменные, то в предыдущем варианте вместо оператора ПОВТОРИТЬ можно использовать три оператора: два оператора ВЫЧИСЛИТЬ для занесения начальных значений параметров и их изменения и

оператор ПЕРЕЙТИ для передачи управления. Схематически это выглядит так:

ВЫЧИСЛИТЬ $X = X0_{\Delta}^{\vee}$

5. Последовательность операторов, использующих значения X для вычислений

ЕСЛИ . . . ТО 6_{Δ}^{\vee}

Последовательность операторов, использующих значения X для вычислений

ВЫЧИСЛИТЬ $X = X + H_{\Delta}^{\vee}$

Последовательность других операторов

ПЕРЕЙТИ 5_{Δ}^{\vee}

Составить автокодовые программы для решения задач 26—37.

26. Найти сумму

$$y = \sum_{i=1}^n (a_i + b_i) x_i^2 \quad (n \leq 50).$$

Значение y напечатать на БПМ. Воспользоваться первым способом организации цикла.

27. Найти произведение

$$y = \prod_{i=1}^n (a_i x_i^2 + b_i \sin x_i)^3 \quad (n \leq 50).$$

Значение y напечатать на БПМ. Воспользоваться первым способом организации цикла.

28. Составить таблицу значений функции

$$y_i = a_i + b_i e^{x_i^3},$$

где

$$a = 1 (0,5), b = 2 (0,4), x = -1 (0,3) \text{ и } i = 1, 2, \dots, 10.$$

Напечатать на телетайпе a, b, x, y для всех i . Воспользоваться первым способом организации цикла.

29. Составить таблицу значений функции

$$y_i = \sqrt{(a_i \sin x_i^3 + b_i \cos^2 x_i + x_i^2)^3} \quad (i = 1, 2, \dots, 6).$$

Считать, что a_i, b_i заданы таблично и записаны на информационном бланке, а $x = 1 (0,1)$. Таблицу значений y напечатать на БПМ. Воспользоваться первым способом организации цикла.

30. Составить таблицы значений функций y_i и z_i :

$$\begin{aligned} y_i &= 0,1 x_i^3, \\ z_i &= 0,2 y_i x_{i+1}, \end{aligned}$$

если

$$x_{i+1} = x_i + 0,5, x_0 = 1, i = 0, 1, 2, \dots$$

Вычисления прекратить, как только

$$x_{i+1} > 10.$$

Напечатать на БПМ все x_{i+1}, y_i, z_i . Воспользоваться вторым способом организации цикла.

31. Вычислить интегралы с точностью 10^{-4}

$$S = \int_1^2 \frac{e^{ax^3}}{1+x^3} dx, a = 1 (0,5) 5.$$

Результаты напечатать на БПМ. Воспользоваться вторым способом организации цикла.

32. Вычислить

$$\begin{aligned} y &= ab^3 + e^{x^2}, \\ z &= (ae^y + b \sin y)^3, \end{aligned}$$

где

$$a = 1 (0,1), b = 1 (0,1), x = 0,1 (0,5).$$

Процесс вычислений прекратить, как только $y > 5$. Напечатать на БПМ все a, b, x, y, z . Воспользоваться третьим способом организации цикла.

33. Методом Ньютона найти корень уравнения

$$3x - \cos x - 1 = 0,$$

взяв в качестве начального приближения 0,6. Расчетная формула метода:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (i = 0, 1, 2, \dots).$$

Вычисления по формуле прекратить, как только

$$|x_{i+1} - x_i| < 0,00001.$$

Вывести на телетайп все полученные приближения корня. Воспользоваться четвертым способом организации цикла.

34. Найти значение:

$$z = (ay^{20} + bx^{10}y^{10} + cx^{20} + d)x.$$

Напечатать на телетайпе x , y , z .

35. Составить таблицу значений функции

$$z_i = (x_{2i}y_{2i-1} + x_{2i-1}y_{2i})^3 \quad (i = 1, 2, \dots, 10).$$

Напечатать таблицу i , z_i .

36. Вычислить

$$z = \sum_{i=1}^{10} \sin^2 x_{i+1} \cdot \sum_{i=1}^{10} x_i \cos y_i,$$

если

$$x = 0,1(0,02), \quad y = 0,2(0,1).$$

Значение z напечатать на БПМ.

37. Решить задачу 8а из гл. III данного задачника, считая $a = 0,2$, $k = 1$. Значения x_i , y_i напечатать на телетайпе в виде таблицы.

Найти ошибки в автокодовых программах, приведенных к задачам 38 и 39. Исправить их с помощью корректировочных операторов.

38. Составить таблицу функции

$$y_i = \left(\frac{\sqrt{\sin \sqrt{x_i + x_i^3}}}{\operatorname{In} \cos^2(x_i^2 + 0,2)^2} \right)^3 \operatorname{tg} x_i \quad (i = 1, 2, \dots, 10).$$

Таблица x_i записана на информационном бланке. Напечатать на БПМ x_i , y_i .

- $$\begin{aligned} & \nabla \\ & 1. \text{ ВВОД } _X (10) \nabla \\ & 2. \text{ ВЫЧИСЛИТЬ } _E = X/I / _Y/I / = ((\text{SIN } (E' (1:2)) + E' 3)' \\ & \quad (1:2) : \text{LN } (\text{COS } ((E' 2 + 0,2)' 2)' 2))' 3 \cdot \text{TG } (E) \nabla \\ & \text{ПОВТОРИТЬ } _2 _I = 1 _ (1) _ 10 \nabla \end{aligned}$$

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_X (10), Y (10) ∇_{Δ}
 КОНЕЦ_ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО_1 ∇_{Δ}

39. Составить таблицу значений функции

$$y_i = e^{\lg^3(x_i^2 + \sqrt{x_i})^2} \quad (i = 1, 2, \dots, 10).$$

Таблица x_i записана на информационном бланке. Напечатать на БПМ x_i, y_i .

∇_{Δ}
 1. ВВОД_X (10) ∇_{Δ}
 2. ВЫЧИСЛИТЬ_E = X/I/_Y = EXP(TG((E'2 + E'(1:2))'
 2)' 3 ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_X/I/, Y ∇_{Δ}
 ПОВТОРИТЬ_2_I = 1_(1)_10 ∇_{Δ}
 КОНЕЦ_ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО_1 ∇_{Δ}

3. Разветвляющиеся программы.
 Обращение к подпрограммам

Простой цикл является частным случаем разветвляющихся программ. В зависимости от выполнения условия окончания цикла управление передается либо в начало цикла, либо происходит выход из цикла.

Однако очень часто разветвления в вычислительном процессе организуются независимо от циклов. В зависимости от значения каких-то величин он может разветвляться на две, три и большее количество ветвей.

Как правило, разветвление в автокодовой программе организуется с помощью оператора ЕСЛИ. Приведем примеры.

ЕСЛИ_X_(= A_TO_5 ∇_{Δ}

В данном примере одна ветвь начинается сразу после оператора ЕСЛИ, а первый оператор второй ветви снабжен меткой 5.

ЕСЛИ_X_(= A_TO_5_ИНАЧЕ_6 ∇_{Δ}

В этом случае первые операторы обеих ветвей снабжены метками.

Разветвление в трех направлениях можно организовать с помощью двух операторов ЕСЛИ. Например,

ЕСЛИ_X_) = 1_TO_5 ∇_{Δ}
 ЕСЛИ_X_) = 0_TO_6 ∇_{Δ}

В этом примере одна из трех возможных ветвей выбирается в зависимости от значения величины x ($x < 0$, $0 \leq x < 1$, $x \geq 1$).

Обращение к подпрограмме производится с помощью оператора ВЫПОЛНИТЬ. Структура подпрограммы и описание оператора ВЫПОЛНИТЬ приводились раньше.

Составить автокодовые программы для решения задач 40—47.

40. Составить таблицу функции

$$y_i = \begin{cases} a \cos x_i + b \sin x_i, & \text{если } x_i < d; \\ ae^{x_i} + b \ln x_i, & \text{если } x_i \geq d, \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, 10.$$

Считать, что значения величин a , b , d и таблица значений x известны и записаны на информационном бланке. Напечатать на БПМ все пары значений x_i , y_i .

41. Составить таблицу функции

$$y_i = \begin{cases} ax_i^2 + bx_i + c, & \text{если } x_i < 1; \\ bx_i^3 + c, & \text{если } 1 \leq x_i < 2; \\ x_i, & \text{если } x_i \geq 2, \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, 10.$$

Считать, что значения величин a , b , c и таблица значений x_i известны и записаны на информационном бланке. Напечатать на БПМ все пары значений x_i , y_i .

42. Методом деления отрезка пополам найти с точностью 10^{-3} корень уравнения

$$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0,$$

лежащий на отрезке $[-1, 2; 1, 5]$. Напечатать на БПМ найденный отрезок.

43. Вычислить

$$y = e^x + \sqrt{2^{x-1} + 4^{x-2} - 8^{x-2}},$$

$$x = 0(0,5)4.$$

Напечатать на телетайпе с четырьмя десятичными знаками x , y , если y — вещественное; и x , f , e , если y — комплексное ($y = f + ie$).

44. Вычислить:

$$a = \sin^2 x + \operatorname{th}^3 x,$$

$$b = \sqrt{\operatorname{th}^2 x + \operatorname{th}^3 a},$$

$$c = \frac{\operatorname{th} x - \operatorname{th}^2 a}{\operatorname{th} b}, \quad x = 0,2(0,1)1,5.$$

Значения x, a, b, c вывести на печать в виде таблицы, состоящей из четырех столбцов. Над каждым из столбцов напечатать его наименование: X, A, B, C . Для вычисления $\text{th}x$ составить подпрограмму.

45. Составить автокодovou программу для решения задачи 10 г из гл. III данного задачника, считая $a = 1, k = -0,5$. Для вычисления значения правой части дифференциального уравнения составить подпрограмму. Напечатать таблицу значений x_i, y_i .

46. Составить автокодovou программу для решения задачи 12 в из гл. III данного задачника. Считать $a = 1, k = -0,3$. Напечатать таблицу x_i, y_i .

47. Методом Ньютона с точностью 10^{-4} решить уравнение

$$f(x) = x^2 + 4\sin x = 0.$$

Начальное приближение взять равным $-1,9$.

Расчетная формула метода:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}.$$

Итерация x_{i+1} приближенно принимается за искомое решение если на концах одного из отрезков $[x_{i+1} - 10^{-4}, x_{i+1}], [x_{i+1}, x_{i+1} + 10^{-4}]$ функция $f(x)$ имеет разные знаки. Напечатать на БПМ графики полученного отрезка.

Найти ошибку в приведенной автокодовой программе. Исправить ее с помощью корректировочных операторов.

48. Методом секущих с точностью 10^{-5} (см. задачу 47) решить уравнение

$$e^x - 2(x - 1)^2 = 0.$$

Расчетная формула метода:

$$x_i = \frac{x_0 f(x_{i-1}) - x_{i-1} f(x_0)}{f(x_{i-1}) - f(x_0)} \quad (i = 2, 3, \dots).$$

Считать $x_0 = -0,5, x_1 = 1$.

Программа:

▽
△

1. ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = -0,5_X0 = -0,5$ ▽

ВЫПОЛНИТЬ $_4$ ▽

ВЫЧИСЛИТЬ $_F0 = F_X = 1$ ▽

2. ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = X$ ▽

ВЫПОЛНИТЬ $_4$ ▽

ВЫЧИСЛИТЬ $_X = (X0 \cdot F - X1 \cdot F0) : (F - F0)_X1 = X$ ▽

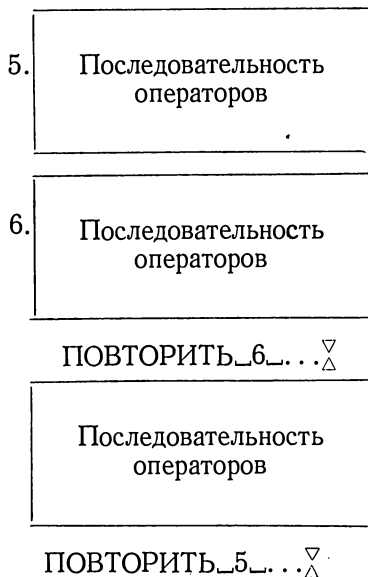
```

ВЫПОЛНИТЬ_4 $\nabla$ 
ВЫЧИСЛИТЬ_ $F_1 = F_{X1} = X - Ю - 5_{\Delta}^{\nabla}$ 
ВЫПОЛНИТЬ_4 $\nabla$ 
ЕСЛИ_ $F_1.F_{(= 0\_TO\_4_{\Delta}^{\nabla}}$ 
ВЫЧИСЛИТЬ_ $X_1 = X + Ю - 5_{\Delta}^{\nabla}$ 
ВЫПОЛНИТЬ_4 $\nabla$ 
ЕСЛИ_ $F_1.F_{) 0\_TO\_2_{\Delta}^{\nabla}}$ 
3. НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_ $X, X_1_{\Delta}^{\nabla}$ 
4. ПОДПРОГРАММА_ $\nabla$ 
ВЫЧИСЛИТЬ_ $F = EXP(X_1) - 2.(X_1 - 1)' 2_{\Delta}^{\nabla}$ 
ВЫХОД_ $\nabla$ 
КОНЕЦ_ $\nabla$ 
НАЧАЛО_1 $\nabla$ 

```

4. Двойной цикл

На схеме структуру двойного цикла можно представить следующим образом:



Внутренний и внешний циклы организуются как одиночные циклы по той или иной схеме (см. п. 2, § 6). Отметим лишь то, что ни один оператор, находящийся вне цикла, не может передавать управление внутрь цикла.

Аналогичным образом организуется n -кратный цикл.

Составить автокодированные программы для решения задач 49—54.
49. Вычислить n значений полинома степени m

$$y = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_{m-1} x + a_m$$

для x , изменяющегося от c с шагом e .

Вычисления проводить по схеме Горнера:

$$b_j = b_{j-1}x + a_j \quad (j = 0, 1, \dots, m);$$

$$b_{-1} = 0, \quad b_m = y.$$

Для задания a_j , c , e и n , $m_1 = m + 1$ ($n \leq 100$, $m \leq 20$) воспользоваться оператором ВВОД. Напечатать таблицу значений x , y .

50. Дана таблица функции y

x	x_1	x_2	\dots	x_{14}
y	y_1	y_2	\dots	y_{14}

Аргумент x изменяется с шагом $h = 0,001$. По формуле квадратичной интерполяции найти значения y_j в некоторых точках x_j ($j = 1, 2, \dots, 11$). Значения x_j , y_j напечатать на БПМ.

Формула квадратичной интерполяции:

$$y_j = y_i + q \Delta y_i + \frac{q(q-1)}{2} \Delta^2 y_i,$$

где

$$x_j \in [x_i, x_{i+1}], \quad q = \frac{x_j - x_i}{h},$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i, \quad \Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i = y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i.$$

51. Методом Ньютона (см. задачу 47) решить уравнения 68 из гл. I данного задачника. Напечатать на телетайпе для каждого значения параметра a найденное значение корня уравнения x . За начальное приближение корня x_0 взять 0,5 для всех a .

52. Решить задачу 14 б из гл. III данного задачника, взяв $a = 1$, $k = 0,5$. Напечатать на БПМ все значения x и y .

53. Решить задачу 16 б из гл. III данного задачника, полагая, $a = 1(0,25)2$, $k = 10$. Найденные результаты напечатать в виде таблицы, первый столбец которой содержит значения x , а остальные пять столбцов — значения y для каждого a . Обозначить столбцы таблицы следующим образом:

$$x \quad 1,00 \quad 1,25 \quad 1,50 \quad 1,75 \quad 2,00.$$

54. Составить таблицу значений интегралов с точностью 10^{-4} :

$$\int_0^1 \sin ax \cdot x^m dx,$$

$$a = 0,4(0,2)3,0, \quad m = 0,23(0,1)0,83.$$

(Задача 35 из гл. V задачника [2].) Таблица должна иметь головку.

Найти ошибки в автокодowych программах, проведенных к задачам 55 и 56. Исправить их с помощью корректировочных операторов.

55. Решить задачу 19а из гл. III данного задачника, считая $a = 1(0,5)3$, $k = 10$. Напечатать на БПМ для каждого a соответствующие значения y .

▽
△

1. ВЫЧИСЛИТЬ_X0 = 0_Y0 = 0_▽
△

2. НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_А_▽
△

3. ВЫЧИСЛИТЬ_X1 = X0_Y1 = Y0_▽
△

ВЫПОЛНИТЬ_4_▽
△

ВЫЧИСЛИТЬ_K1 = F_X1 = X0 + 0,025_Y1 = Y0 + 0,5.K1_▽
△

ВЫПОЛНИТЬ_4_▽
△

ВЫЧИСЛИТЬ_K2 = F_Y1 = Y0 + 0,5.K2_▽
△

ВЫПОЛНИТЬ_4_▽
△

ВЫЧИСЛИТЬ_K3 = F_Y1 = Y0 + (1 : 6) . (K1 + 2 . K2 +
2 . K3 + K4)_Y0 = Y1_▽
△

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Y0_▽
△

ПОВТОРИТЬ_2_20_▽
△

ПОВТОРИТЬ_3_A = 1,0_(0,5)_ (= 3,1_▽
△

КОНЕЦ_▽
△

4. ПОДПРОГРАММА_▽
△

ВЫЧИСЛИТЬ_F = 0,05 . (A . Y1'2 + X1'2 + 2) : (10 . Y1 +
X1 + 4)_▽
△

ВЫХОД_▽
△

КОНЕЦ_▽
△

НАЧАЛО_1_▽
△

56. Умножить квадратную матрицу 20-го порядка на вектор. Полученный вектор напечатать на БПМ. Считать, что элементы матрицы и вектора записаны на информационном бланке.

$$\nabla_{\Delta}$$

1. ВВОД $_A(400_20 \cdot 20), B(20)_{\Delta}^{\nabla}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y = 0_{\Delta}^{\nabla}$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y = Y + A/I, K/.B/K/_{\Delta}^{\nabla}$
 ПОВТОРИТЬ $_3_K = 0_ (1)_19_{\Delta}^{\nabla}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_БПМ_Y_{\Delta}^{\nabla}$
 ПОВТОРИТЬ $_2_I = 0_ (1)_19_{\Delta}^{\nabla}$
 КОНЕЦ $__{\Delta}^{\nabla}$
 НАЧАЛО $_1_{\Delta}^{\nabla}$

5. Разные задачи

Составить автокодовые программы для решения следующих задач.

$$57. y_i = \frac{\sqrt{a_i \sin^2 x_i + b_i \cos^2 x_i}}{a_i^3 b_i^3 x_i + \sqrt{a_i b_i^x i}}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n; n \leq 50, \text{ четное});$$

$$z_j = a_{2j} \cos y_{2j} + b_{2j-1} \sin y_{2j-1}$$

$$(j = 1, 2, \dots, \frac{n}{2}).$$

Напечатать на БПМ сначала все значения x_i , затем y_i и, наконец, z_j . Считать, что таблица значений a_i, b_i записана на информационном бланке, а $x_i = x_{i-1} + 0,01 \cdot i, x_0 = 0$.

58. Перемножить три квадратные матрицы, порядок которых $n \leq 10$:

$$A \cdot B \cdot C = D.$$

Ввод исходных данных осуществить с помощью оператора ВВОД. Матрицу D напечатать на БПМ.

59. Дана квадратная матрица $A (n \leq 30)$ и вектор x . Найти $A^2 x, A^3 x, \dots, A^7 x$. Напечатать в виде таблицы шесть полученных векторов. Над каждым столбцом таблицы напечатать соответственно $A^i i \cdot X (i = 2, 3, \dots, 7)$.

60. Найти наибольший элемент и сумму диагональных элементов квадратной матрицы порядка $n \leq 40$. Результаты напечатать на БПМ.

61. Дана перенумерованная неупорядоченная последовательность из $R \sim 1000$ чисел. Расположить числа в монотонно возрастающей последовательности. Полученную последовательность напечатать на телетайпе, указывая слева от числа его новый порядковый номер, а справа — старый. Порядковые номера чисел на информационный бланк не заносить.

62. Найти максимальное и минимальное значения функции

$$z = \frac{\cos x + \sqrt{x^2 + y^2}}{x^3 + y^3},$$

где

$$x = \frac{(A_1^2 + \cos^2 A_2)^{A_3}}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}, \quad y = \frac{A_1 \cdot A_2^2 + \sin A_3^2}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2},$$

$$A_1 = -2(0,5)1, \quad A_2 = 1,1(0,05)2, \quad A_3 = 1(0,05)2.$$

Результаты напечатать на БПМ.

63. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений 26к из гл. III данного задачника. Для решения воспользоваться формулами Рунге—Кутты четвертого порядка. Шаг интегрирования h взять равным 0,1. Напечатать таблицу результатов с пояснениями к столбцам

$$K \quad X/A \quad 1,00 \quad 1,25 \quad 1,50 \quad 1,75 \quad 2,00.$$

Для каждого h напечатать пять значений x (0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0), а для каждого x — три значения y (y_1, y_2, y_3) одно под другим.

64. Дана таблица функции

x	x_0	x_1	\dots	x_{100}
y	y_0	y_1	\dots	y_{100}

Найти значение функции y в некоторой точке x , пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0) \cdots (x-x_{i-1})(x-x_{i+1}) \cdots (x-x_n)}{(x_i-x_0) \cdots (x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1}) \cdots (x_i-x_n)}.$$

Л и т е р а т у р а

1. М. Е. Неменман [и др.]. Автокод для решения инженерных задач на машине «Минск-2». Минск, 1965.

2. М. П. Черкасова. Сборник задач по методам вычислений и элементам программирования. Минск, 1966.

ОТВЕТЫ

Глава I

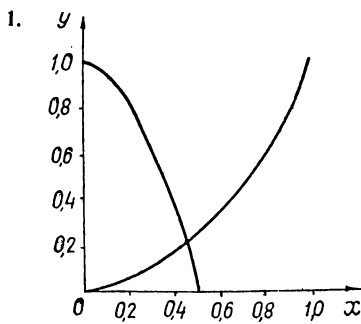


Рис. 7

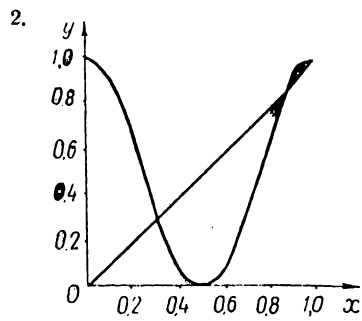


Рис. 8

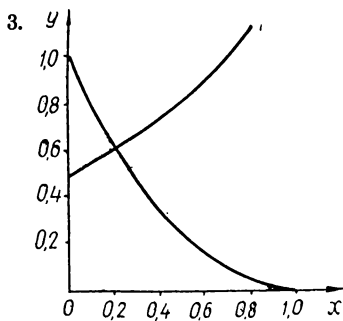


Рис. 9

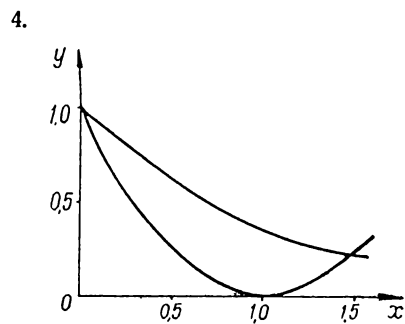


Рис. 10

5.

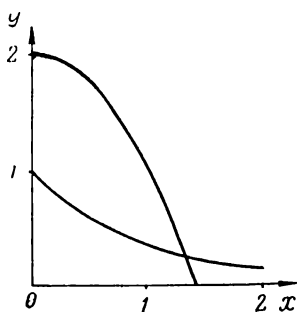


Рис. 11

6.

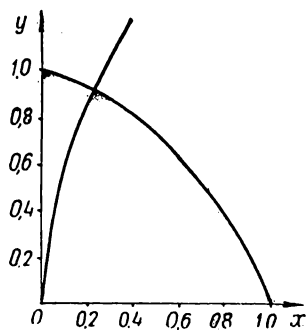


Рис. 12

7.

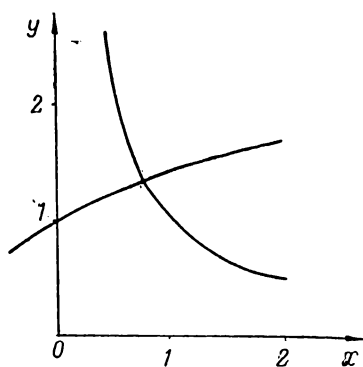


Рис. 13

8.

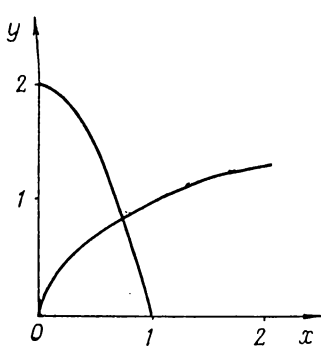


Рис. 14

9.

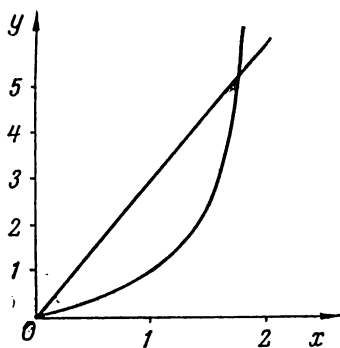


Рис. 15

10.

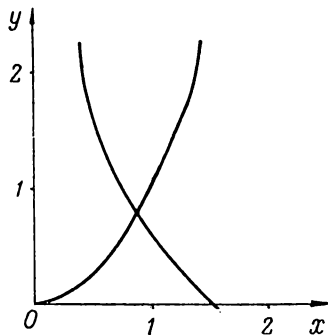


Рис. 16

11.

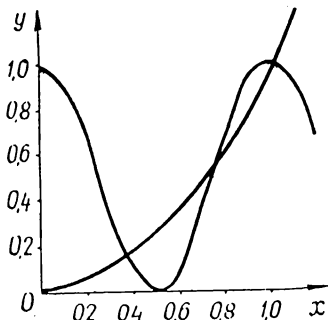


Рис. 17

12.

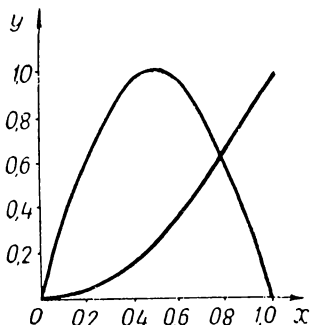


Рис. 18

13. 1,17123. 14. 0,0; 2,75295. 15. — 0,98737; — 0,74656; 0,0; 0,56366.
 16. — 0,56669; — 0,33443; 0,0; 0,29810. 17. 0,0; 0,78724. 18. 0,73909.
 19. — 0,43843; 0,43843. 20. 0,31152; 0,89492; 1,0. 21. — 1,0; — 0,78983;
 — 0,37697; 0,37697; 0,78983; 1,0. 22. 0,22105. 23. 0,72088; 3,89780; 4,0.
 24. 0,88678. 25. 0,93936; 2,72500; 2,99837. 26. 0,97990. 27. 0,78112; 2,40135.
 28. 0,0; 0,39928; 6,35234. 29. 2,92095. 30. 0,30991; 4,0. 31. 1,72310. 32. 1,42153.
 33. 0,39754; 4,68156. 34. 1,89665. 35. 3,47301. 36. 2,74065. 37. 0,38653.
 38. — 0,53727; 1,31597. 39. — 2,51286; 0,0; 1,47767. 40. — 1,31597; 0,53727.
 41. 0,21331. 42. 0,85261.

43.

a	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
x	0,64119	0,69953	0,76201	0,83078	0,90870	1,0
a	1,1	1,2	1,3	1,4		
x_1	1,11178	1,25773	1,47099	1,88666		
x_2	38,22872	14,76745	7,85706	4,41029		

44.

a	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
x_1	0,15859	0,14100	0,12564	0,11216	0,10029
x_2	3,14619	3,29128	3,43361	3,57356	3,71141
a	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
x_1	0,08980	0,08050	0,07224	0,06489	0,05833
x_2	3,84740	3,98171	4,11452	4,24597	4,37618

a	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
x_1	0,05247	0,04723	0,04253	0,03832	0,03455
x_2	4,50524	4,63326	4,76031	4,88647	5,01179
a	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
x_1	0,03115	0,02810	0,02536	0,02289	0,02066
x_2	5,13634	5,26016	5,38330	5,50580	5,62770
a	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4
x_1	0,01866	0,01685	0,01523	0,01376	0,01243
x_2	5,74903	5,86982	5,99011	6,10991	6,22926

45. — 0,82413. 46. 1,56519. 47. 1,57080; 3,90573. 48. 0,52360; 2,61799.
 49. 1,10251. 50. 1,45252. 51. 0,87436. 52. 4,48175. 53. 0,87550. 54. 4,49341.
 55. — 5,51881; 1,73499. 56. 1,76193. 57. — 1,06487. 58. 2,36502. 59. 6,16473.
 60. 4,73007. 61. 1,87510. 62. 0,73360. 63. 1,51213. 64. — 0,40103. 65. 3,78928.
 66. 0,50413.

67.

a	1	2	3	4	5
x	0,86033	1,07687	1,19246	1,26459	1,31384
a	6	7	8	9	10
x	1,34955	1,37662	1,39782	1,41487	1,42887
a	11	12	13	14	15
x	1,44058	1,45050	1,45903	1,46643	1,47292
a	16	17	18	19	20
x	1,47864	1,48374	1,48830	1,49241	1,49613
a	21	22	23	24	25
x	1,49951	1,50260	1,50544	1,50804	1,51045

68.

a	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
x	0,21995	0,26761	0,30592	0,33672	0,36164
a	1,0		1,1	1,2	1,3
x	0,38197	2,61803	0,39869	0,41256	0,42416
a	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
x	0,43394	0,44222	0,44928	0,45534	0,46055
a	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
x	0,46507	0,46899	0,47241	0,47540	0,47803
a	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8
x	0,48034	0,48238	0,48418	0,48578	0,48721

69.

n	1	2	3	4
x	0,48587	0,59234	0,66014	0,70676

70.

a	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70
x	1,44244	1,43219	1,42229	1,41272	1,40347
a	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95
x	1,39451	1,38584	1,37742	1,36926	1,36134
a	2,00	2,05	2,10	2,15	2,20
x	1,35364	1,34616	1,33888	1,33180	1,32490

a	2,25	2,30	2,35	2,40	2,45
x	1,31818	1,31164	1,30525	1,29902	1,29294
a	2,50	2,55	2,60	2,65	2,70
x	1,28700	1,28120	1,27554	1,27000	1,26458

71.

a	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
x	2,74371	2,69282	2,63929	2,58291	2,52342
a	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
x	2,46054	2,39394	2,32325	2,24800	2,16767

72.

 $b = 0,1$

a	0,58	0,56	0,55	0,53	0,52	0,50
x	0,79045	0,76313	0,75019	0,72552	0,71372	0,69105

 $b = 0,2$

a	0,56	0,52	0,50	0,47	0,46	0,44
x	0,94551	0,87770	0,84892	0,81007	0,79806	0,77517

 $b = 0,3$

a	0,48	0,46	0,44	0,42	0,40	0,37
x	0,98972	0,95480	0,92381	0,89580	0,87014	0,83512

$$b = 0,4$$

a	0,40	0,38	0,36	0,33	0,31	0,30
x	1,02486	0,99135	0,96144	0,92162	0,89767	0,88635

73. 0,18744. 74. 0,64119. 75. 0,75488. 76. 0,73909. 77. 0,60710.
 78. 0,22105. 79. 1,17123. 80. 0,12243. 81. 0,67238. 82. 0,15368; 0,63601.
 83. 29,53659. 84. 1,55715. 85. 0,21331. 86. 0,85261. 87. 1,25613.
 88. 1,32472. 89. 9,96667. 90. 1,62936. 91. 0,78112. 92. — 1,93375.
 93. 0,82413. 94. 0,93826. 95. 1,06487. 96. 2,17157. 97. 3,78928. 98. 3,68824.
 99. 0,61906. 100. 1,31597. 101. — 2,51286; 1,47767. 102. 1,38233. 103. 1,06320.
 104. 1,95922; 4,55424; 7,94864. 105. — 8,20271; 4,22396; 14,2162,
 106. — 4,27161; 8,41684; 15,6545. 107. — 8,41954; — 4,14529; 18,1398.
 108. — 19,7088; — 8,35989; 4,26901. 109. — 22,1517; 4,13927; 8,43749.
 110. — 24,2165; — 4,23999; 8,21913. 111. — 25,6273; — 8,76480; — 4,07000.
 112. 0,653757; 3,38134; 9,33160. 113. — 7,06744; 0,877473; 3,53193.
 114. — 3,68696; 0,660223; 9,52184. 115. — 6,75020; — 4,06957; 0,890166.
 116. — 9,52684; — 0,660014; 4,09175. 117. — 0,889810; 4,55068; 6,66873.
 118. — 4,54095; — 0,879734; 7,07872. 119. — 9,21794; — 4,89361; — 0,655153.
 120. 0,655278; 5,11668; 9,19484. 121. — 5,10265; 0,659616; 9,53813. 122. 2,01853;
 4,33124; 6,61233. 123. — 4,33121; 2,01853; 6,81235. 124. — 6,98713; — 4,34496;
 2,01941.
 125. — 1,11351; 0,234526; — 0,299163 $\pm i \cdot 0,394045$. 126. — 1,88568;
 — 0,516109; — 0,131991 $\pm i \cdot 0,843733$. 127. — 2,89701; 0,734620; — 0,482759 \pm
 $\pm i \cdot 1,39467$. 128. — 7,53137; — 4,38167; 1,15254 $\pm i \cdot 1,81158$. 129. — 1,09903;
 — 0,677228; 0,635338 $\pm i \cdot 2,33044$. 130. — 1,53875; 0,734829; — 1,85606 $\pm i \cdot 2,36013$.
 131. — 6,89740; — 1,73479; 2,29487 $\pm i \cdot 2,67039$. 132. — 1,98790; 8,14579;
 — 3,06818 $\pm i \cdot 2,61897$. 133. 0,467758; 1,15990; 0,0548589 $\pm i \cdot 0,246437$.
 134. — 0,262635; 0,992493; — 0,370773 $\pm i \cdot 0,411450$. 135. — 0,738327; 3,00211;
 — 1,00794 $\pm i \cdot 0,811583$. 136. 0,992387; 3,87623; — 1,43600 $\pm i \cdot 1,48657$.
 137. — 4,95774; 10,3107; — 1,96528 $\pm i \cdot 1,71153$. 138. 5,27216; 13,4670;
 0,954545 $\pm i \cdot 2,74652$. 139. — 8,05868; 1,95755; — 2,17073 $\pm i \cdot 3,25278$.
 140. — 1,00000; 0,570093; — 0,0503964 $\pm i \cdot 0,249024$. 141. — 0,248352; 0,556863;
 0,328746 $\pm i \cdot 0,817108$. 142. — 3,13531; — 0,721828; — 1,23514 $\pm i \cdot 1,06738$.
 143. — 4,03077; 1,01734; 0,690955 $\pm i \cdot 1,50041$. 144. — 9,98106; — 4,97132;
 — 0,649533 $\pm i \cdot 2,30371$. 145. — 0,537190; 0,965761; 0,0732815 $\pm i \cdot 0,246573$.
 146. 1,75116; 4,52719; 0,366551 $\pm i \cdot 1,03949$. 147. — 1,02391; 3,98722;
 0,556180 $\pm i \cdot 1,80190$. 148. — 4,28026; 10,6920; — 0,347059 $\pm i \cdot 3,06932$.
 149. — 0,928096; 1,81107; — 0,542683 $\pm i \cdot 3,43733$. 150. 0,996865; 2,01587;
 2,19444 $\pm i \cdot 3,22593$. 151. — 0,918759; — 0,563511; — 0,0686854 $\pm i \cdot 0,254374$.
 152. — 3,92856; 2,01628; 0,136691 $\pm i \cdot 1,07758$. 153. — 0,752467; 0,373157;
 0,384507 $\pm i \cdot 1,40474$. 154. — 3,85912; — 1,04239; 1,42151 $\pm i \cdot 1,26776$.
 155. — 4,80544; 1,18597; 1,22761 $\pm i \cdot 2,26106$. 156. — 10,6215; — 6,21638;
 — 1,13793 $\pm i \cdot 3,03115$. 157. — 14,2104; 6,93379; 2,59804 $\pm i \cdot 2,58108$.
 158. — 1,34642; — 1,13489; 1,59677 $\pm i \cdot 3,19758$. 159. — 2,05627; 0,983282;
 2,41892 $\pm i \cdot 2,82607$. 160. 1,01267; 1,95119; — 0,256681 $\pm i \cdot 0,435996$. 161. 2,61247;
 6,89816; 0,533133 $\pm i \cdot 1,37932$. 162. — 0,385537; 0,764484; — 1,37683 $\pm i \cdot 0,655625$.
 163. 0,506786; 1,00934; — 0,801339 $\pm i \cdot 1,91465$. 164. — 1,27102; 4,97205;
 2,08929 $\pm i \cdot 1,57295$. 165. 1,45711; 6,21310; 2,69565 $\pm i \cdot 1,41988$. 166. — 6,81661;
 14,2377; — 0,994048 $\pm i \cdot 3,20342$. 167. — 0,992405; 2,03388; — 3,22917 $\pm i \cdot 2,15773$.
 168. — 2,02256; 1,01286; 0,299843 $\pm i \cdot 0,393885$. 169. — 4,12687; — 1,96302;
 0,508310 $\pm i \cdot 0,821668$. 170. — 5,92417; 3,12929; 0,409548 $\pm i \cdot 1,40194$.
 171. — 0,686618; — 0,418645; 0,190828 $\pm i \cdot 1,45412$. 172. — 1,03261; 0,503198;
 — 0,738589 $\pm i \cdot 1,86753$. 173. — 5,14010; — 1,23068; 1,37255 $\pm i \cdot 2,36776$.
 174. — 6,22891; 1,48178; 1,08333 $\pm i \cdot 2,85203$. 175. — 15,6538; — 5,82242; 2,72321 \pm
 $\pm i \cdot 2,10743$. 176. — 2,13777; — 0,963071; — 1,62195 $\pm i \cdot 3,53084$. 177. — 0,989324;

2,00214; $-0,106838 \pm i \cdot 0,482732$. 178. $0,455745$; $2,17707$; $0,392758 \pm i \cdot 0,765956$.
 179. $-3,14170$; $6,00377$; $-1,10644 \pm i \cdot 0,927340$. 180. $-0,516234$; $1,04733$;
 $-1,57709 \pm i \cdot 1,10346$. 181. $0,643646$; $1,23081$; $-1,26238 \pm i \cdot 2,26039$.
 182. $-1,48623$; $6,08116$; $1,60714 \pm i \cdot 2,57515$. 183. $1,62223$; $7,63583$; $3,03165 \pm$
 $\pm i \cdot 1,63398$. 184. $10,6366$; $15,1281$; $2,95833 \pm i \cdot 3,31636$. 185. $-6,14128$;
 $-2,83744$; $1,03247 \pm i \cdot 1,16172$. 186. $-8,24420$; $4,00282$; $0,830882 \pm i \cdot 1,64967$.
 187. $-1,92930$; $-0,267976$; $1,16520 \pm i \cdot 1,57178$. 188. $-1,25402$; $0,629820$;
 $1,72727 \pm i \cdot 1,63434$. 189. $-5,78860$; $-1,52661$; $-0,592593 \pm i \cdot 2,80554$.
 190. $-6,99706$; $1,72783$; $2,57792 \pm i \cdot 2,29987$. 191. $-14,7043$; $-9,32799$;
 $-1,30769 \pm i \cdot 4,07874$. 192. $0,340868$; $0,773560$; $-0,285569 \pm i \cdot 0,429780$.
 193. $-0,474187$; $2,06039$; $0,538846 \pm i \cdot 0,792158$. 194. $-4,07288$; $8,25145$;
 $0,851064 \pm i \cdot 1,87343$. 195. $-0,624831$; $1,25748$; $-0,905594 \pm i \cdot 2,21363$.
 196. $0,721062$; $1,52894$; $-1,41912 \pm i \cdot 2,70907$. 197. $-1,73467$; $6,98742$;
 $-0,882716 \pm i \cdot 3,37728$. 198. $1,94545$; $8,22931$; $3,30000 \pm i \cdot 1,74452$. 199. $-9,01880$;
 $18,1412$; $-1,73809 \pm i \cdot 4,48043$. 200. $2,55765$; $7,73101$; $1,57143 \pm i \cdot 4,28809$.
 201. $-2,29707$; $-1,12310$; $3,21622 \pm i \cdot 3,08558$. 202. $-2,47115$; $10,1283$;
 $3,72727 \pm i \cdot 3,26852$. 203. $-23,9382$; $11,6240$; $3,15385 \pm i \cdot 4,61346$. 204. $1,51037$;
 $2,99406$; $-4,14286 \pm i \cdot 4,55428$. 205. $-13,8506$; $3,55335$; $-3,38889 \pm i \cdot 4,87213$.
 206. $-15,9097$; $4,01498$; $3,96154 \pm i \cdot 6,90585$. 207. $-2,24366$; $4,50208$; $6,95455 \pm$
 $\pm i \cdot 5,88509$. 208. $-1,10786$; $2,29995$; $-2,36207 \pm i \cdot 3,74717$. 209. $-9,53128$;
 $2,57383$; $-2,78846 \pm i \cdot 4,00402$. 210. $14,6775$; $19,5983$; $-4,34091 \pm i \cdot 3,64594$.
 211. $3,45354$; $14,1318$; $-1,21429 \pm i \cdot 7,42273$. 212. $-3,73584$; $-1,60361$;
 $1,28571 \pm i \cdot 6,80786$. 213. $-4,46149$; $2,25741$; $-7,64286 \pm i \cdot 4,84189$. 214. $2,43734$;
 $10,0729$; $3,19231 \pm i \cdot 3,96639$. 215. $-2,50519$; $-1,26404$; $2,86842 \pm i \cdot 3,85713$.
 216. $-27,8640$; $14,0068$; $5,59091 \pm i \cdot 3,93307$. 217. $-1,70413$; $3,48483$; $3,69231 \pm$
 $\pm i \cdot 6,24358$. 218. $-4,01170$; $-1,95481$; $5,31818 \pm i \cdot 6,06695$. 219. $1,14482$;
 $2,24880$; $3,13636 \pm i \cdot 3,72700$. 220. $-20,5180$; $-9,53463$; $-1,67308 \pm i \cdot 4,76857$.
 221. $-1,23171$; $2,49362$; $-2,57143 \pm i \cdot 3,43749$. 222. $-12,0262$; $2,92477$;
 $-3,22222 \pm i \cdot 4,72059$. 223. $-3,48899$; $1,71030$; $4,26471 \pm i \cdot 5,50299$.
 224. $-9,80990$; $20,0357$; $2,88889 \pm i \cdot 4,04679$. 225. $-2,44448$; $1,24448$; $3,16129 \pm$
 $\pm i \cdot 3,66850$. 226. $2,82286$; $12,4864$; $4,04545 \pm i \cdot 4,48206$. 227. $-3,05346$;
 $-1,46252$; $-3,16667 \pm i \cdot 5,71305$. 228. $1,60628$; $3,68576$; $4,02778 \pm i \cdot 5,31761$.
 229. $-3,93817$; $1,97421$; $4,17857 \pm i \cdot 6,46172$. 230. $-2,21588$; $9,16460$; $4,20000 \pm$
 $\pm i \cdot 1,66132$. 231. $-20,1122$; $9,85635$; $-3,00000 \pm i \cdot 4,15761$. 232. $1,14694$;
 $2,75629$; $3,15714 \pm i \cdot 3,86240$. 233. $-1,49726$; $3,03627$; $1,63158 \pm i \cdot 5,51754$.
 234. $-14,1912$; $-3,36050$; $2,21053 \pm i \cdot 6,85626$. 235. $1,99525$; $3,96737$; $-6,64286 \pm$
 $\pm i \cdot 4,63075$. 236. $-9,20507$; $2,20507$; $-2,96875 \pm i \cdot 3,40022$. 237. $10,4755$;
 $19,2832$; $3,57692 \pm i \cdot 3,67605$. 238. $-10,2224$; $-2,42673$; $-3,27778 \pm i \cdot 4,27272$.
 239. $-10,6750$; $22,8457$; $-4,07143 \pm i \cdot 5,05632$. 240. $-3,02991$; $1,50106$;
 $-2,15385 \pm i \cdot 5,79584$. 241. $-3,50265$; $13,8496$; $-3,64286 \pm i \cdot 5,64557$.
 242. $-3,96891$; $16,0345$; $4,81818 \pm i \cdot 6,51318$.
 243. $-1,7321$; $-0,40000$. 244. $-4,0000$; $1,0000$; $2,0000$. 245. $-0,65544$;
 $0,78924$; $3,8662$. 246. $-2,5321$; $-1,3473$; $0,87939$. 247. $3,2790$; $-0,13951 \pm$
 $\pm i \cdot 0,94628$. 248. $1,3247$; $-0,66236 \pm i \cdot 0,56228$. 249. $-1,6920$; $-1,3569$;
 $3,0489$. 250. $-3,5043$; $1,7522 \pm i \cdot 1,1001$. 251. $-1,2361$; $3,2361$; $2,0000 \pm i \cdot 1,7321$.
 252. $-0,68874$; $0,90506$; $1,3918 \pm i \cdot 2,4666$. 253. $-2,2340$; $0,32762$; $0,95320 \pm$
 $\pm i \cdot 0,67653$. 254. $-3,0200 \pm i \cdot 1,0390$; $-0,79999 \pm i \cdot 1,7607$. 255. $-2,9917$;
 $-1,0284$; $0,044463$; $1,9587$; $4,0657$. 256. $-0,39922$; $0,094884$; $0,65096$;
 $-0,17331 \pm i \cdot 1,0254$. 257. $-0,16657$; $-1,3086 \pm i \cdot 0,62370$; $0,89191 \pm i \cdot 0,79553$;
 258. $0,84431$; $-0,40857 \pm i \cdot 0,38702$; $0,98641 \pm i \cdot 2,0033$. 259. $-2,1956$;
 $0,0056769 \pm i \cdot 0,37237$; $1,2271 \pm i \cdot 1,3457$. 260. $-10,898$; $-1,3682 \pm i \cdot 1,9092$;
 $0,31740 \pm i \cdot 0,46397$. 261. $0,46342$; $-0,75293 \pm i \cdot 1,0069$; $0,27122 \pm i \cdot 0,78037$.
 262. $-0,94439$; $-0,43120 \pm i \cdot 0,86973$; $0,60340 \pm i \cdot 0,87151$. 263. $1,2663$;
 $-0,71451 \pm i \cdot 1,3076$; $0,58138 \pm i \cdot 1,2001$. 264. $-2,5008$; $-0,60304 \pm i \cdot 0,36571$;
 $0,73343 \pm i \cdot 0,51575$. 265. $-0,56943$; $-1,0283 \pm i \cdot 1,4948$; $0,81297 \pm i \cdot 0,49605$.
 266. $-7,4415$; $-0,40034 \pm i \cdot 0,63300$; $0,62107 \pm i \cdot 0,57701$. 267. $-0,50411$;
 $0,37567 \pm i \cdot 0,88872$; $0,37638 \pm i \cdot 2,0298$. 268. $1,5035$; $2,0784$; $2,1201$; $1,0990 \pm$
 $\pm i \cdot 0,019897$. 269. $-1,0850$; $2,2138$; $-0,25506 \pm i \cdot 1,6453$; $0,69070 \pm i \cdot 0,75781$.
 270. $-0,78691$; $6,5198$; $-0,13650 \pm i \cdot 0,68495$; $0,77003 \pm i \cdot 0,45412$. 271. $-1,3182$;
 $1,0640$; $-0,056091 \pm i \cdot 0,94183$; $0,18320 \pm i \cdot 1,3685$. 272. $0,38331$; $5,2555$;

$-0,78701 \pm i \cdot 0,57641$; $0,96759 \pm i \cdot 0,32715$. 273. $-1,4305$; $1,2963$; $-0,11029 \pm i \cdot 1,2669$; $0,17740 \pm i \cdot 0,54953$. 274. $-2,0051 \pm i \cdot 0,29228$; $-0,18535 \pm i \cdot 0,52054$; $0,078407 \pm i \cdot 1,1359$. 275. $-1,3984$; $0,27562$; $0,87218$; $-0,46566 \pm i \cdot 0,73761$; $0,36297 \pm i \cdot 0,81833$. 276. $-1,9625$; $1,1080$; $1,5379$; $-0,64631 \pm i \cdot 1,1175$; $0,30461 \pm i \cdot 0,99191$. 277. $0,025451$; $0,12910$; $0,29791$; $0,49870$; $0,70134$; $0,87722$; $0,97027$. 278. $-0,74447$; $0,23714$; $0,58002$; $0,21943 \pm i \cdot 2,5869$; $0,24423 \pm i \cdot 1,1787$. 279. $-1,7333$; $0,66219$; $1,2383$; $-0,44991 \pm i \cdot 0,42106$; $-0,028709 \pm i \cdot 1,3609$. 280. $-5,1198$; $1,0242$; $-1,0319 \pm i \cdot 0,54621$; $-0,029962 \pm i \cdot 1,3815$; $0,60965 \pm i \cdot 0,60078$. 281. $\pm 0,19509$; $\pm 0,55557$; $\pm 0,83147$; $\pm 0,98079$. 282. $-4,9220$; $-1,0222$; $0,60553$; $1,7250$; $-0,38400 \pm i \cdot 1,1206$; $0,48086 \pm i \cdot 0,72209$. 283. $-2,1833$; $-0,24009$; $2,2664$; $4,0168$; $0,075641 \pm i \cdot 0,62977$; $0,49447 \pm i \cdot 1,8443$. 284. $-1,0634 \pm i \cdot 0,38695$; $0,0066105 \pm i \cdot 0,83283$; $0,21827 \pm i \cdot 1,0621$; $0,93937 \pm i \cdot 0,46188$. 285. $-3,1539$; $-1,6224$; $-0,73600$; $-0,0015921 \pm i \cdot 0,68739$; $0,46322 \pm i \cdot 1,1596$; $0,79456 \pm i \cdot 0,29912$. 286. $-34,081$; $-0,74918$; $1,0471$; $-0,66668 \pm i \cdot 1,2592$; $-0,16704 \pm i \cdot 0,83672$; $0,72540 \pm i \cdot 0,55589$. 287. $\pm 0,16017$; $\pm 0,27316$; $\pm 1,8015$; $\pm (0,26257 \pm i \cdot 0,70126)$. 288. $\pm 0,13053$; $\pm 0,38268$; $\pm 0,60876$; $\pm 0,79335$; $\pm 0,92388$; $\pm 0,99144$.

289. *

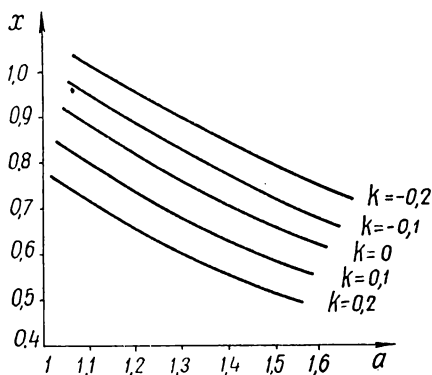
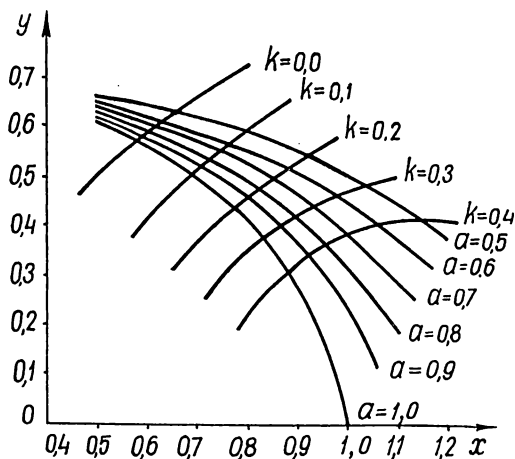


Рис. 19. График зависимости неизвестной x от параметров a и k

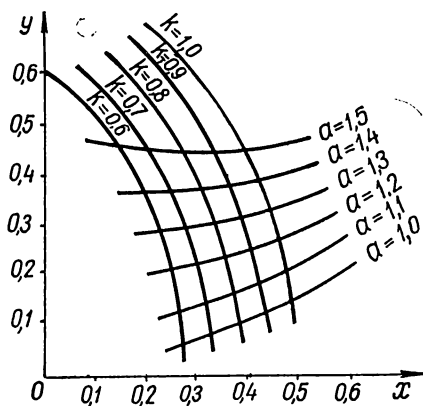
a	k				
	$-0,2$	$-0,1$	$0,0$	$0,1$	$0,2$
1,1	0,99386 0,11065	0,95444 0,29842	0,88681 0,46213	0,80470 0,59368	0,71613 0,69796
1,2	0,95683 0,29066	0,89481 0,44645	0,82010 0,57223	0,73960 0,67305	0,65602 0,75474
1,3	0,90164 0,43250	0,83309 0,55314	0,75931 0,65073	0,68280 0,73061	0,60433 0,79673
1,4	0,84421 0,53601	0,77612 0,63059	0,70555 0,70866	0,63332 0,77389	0,55957 0,82878
1,5	0,79063 0,61230	0,72513 0,68861	0,65818 0,75286	0,59000 0,80740	0,52051 0,85385
1,6	0,74217 0,67021	0,67975 0,73344	0,61631 0,78751	0,55183 0,83395	0,48617 0,87386

* В первой строке ответов к задачам 289 — 292 приводится значение x , во второй — y .



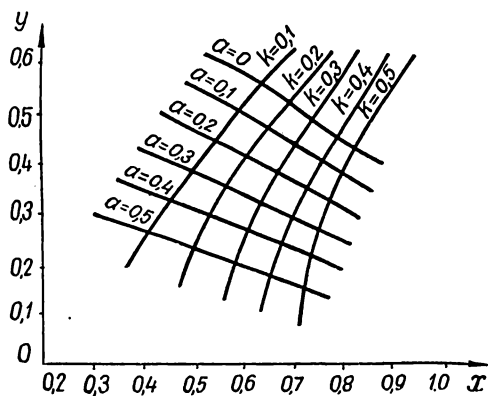
Р и с. 20. Семейства кривых, определяемых первым и вторым уравнениями

a	k				
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4
0,5	0,66293	0,79656	0,91099	1,0145	1,1077
	0,62460	0,58427	0,54085	0,49265	0,43962
0,6	0,64621	0,77208	0,87646	0,96799	1,0484
	0,61215	0,56672	0,51918	0,46786	0,41262
0,7	0,63103	0,75057	0,84723	0,93000	1,0013
	0,60053	0,55030	0,49877	0,44417	0,38617
0,8	0,61711	0,73135	0,82180	0,89775	0,96195
	0,58963	0,53484	0,47943	0,42145	0,36036
0,9	0,60428	0,71396	0,79926	0,86964	0,92814
	0,57938	0,52021	0,46102	0,39960	0,33519
1,0	0,59236	0,69807	0,77897	0,84467	0,89836
	0,56970	0,50631	0,44340	0,37850	0,31060



Р и с. 21. Семейства кривых, определяемых первым и вторым уравнениями

a	k				
	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1,0	0,27241	0,33256	0,38791	0,43933	0,48748
	0,058219	0,082710	0,10778	0,13289	0,15772
1,1	0,26301	0,32249	0,37727	0,42824	0,47606
	0,13345	0,15332	0,17435	0,19588	0,21752
1,2	0,24614	0,30636	0,36161	0,41291	0,46100
	0,20804	0,22311	0,24007	0,25806	0,27655
1,3	0,22065	0,28346	0,34043	0,39298	0,44203
	0,28401	0,29357	0,30607	0,32030	0,33552
1,4	0,18348	0,25202	0,31258	0,36764	0,41856
	0,36450	0,36669	0,37377	0,38367	0,39527
1,5	0,12562	0,20784	0,27566	0,33533	0,38951
	0,45673	0,44606	0,44536	0,44969	0,45692



Р и с. 22. Семейства кривых, определяемых первым и вторым уравнениями

a	k				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	0,63938	0,68926	0,73714	0,78359	0,82901
	0,55571	0,52447	0,49333	0,46261	0,43273
0,1	0,59415	0,65030	0,70348	0,75449	0,80389
	0,50301	0,47212	0,44146	0,41140	0,38240
0,2	0,54722	0,61075	0,66990	0,72589	0,77952
	0,44660	0,41595	0,38571	0,35626	0,32810
0,3	0,49941	0,57167	0,63752	0,69889	0,75694
	0,38653	0,35609	0,32623	0,29740	0,27012
0,4	0,45192	0,53443	0,60767	0,67471	0,73728
	0,32284	0,29260	0,26317	0,23503	0,20877
0,5	0,40657	0,50088	0,58196	0,65475	0,72169
	0,25554	0,22556	0,19666	0,16939	0,14437

293. $x_1 = 1,4589$, $y_1 = -1,3968$; $x_2 = 3,4874$, $y_2 = 2,2616$. 294. $x_1 = 0,22684$, $y_1 = 0,36987$; $x_2 = 0,53912$, $y_2 = -0,15049$. 295. $x_1 = -2,0000$, $y_1 = 2,0000$; $x_2 = 1,3508$, $y_2 = 0,59214$. 296. $x = 1,7913$, $y = -0,34422$. 297. $x_1 = 0,75817$, $y_1 = 4,7877$; $x_2 = 1,9549$, $y_2 = -3,0340$. 298. $x_1 = 0,22875$, $y_1 = 0,088644$; $x_2 = 0,23459$, $y_2 = 0,15797$; $x_3 = 0,31594$, $y_3 = 0,048852$; $x_4 = 0,34203$, $y_4 = 0,26541$; $x_5 = 0,41136$, $y_5 = 0,27125$; $x_6 = 0,45115$, $y_6 = 0,18406$. 299. $x = 1,0000$, $y = 2,0000$. 300. $x = 1,0880$, $y = 2,6239$, $z = 2,1427$.

301.

a	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
x	1,5020	1,3388	1,2343	1,1590	1,1010	1,0544	1,0156
y	1,5456	1,6124	1,6615	1,7006	1,7333	1,7613	1,7860
a	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
x	0,98260	0,95404	0,92893	0,90661	0,88657	0,86842	0,85186
y	1,8081	1,8280	1,8463	1,8631	1,8787	1,8933	1,9069

Глава II

1. 74,1966. 2. 38,172. 3. 407,089. 4. — 98,0179. 5. — 23,6223. 6. 3,83281. 7. 49,688. 8. 0,922385. 9. — 24,3430. 10. 0,554472. 11. 139036. 12. — 4077,07. 13. 1219,05. 14. — 17,0314. 15. 1,04738. 16. 8782,56. 17. 2976,29. 18. 0,194999. 19. 136,903. 20. — 10,9974. 21. 856,518. 22. — 4,92843. 23. 8286,93. 24. 1047,62.

$$25. \begin{bmatrix} 0,6 & -0,4 & 0,2 & -0,2 \\ 0,4 & 0,4 & -0,2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,2 & 0,4 & -0,4 \\ 0,2 & 0,2 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}.$$

$$26. \begin{bmatrix} -0,223543 & -0,527690 & 0,086324 & -0,716677 & -0,987278 \\ -0,653185 & -0,349254 & -0,011576 & -0,022467 & -0,648328 \\ -0,444679 & -0,237767 & -0,392505 & -0,070676 & -0,023127 \\ -0,346294 & -0,185162 & -0,305664 & -0,645002 & -0,303975 \\ -0,198099 & -0,105922 & -0,174856 & -0,368975 & -0,610571 \end{bmatrix}.$$

$$27. \begin{bmatrix} -0,24921 & 0,27657 & -0,33976 & 0,25471 & 0,35195 & -1,2315 \\ 0,38512 & -0,50061 & 0,33272 & -0,16919 & -0,58366 & 1,9132 \\ 0,77175 & -0,71827 & 0,63317 & -0,19286 & -1,2913 & 3,7649 \\ -1,8209 & 2,0916 & -1,7011 & 0,81147 & 3,3887 & -9,6969 \\ 1,6196 & -1,9212 & 1,4940 & -0,61599 & -3,2292 & 9,1724 \\ -0,32489 & 0,37631 & -0,48838 & 0,27399 & 0,51121 & -1,5568 \end{bmatrix}.$$

28.

0,041838	-0,12783	-0,0066557	0,0087649	0,10078	-0,075768	0,079572
0,19845	0,066359	-0,18662	-0,20837	0,10367	0,31103	-0,22128
-0,33056	0,013287	0,21115	0,28821	-0,067847	-0,020256	-0,21268
-0,015155	0,086811	-0,11922	0,014322	-0,040830	0,097228	0,023791
0,067775	-0,0023626	0,035322	0,063321	-0,057892	-0,23770	0,18186
0,085761	-0,011327	0,010458	-0,063697	-0,095234	0,10447	0,028806
-0,012541	-0,030290	0,089572	-0,10432	0,086239	-0,15329	0,14639

29.

1,5769	0,98196	-0,89835	-0,95872	-1,4154	0,31490	2,6567
2,4191	0,088553	-0,85777	-2,3774	1,9534	-0,49128	0,86731
-1,7157	0,062715	1,5219	2,2373	-1,0316	0,33283	-1,8135
-1,7066	-0,20772	0,76492	2,1057	-0,31633	0,22407	-2,1174
0,71431	-0,49252	-0,55856	-0,62733	0,46273	0,015780	0,97092
1,7829	-0,83765	-0,87685	-1,7123	1,4928	-0,27386	1,1421
-1,6010	0,29221	0,49110	0,81131	-0,93989	0,49802	-0,16198
-1,4159	-0,24158	0,56871	0,89342	0,27554	-0,53054	-0,84638

30.

0,033551	-0,047736	0,077643	-0,16822	-0,020044	0,10840	0,17124
0,17124	0,033551	-0,047736	0,077643	-0,16822	-0,050685	-0,040052
-0,040052	0,17124	0,033551	-0,047736	0,077643	0,10840	-0,050685
-0,050685	-0,040052	0,17124	0,033551	-0,16822	-0,020044	0,10840
0,10840	-0,050685	-0,040052	0,17124	0,033551	-0,16822	-0,020044
-0,020044	0,10840	-0,050685	-0,040052	0,17124	0,077643	-0,16822
-0,16822	-0,020044	0,10840	-0,050685	-0,040052	0,077643	0,077643
0,077643	-0,16822	-0,020044	0,10840	-0,050685	-0,047736	-0,047736
-0,047736	0,077643	-0,16822	-0,020044	0,10840	0,033551	-0,047736

$$31. \begin{bmatrix} 0,43948 & -0,22818 & 0,57062 & 0,32919 \\ 0,32919 & 0,43948 & -0,22818 & 0,57062 \\ 0,57062 & 0,32919 & 0,43948 & -0,22818 \\ -0,22818 & 0,57062 & 0,32919 & 0,43948 \end{bmatrix}$$

$$32. \begin{bmatrix} 0,073715 & 0,13094 & 0,038409 & -0,029486 & -0,070029 \\ 0,022308 & 0,36857 & 0,17478 & 0,39108 & -0,071193 \\ 0,021339 & 0,22211 & 0,15849 & 0,19146 & 0,079728 \\ 0,027158 & 0,10087 & 0,25626 & 0,38914 & 0,17420 \\ 0,10572 & -0,035887 & -0,023860 & -0,042289 & 0,14956 \end{bmatrix}$$

$$33. \begin{bmatrix} -0,37047 & 2,2939 & -2,6274 & 1,0131 & -5,0878 & 4,8380 \\ 1,2217 & -3,7848 & 4,0474 & -1,4439 & 8,0013 & -7,8535 \\ -0,66941 & 2,0531 & -1,7406 & 0,51068 & -3,7474 & 3,6325 \\ 0,23625 & -1,1669 & 1,2576 & -0,30882 & 2,0074 & -1,8995 \\ 0,38650 & -0,48003 & 0,21367 & 0,37872 & 1,2221 & -1,5953 \\ -0,70151 & 1,5202 & -1,4675 & 0,17050 & -3,0808 & 3,5863 \end{bmatrix}$$

$$34. \begin{bmatrix} 1,1366 & 0,99573 & 2,2164 & -2,0591 & -3,7196 & 2,3816 & -0,32917 \\ 2,9709 & -3,6493 & 0,54563 & -4,5589 & 2,3383 & 2,7806 & 0,11985 \\ -6,2796 & 6,0604 & -6,8264 & 8,6894 & 2,3198 & -6,9618 & 0,60215 \\ 3,2544 & -0,21226 & 4,1538 & -3,1413 & -4,2801 & 1,9162 & -0,26491 \\ 4,7273 & -2,5549 & 5,7633 & -10,177 & -2,0185 & 4,4424 & -0,29303 \\ -5,9686 & 1,2958 & -7,6066 & 10,209 & 5,1258 & -4,9985 & 1,8523 \\ -1,6610 & -0,88058 & -0,23989 & 4,5696 & 1,8692 & -0,83925 & -1,2645 \end{bmatrix}$$

35.

1,3651	2,3397	-0,72887	-0,52296	-0,25908	-0,054438	-0,41567	-1,4064
-0,16351	-0,40962	0,082057	0,16239	0,19846	0,18305	0,11347	-0,084542
-2,4228	-3,6034	1,3221	-0,21516	0,18434	0,69655	1,9599	3,2898
0,10728	-0,48666	-0,015884	1,9846	0,042864	0,093998	-0,18871	-1,5911
2,3994	7,6334	-1,2453	-2,2163	-0,60990	-2,3878	-2,3538	-2,4194
-0,59746	-2,6766	0,26145	0,36912	0,21598	1,8353	-0,21218	1,1032
-0,77366	-2,5493	0,36248	0,44360	0,20820	-0,26327	1,7385	1,2203
0,29965	1,1117	-0,12401	-0,15077	-0,090362	-0,058578	-0,56832	-0,56909

36.

2,4239	1,6543	-3,1317	2,6836	-5,1349	1,7059	-0,082097	1,8368
2,3195	1,7300	-2,8963	2,6121	-4,5871	2,0761	-0,72629	1,7454
2,0934	1,3763	-2,5873	1,8624	-3,8932	1,7121	-0,69395	2,1189
1,9664	1,6512	-3,1070	2,7423	-4,5180	1,5333	-0,17446	1,7521
-3,3881	-2,6591	5,4217	-4,9234	8,9185	-2,9552	-0,41304	-2,9049
1,7954	1,4962	-2,9783	2,1722	-4,0375	1,6643	-0,16635	1,7323
1,4459	0,54936	-1,7776	1,7618	-2,7439	1,0369	-0,036294	0,82182
-1,0115	-0,70093	1,3100	-0,68381	1,6151	-0,84519	0,94266	-1,1341
-2,7698	-1,6215	3,3322	-2,8640	4,7189	-1,8789	0,69920	-1,5527

37.

0,16332	1,5100	-1,3372	-0,37605	-0,83017	-0,22212	-0,078988	0,20425	0,22851	0,069446
0,050567	-1,7364	1,3721	0,60612	1,0002	0,61088	0,50137	-0,19493	-0,47749	-0,049772
-0,53405	2,8405	-1,8200	-0,50141	-1,2124	-0,79191	-0,45051	0,43758	0,59373	-0,098524
0,46992	-4,2482	3,6435	1,0976	2,0892	1,3891	0,96442	-0,69679	-1,1375	0,088962
0,20426	-0,82904	0,96642	-0,025404	0,54003	0,53054	0,56701	-0,11179	-0,46165	0,092442
0,44590	4,5187	3,6877	1,3180	2,5429	1,3025	0,60602	-0,86031	-0,99790	0,077080
0,17325	-1,5663	1,4232	0,43891	0,99571	0,25106	0,33797	-0,22486	-0,38850	0,13592
-0,22437	1,3612	-1,0527	-0,33279	-0,70762	-0,39531	-0,27725	0,42831	0,17741	-0,029099
0,42669	-3,6116	2,8308	1,0113	1,8832	0,96484	0,65581	-0,38698	-0,75788	-0,19842
-0,21254	2,5560	-2,7415	-0,85566	-1,7716	-0,90604	-0,86666	0,62623	1,2137	0,18613

38.

k	x_1	x_2	x_3	$ D + kC $
0	1,34023	-4,75801	2,57775	80,37
1	1,42684	-4,68990	2,58680	80,762
2	1,51455	-4,61325	2,58654	81,302
3	1,60275	-4,52830	2,57698	81,996
4	1,69081	-4,43543	2,55821	82,85
5	1,77810	-4,33508	2,53045	83,87
6	1,86401	-4,22782	2,49400	85,062
7	1,94795	-4,11429	2,44928	86,432
8	2,02935	-3,99520	2,39677	87,986
9	2,10773	-3,87131	2,33704	89,73
10	2,18260	-3,74343	2,27074	91,67
11	2,25358	-3,61236	2,19855	93,812
12	2,32034	-3,47894	2,12117	96,162
13	2,38261	-3,34396	2,03935	98,726
14	2,44020	-3,20822	1,95383	101,51
15	2,49296	-3,07245	1,86533	104,52

39.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	$ D + kC $
0	2,6125	-3,1375	3,0250	-1,6875	-320,00
1	3,5389	-3,9474	2,9519	-1,4246	-247,97
2	5,2475	-3,6020	2,3872	-0,74870	-195,67
3	7,3825	-1,3106	1,0741	0,44881	-171,60
4	8,7969	2,3239	-0,58590	1,7469	-179,72
5	8,8991	5,3778	-1,7812	2,5573	-219,37
6	8,2840	7,0726	-2,3164	2,8555	-285,36
7	7,6089	7,8560	-2,4603	2,9145	-367,88
8	7,1618	8,2907	-2,4570	2,9381	-452,56
9	7,0575	8,7638	-2,4414	3,0437	-520,45
10	7,4416	9,6241	-2,5000	3,3431	-548,00
11	8,7539	11,531	-2,7590	4,0823	-507,11
12	12,983	17,089	-3,6895	6,2868	-365,09
13	58,620	75,649	-14,204	29,575	-84,666
14	-13,543	-16,761	2,5393	-7,1620	376,01
15	-4,8057	-5,5369	0,55742	-2,6886	1063,4

40.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$ D + kC $
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	83,323
1	0,93730	0,95044	0,84892	0,87570	0,91594	109,75
2	0,89156	0,90956	0,72285	0,76792	0,85028	140,18
3	0,85802	0,87623	0,61453	0,67301	0,79882	174,41
4	0,83382	0,84955	0,51905	0,58810	0,75857	212,14
5	0,81717	0,82881	0,43292	0,51093	0,72744	252,93
6	0,80697	0,81349	0,35352	0,43964	0,70393	296,23
7	0,80257	0,80324	0,27877	0,37266	0,68700	341,38
8	0,80362	0,79790	0,20695	0,30866	0,67597	387,58
9	0,81007	0,79744	0,13650	0,24637	0,67042	433,94
10	0,82208	0,80202	0,065956	0,18461	0,67021	479,44
11	0,84011	0,81200	—0,0062096	0,12215	0,67540	522,94
12	0,86487	0,82795	—0,081667	0,057613	0,68634	563,17
13	0,89747	0,85079	—0,16239	—0,010570	0,70365	598,77
14	0,93953	0,88183	—0,25083	—0,084368	0,72837	628,24
15	0,99340	0,92302	—0,35027	—0,16636	0,76207	649,97

41.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0,0	1,0000	0,0000	—1,0000	0,0000	1,0000	0,0000
0,2	0,91696	0,25088	—1,1237	0,027792	1,0873	—0,23222
0,4	0,86111	0,45208	—1,2515	0,056985	1,1344	—0,39149
0,6	0,81982	0,63403	—1,3995	0,094418	1,1674	—0,51968
0,8	0,78745	0,81637	—1,5832	0,14494	1,2010	—0,64020
1,0	0,76130	1,0169	—1,8225	0,21390	1,2472	—0,77027
1,2	0,74010	1,2573	—2,1477	0,30905	1,3187	—0,92714
1,4	0,72343	1,5699	—2,6093	0,44314	1,4343	—1,1333
1,6	0,71116	2,0095	—3,2970	0,63810	1,6256	—1,4232
1,8	0,70257	2,6722	—4,3720	0,93043	1,9511	—1,8507
2,0	0,69170	3,6925	—6,0633	1,3586	2,5037	—2,4665
2,2	0,64884	4,8940	—8,0821	1,7764	3,2413	—3,0329
2,4	0,52184	4,3583	—7,1904	1,2852	3,1237	—2,2106
2,6	0,41653	1,6989	—2,6873	0,00073363	1,6875	—0,26965
2,8	0,39888	0,17283	—0,077105	—0,60946	0,74644	0,61944
3,0	0,40349	—0,32463	0,79180	—0,75394	0,37959	0,81965

k	$ D + kC $	k	$ D + kC $
0,0	0,36597	2,6	0,15251
0,2	0,43182	2,8	0,31250
0,4	0,48004	3,0	0,61673
0,6	0,50812		
0,8	0,51409		
1,0	0,49698		
1,2	0,45731		
1,4	0,39755		
1,6	0,32274		
1,8	0,24102		
2,0	0,16427		
2,2	0,10876		
2,4	0,095804		

42. $x_1 = 0,18691$, $x_2 = 0,60228$, $x_3 = 0,52468$, $x_4 = -0,10430$, $x_5 = 0,35477$,
 $x_6 = 0,65180$, $x_7 = 1,1075$; $|A| = 0,14912$. 43. $x_1 = 0,74969$, $x_2 = 1,0958$, $x_3 =$
 $= 1,1209$, $x_4 = 0,97042$, $x_5 = 0,09922$, $x_6 = 1,0959$, $x_7 = 0,75429$, $x_8 = 0,79849$;
 $|A| = 42,821$. 44. $x_1 = -1,2407$, $x_2 = -0,83809$, $x_3 = 0,84604$, $x_4 = 2,5237$,
 $x_5 = -0,25145$, $x_6 = -5,5907$, $x_7 = 2,3528$, $x_8 = -1,2883$, $x_9 = 6,4714$; $|A| =$
 $= 445,14$. 45. $x_1 = -0,029648$, $x_2 = 1,3788$, $x_3 = -0,054373$, $x_4 = 2,5869$, $x_5 =$
 $= -1,3890$, $x_6 = 5,3499$, $x_7 = -2,3572$, $x_8 = -0,21915$, $x_9 = 2,7714$, $x_{10} =$
 $= -2,5095$, $|A| = -290,58$.

46.

k	x_1	x_2	x_3
0	0,58849	0,83795	—0,20896
1	0,52148	0,75391	—0,22852
2	0,46863	0,68450	—0,25461
3	0,42626	0,62590	—0,28957
4	0,39201	0,57532	—0,33757
5	0,36450	0,53053	—0,40649
6	0,34322	0,48941	—0,51271
7	0,32908	0,44898	—0,69643
8	0,32740	0,40214	—1,0890
9	0,37500	0,30882	—2,5074
10	—0,13043	0,80435	8,2174
11	0,16045	0,46269	1,5560
12	0,18011	0,41088	0,85929
13	0,18128	0,38152	0,59360
14	0,17774	0,35963	0,45349
15	0,17265	0,34158	0,36696

47.

k	x_1	x_2	x_3	x_4
0,00	1,0000	0,0000	—1,0000	0,0000
0,01	1,0141	—0,021166	—0,97517	—0,025100
0,02	1,0254	—0,039437	—0,95326	—0,047393
0,03	1,0344	—0,055311	—0,93378	—0,067339
0,04	1,0414	—0,069182	—0,91633	—0,085304
0,05	1,0468	—0,081361	—0,90059	—0,10158
0,06	1,0509	—0,092099	—0,88631	—0,11640
0,07	1,0539	—0,10160	—0,87328	—0,12995
0,08	1,0558	—0,11004	—0,86134	—0,14240
0,09	1,0569	—0,11754	—0,85034	—0,15388
0,10	1,0573	—0,12424	—0,84016	—0,16449
0,11	1,0571	—0,13023	—0,83070	—0,17434
0,12	1,0563	—0,13560	—0,82189	—0,18351
0,13	1,0551	—0,14040	—0,81364	—0,19205
0,14	1,0534	—0,14472	—0,80590	—0,20004
0,15	1,0514	—0,14859	—0,79861	—0,20752

48.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	—1,3621	—0,16734	0,97744	—0,20251	—1,1554
1	—1,6854	—0,41289	0,90938	—0,35205	—1,2969
2	—2,2314	—0,81039	0,75259	—0,65034	—1,5407
3	—3,4087	—1,6236	0,34827	—1,3816	—2,0802
4	—8,2628	—4,8124	—1,4771	—4,6644	—4,3594
5	12,226	8,2886	6,4367	9,6812	5,3812
6	2,9644	2,2414	2,8958	3,3416	1,0196
7	1,4547	1,1684	2,3228	2,3947	0,33679
8	0,81904	0,64609	2,0699	2,0558	0,071236
9	0,46203	0,29227	1,9061	1,9085	—0,060148
10	0,23190	0,010881	1,7714	1,8450	—0,13030
11	0,072784	—0,23193	1,6435	1,8241	—0,16689
12	—0,040413	—0,44979	1,5128	1,8262	—0,18310
13	—0,12058	—0,64819	1,3751	1,8403	—0,18641
14	—0,17510	—0,82901	1,2293	1,8601	—0,18162

49.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	0,48110	0,44225	0,74246	0,78502	0,10840	1,0560
1	0,51052	0,37778	0,74921	0,74399	0,14914	1,0432
2	0,50208	0,35183	0,73886	0,69577	0,18960	1,0313
3	0,48706	0,33490	0,72639	0,64926	0,22660	1,0174
4	0,47052	0,32198	0,71416	0,60543	0,25993	1,0018
5	0,45396	0,31138	0,70283	0,56428	0,28977	0,98468
6	0,43791	0,30238	0,69260	0,52562	0,31640	0,96647
7	0,42258	0,29454	0,68350	0,48920	0,34008	0,94747
8	0,40803	0,28761	0,67549	0,45479	0,36108	0,92798
9	0,39429	0,28142	0,66851	0,42221	0,37966	0,90820
10	0,38133	0,27582	0,66250	0,39126	0,39605	0,88833
11	0,36911	0,27073	0,65737	0,36180	0,41045	0,86849
12	0,35759	0,26605	0,65307	0,33369	0,42307	0,84882
13	0,34673	0,26174	0,64950	0,30683	0,43408	0,82939
14	0,33648	0,25773	0,64661	0,28110	0,44364	0,81029

50. $x_1 = -0,14313$, $x_2 = 3,4371$, $x_3 = 0,35625$, $x_4 = 1,3242$, $x_5 = 1,1338$, $x_6 = 2,3030$, $x_7 = -1,3409$, $x_8 = 0,70942$. 51. $x_1 = 20,737$, $x_2 = 22,256$, $x_3 = -14,311$, $x_4 = -1,5676$, $x_5 = -45,293$, $x_6 = 24,732$, $x_7 = 44,229$, $x_8 = -38,600$, $x_9 = -14,808$. 52. $x_1 = 0,34816$, $x_2 = 0,40249$, $x_3 = -0,43917$, $x_4 = -1,0056$, $x_5 = -0,20730$, $x_6 = 0,21284$, $x_7 = -0,34594$, $x_8 = -0,59495$, $x_9 = -1,1252$, $x_{10} = -0,80465$.

53. а)

k	Обратная матрица
0	$\begin{bmatrix} 1,0448 & 0,19190 & 0,085288 \\ 0,074627 & 1,0341 & -0,095949 \\ -0,29851 & 0,14925 & -1,0448 \end{bmatrix}$
1	$\begin{bmatrix} 0,94727 & 0,15625 & 0,087891 \\ 0,058594 & 0,93750 & -0,097656 \\ -0,30273 & 0,15625 & -1,1621 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0,86716 & 0,12915 & 0,092251 \\ 0,046125 & 0,85793 & -0,10148 \\ -0,31365 & 0,16605 & -1,3100 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0,80036 & 0,10791 & 0,098921 \\ 0,035971 & 0,79137 & -0,10791 \\ -0,33273 & 0,17986 & -1,5018 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0,74410 & 0,090744 & 0,10889 \\ 0,027223 & 0,73503 & -0,11797 \\ -0,36298 & 0,19964 & -1,7604 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 0,69656 & 0,076336 & 0,12405 \\ 0,019084 & 0,68702 & -0,13359 \\ -0,41031 & 0,22901 & -2,1279 \end{bmatrix}$

k	0	1	2	3	4	5
M	3	4	5	6	7	10

53. б)

k	Обратная матрица
0,00	$\begin{bmatrix} 2,7292 & -2,1421 & 2,2211 & -2,0819 \\ -2,0819 & 2,7292 & -2,1421 & 2,2211 \\ 2,2211 & -2,0819 & 2,7292 & -2,1421 \\ -2,1421 & 2,2211 & -2,0819 & 2,7292 \end{bmatrix}$
0,01	$\begin{bmatrix} 2,5827 & -1,9880 & 2,0674 & -1,9272 \\ -1,9432 & 2,5742 & -1,9923 & 2,0674 \\ 2,0787 & -1,9296 & 2,5742 & -1,9880 \\ -2,0158 & 2,0787 & -1,9432 & 2,5827 \end{bmatrix}$
0,02	$\begin{bmatrix} 2,4533 & -1,8526 & 1,9323 & -1,7915 \\ -1,8211 & 2,4376 & -1,8606 & 1,9323 \\ 1,9532 & -1,7958 & 2,4376 & -1,8526 \\ -1,9047 & 1,9532 & -1,8211 & 2,4533 \end{bmatrix}$
0,03	$\begin{bmatrix} 2,3382 & -1,7328 & 1,8125 & -1,6715 \\ -1,7127 & 2,3162 & -1,7439 & 1,8125 \\ 1,8417 & -1,6775 & 2,3162 & -1,7328 \\ -1,8063 & 1,8417 & -1,7127 & 2,3382 \end{bmatrix}$
0,04	$\begin{bmatrix} 2,2350 & -1,6261 & 1,7057 & -1,5647 \\ -1,6160 & 2,2077 & -1,6399 & 1,7057 \\ 1,7421 & -1,5720 & 2,2077 & -1,6261 \\ -1,7184 & 1,7421 & -1,6160 & 2,2350 \end{bmatrix}$
0,05	$\begin{bmatrix} 2,1419 & -1,5305 & 1,6099 & -1,4690 \\ -1,5291 & 2,1101 & -1,5465 & 1,6099 \\ 1,6524 & -1,4776 & 2,1101 & -1,5305 \\ -1,6395 & 1,6524 & -1,5291 & 2,1419 \end{bmatrix}$
0,06	$\begin{bmatrix} 2,0575 & -1,4443 & 1,5234 & -1,3829 \\ -1,4506 & 2,0218 & -1,4622 & 1,5234 \\ 1,5713 & -1,3925 & 2,0218 & -1,4443 \\ -1,5682 & 1,5713 & -1,4506 & 2,0575 \end{bmatrix}$
0,07	$\begin{bmatrix} 1,9806 & -1,3663 & 1,4449 & -1,3050 \\ -1,3794 & 1,9415 & -1,3859 & 1,4449 \\ 1,4976 & -1,3155 & 1,9415 & -1,3663 \\ -1,5036 & 1,4976 & -1,3794 & 1,9806 \end{bmatrix}$
0,08	$\begin{bmatrix} 1,9102 & -1,2954 & 1,3735 & -1,2343 \\ -1,3144 & 1,8681 & -1,3163 & 1,3735 \\ 1,4303 & -1,2455 & 1,8681 & -1,2954 \\ -1,4447 & 1,4303 & -1,3144 & 1,9102 \end{bmatrix}$

k	Обратная матрица
0,09	$\begin{bmatrix} 1,8456 & -1,2306 & 1,3082 & -1,1698 \\ -1,2549 & 1,8009 & -1,2528 & 1,3082 \\ 1,3686 & -1,1817 & 1,8009 & -1,2306 \\ -1,3907 & 1,3686 & -1,2549 & 1,8456 \end{bmatrix}$
0,10	$\begin{bmatrix} 1,7859 & -1,1713 & 1,2483 & -1,1107 \\ -1,2003 & 1,7389 & -1,1944 & 1,2483 \\ 1,3118 & -1,1231 & 1,7389 & -1,1713 \\ -1,3412 & 1,3118 & -1,2003 & 1,7859 \end{bmatrix}$

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
M	15	14	13	13	12	12
k	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	
M	12	11	11	11	10	

53. в)

k	Обратная матрица
0	$\begin{bmatrix} -0,40640 & -0,63827 & 0,031779 & -0,94433 & -1,4829 \\ -0,67858 & -0,39516 & 0,0010823 & -0,071150 & -0,86566 \\ -0,45387 & -0,26430 & -0,37294 & -0,021178 & -0,10655 \\ -0,41500 & -0,24167 & -0,34100 & -0,76884 & -0,56719 \\ -0,22041 & -0,12835 & -0,18111 & -0,40833 & -0,77970 \end{bmatrix}$
1	$\begin{bmatrix} -0,57209 & -0,75772 & -0,041110 & -1,1690 & -1,8438 \\ -0,77762 & -0,48406 & -0,024813 & -0,21007 & -1,1226 \\ -0,52424 & -0,32633 & -0,39335 & -0,090632 & -0,24063 \\ -0,53329 & -0,33197 & -0,40014 & -0,92602 & -0,79368 \\ -0,29746 & -0,18517 & -0,22320 & -0,51652 & -0,94522 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} -0,86323 & -0,97362 & -0,17166 & -1,5646 & -2,4745 \\ -0,95698 & -0,63415 & -0,086824 & -0,45890 & -1,5558 \\ -0,64318 & -0,42621 & -0,43382 & -0,22431 & -0,48074 \\ -0,73982 & -0,49024 & -0,49901 & -1,2008 & -1,2065 \\ -0,43450 & -0,28792 & -0,29307 & -0,70526 & -1,2377 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -1,5133 & -1,4652 & -0,46618 & -2,4460 & -3,8739 \\ -1,3667 & -0,96054 & -0,25341 & -1,0204 & -2,4864 \\ -0,90036 & -0,63278 & -0,53497 & -0,54336 & -1,0194 \\ -1,1970 & -0,84127 & -0,71124 & -1,8121 & -2,1528 \\ -0,74228 & -0,52168 & -0,44105 & -1,1237 & -1,8937 \end{bmatrix}$

k	Обратная матрица				
4	$\begin{bmatrix} -4,2624 & -3,5684 & -1,7157 & -6,1590 & -9,7617 \\ -3,1258 & -2,3224 & -1,0335 & -3,4037 & -6,3073 \\ -1,9648 & -1,4598 & -1,0008 & -1,9502 & -3,2881 \\ -3,1148 & -2,3142 & -1,5866 & -4,3910 & -6,2197 \\ -2,0458 & -1,5200 & -1,0421 & -2,8840 & -4,6769 \end{bmatrix}$				
5	$\begin{bmatrix} 7,4645 & 5,4441 & 3,6135 & 9,6426 & 15,300 \\ 4,4273 & 3,4672 & 2,4184 & 6,7646 & 9,7761 \\ 2,5391 & 1,9884 & 1,0666 & 4,1504 & 6,3436 \\ 5,0330 & 3,9415 & 2,1142 & 6,6022 & 11,236 \\ 3,5136 & 2,7516 & 1,4760 & 4,6091 & 7,2149 \end{bmatrix}$				
6	$\begin{bmatrix} 2,1989 & 1,4087 & 1,2178 & 2,5334 & 4,0310 \\ 1,0514 & 0,86558 & 0,90171 & 2,1951 & 2,4879 \\ 0,50746 & 0,41779 & 0,16558 & 1,4393 & 1,9963 \\ 1,3634 & 1,1225 & 0,44485 & 1,6649 & 3,4271 \\ 1,0157 & 0,83619 & 0,33140 & 1,2403 & 1,8820 \end{bmatrix}$				
7	$\begin{bmatrix} 1,3603 & 0,77291 & 0,83292 & 1,3913 & 2,2280 \\ 0,52416 & 0,45259 & 0,67818 & 1,4624 & 1,2855 \\ 0,17952 & 0,15501 & 0,040935 & 1,0241 & 1,2844 \\ 0,77150 & 0,66616 & 0,17592 & 0,87870 & 2,2001 \\ 0,61609 & 0,53197 & 0,14048 & 0,70169 & 1,0375 \end{bmatrix}$				

k	0	1	2	3	4	5	6	7
M	22	27	36	57	144	225	59	33

53. г)

k	Обратная матрица					
0	$\begin{bmatrix} 8,2200 & -5,3630 & -3,5118 & 2,6735 & 1,3406 & -1,3542 \\ -7,4114 & 5,2885 & 3,4631 & -2,6363 & -1,3220 & 1,3354 \\ 3,7778 & -2,6957 & -1,3932 & 1,0606 & 0,53183 & -0,53722 \\ 2,2060 & -1,5741 & -0,81351 & 1,0518 & 0,52745 & -0,53280 \\ -0,82031 & 0,58535 & 0,30251 & -0,39114 & 0,085576 & -0,086445 \\ -0,80782 & 0,57643 & 0,29791 & -0,38518 & 0,084273 & 0,42249 \end{bmatrix}$					

k	Обратная матрица					
1	$\begin{bmatrix} 3,6846 & -2,3118 & -1,4935 & 1,1522 & 0,57692 & -0,55462 \\ -3,1948 & 2,4403 & 1,5765 & -1,2162 & -0,60897 & 0,58543 \\ 1,6066 & -1,2271 & -0,42571 & 0,32843 & 0,16444 & -0,15809 \\ 0,83298 & -0,63624 & -0,22072 & 0,58506 & 0,29294 & -0,28162 \\ -0,30929 & 0,23624 & 0,081954 & -0,21724 & 0,17252 & -0,16585 \\ -0,28986 & 0,22140 & 0,076807 & -0,20359 & 0,16169 & 0,32765 \end{bmatrix}$					
2	$\begin{bmatrix} 2,3922 & -1,4449 & -0,92187 & 0,72035 & 0,35926 & -0,32946 \\ -1,9968 & 1,6256 & 1,0371 & -0,81040 & -0,40417 & 0,37064 \\ 0,99168 & -0,80729 & -0,15255 & 0,11921 & 0,059451 & -0,054520 \\ 0,45466 & -0,37012 & -0,069942 & 0,45333 & 0,22609 & -0,20733 \\ -0,16815 & 0,13689 & 0,025868 & -0,16766 & 0,19657 & -0,18026 \\ -0,15033 & 0,12238 & 0,023126 & -0,14989 & 0,17573 & 0,29967 \end{bmatrix}$					
3	$\begin{bmatrix} 1,7802 & -1,0361 & -0,65349 & 0,51690 & 0,25624 & -0,22463 \\ -1,4319 & 1,2376 & 0,78056 & -0,61741 & -0,30606 & 0,26831 \\ 0,70297 & -0,60759 & -0,024857 & 0,019661 & 0,0097465 & -0,0085443 \\ 0,28342 & -0,24496 & -0,010021 & 0,39190 & 0,19427 & -0,17031 \\ -0,10419 & 0,090052 & 0,0036840 & -0,14407 & 0,20708 & -0,18154 \\ -0,089042 & 0,076961 & 0,0031485 & -0,12312 & 0,17697 & 0,28538 \end{bmatrix}$					
4	$\begin{bmatrix} 1,4229 & -0,79882 & -0,49852 & 0,39893 & 0,19621 & -0,16475 \\ -1,1039 & 1,0096 & 0,63007 & -0,50420 & -0,24799 & 0,20823 \\ 0,53627 & -0,49046 & 0,048507 & -0,038816 & -0,019092 & 0,016031 \\ 0,18874 & -0,17262 & 0,017072 & 0,35681 & 0,17550 & -0,14736 \\ -0,068842 & 0,062961 & -0,0062269 & -0,13015 & 0,21231 & -0,17827 \\ -0,056352 & 0,051538 & -0,0050971 & -0,10653 & 0,17379 & 0,27602 \end{bmatrix}$					
5	$\begin{bmatrix} 1,1885 & -0,64422 & -0,39815 & 0,32214 & 0,15697 & -0,12647 \\ -0,89027 & 0,85895 & 0,53086 & -0,42953 & -0,20930 & 0,16862 \\ 0,42829 & -0,41323 & 0,095766 & -0,077485 & -0,037756 & 0,030419 \\ 0,13033 & -0,12575 & 0,029143 & 0,33443 & 0,16296 & -0,13129 \\ -0,047096 & 0,045439 & -0,010531 & -0,12085 & 0,21486 & -0,17311 \\ -0,036990 & 0,035689 & -0,0082710 & -0,094916 & 0,16876 & 0,26889 \end{bmatrix}$					

k	0	1	2	3	4	5
M	98	46	31	24	20	18

53. а)	$\begin{bmatrix} 1,4456 & -0,54225 & -1,4585 & -0,21416 & -1,0789 & 0,70487 & 0,87256 & 1,7477 \\ -2,1940 & 1,2995 & 3,8486 & 1,2983 & 1,6163 & -1,4819 & -2,2078 & -3,6443 \\ 1,1128 & -0,32773 & -0,81368 & -0,35089 & -0,35776 & 0,52857 & 0,73335 & 0,54822 \\ -0,97552 & 0,80311 & 0,30382 & 0,42994 & 0,29879 & -0,22775 & -0,52671 & -0,64602 \\ -1,1485 & 0,39314 & 0,23777 & 0,69301 & 0,89808 & -0,034526 & -0,55240 & -0,64152 \\ -2,1359 & 1,2172 & 1,7285 & 0,21971 & 1,3465 & -1,1826 & -1,4210 & -1,9441 \\ 2,7184 & -1,6825 & -2,8048 & 0,55434 & -2,0947 & 1,2012 & 2,3483 & 3,6613 \\ -0,28900 & 0,34822 & -0,53703 & 0,38801 & -0,16070 & 0,18549 & 0,10611 & 0,44319 \end{bmatrix}$
$A^{-1} =$	
$M = 78.$	

53. в)	$\begin{bmatrix} 4,3406 & -3,5559 & 1,7190 & 5,1942 & -3,5029 & 0,91309 & 4,7957 & 2,7324 \\ 4,8397 & -3,6090 & 1,2466 & 5,5134 & -4,3003 & 0,74500 & 5,4376 & 2,2941 \\ -3,0018 & 2,7466 & -0,53748 & -3,3574 & 3,0451 & -0,98114 & 6,8794 & -1,4426 \\ -0,12062 & -0,0030265 & 0,22618 & -0,33214 & 1,1333 & -0,42615 & 0,93232 & -0,16297 \\ -10,137 & 7,8772 & -3,8317 & -11,292 & 8,0717 & -2,3555 & 19,565 & -11,690 \\ 6,0338 & -3,6745 & 2,2069 & 5,6407 & -3,5084 & 1,2878 & 5,4229 & -5,5286 \\ 9,7492 & -6,5359 & 3,8063 & 10,535 & -6,9177 & 1,7105 & 10,696 & 2,8261 \\ -9,9030 & 6,4469 & -3,5860 & -9,2722 & 5,8302 & -1,6566 & -9,6053 & 5,8418 \\ -3,9447 & 2,6704 & -1,8063 & -3,6227 & 2,8649 & -0,58946 & 6,6354 & -2,0717 \end{bmatrix}$
$A^{-1} =$	
$M = 194.$	

53. ж)	$\begin{bmatrix} 0,94609 & 3,5321 & -2,0707 & -0,68384 & 1,0390 & 0,79193 & 0,16170 & -2,2671 & -1,6107 \\ -0,37684 & -1,3169 & 0,66837 & 0,35973 & -0,35300 & -0,51867 & -0,034309 & 0,78098 & 0,32909 \\ 0,31747 & 1,6138 & -0,54389 & -0,31931 & 0,29099 & 0,47001 & 0,032592 & -0,63987 & -0,73714 \\ -0,79753 & 4,2037 & 2,5122 & 1,1695 & -1,1300 & -1,0723 & -0,066568 & 2,6470 & 1,8607 \\ 0,16145 & 0,92588 & -0,56460 & 0,0057578 & 0,30921 & 0,083989 & -0,0095503 & -0,45960 & -0,38111 \\ 0,13191 & 0,085685 & -0,16129 & -0,0064821 & 0,28474 & -0,069109 & -0,13731 & -0,21155 & -0,27165 \\ 0,41427 & 2,2129 & -1,0078 & -0,42029 & 0,79131 & 0,75338 & 0,15453 & -1,2928 & -0,96824 \\ -0,10564 & -0,82527 & 0,46243 & 0,40277 & -0,25425 & -0,061401 & 0,19512 & 0,54929 & 0,26236 \\ -0,18132 & 0,58997 & 0,54063 & 0,13278 & -0,17638 & -0,11651 & 0,20172 & 0,80995 & 0,40137 \\ -0,81667 & -4,3942 & 2,4067 & 1,0026 & -1,0173 & -1,0799 & -0,22987 & 2,8845 & 1,9106 \end{bmatrix}$
$A^{-1} =$	
$M = 116.$	

54.

k	x_1	x_2	x_3
0,0	1,0000	1,0000	1,0000
0,1	0,96980	0,97924	0,98418
0,2	0,94205	0,95910	0,96839
0,3	0,91637	0,93960	0,95273
0,4	0,89248	0,92077	0,93728
0,5	0,87013	0,90260	0,92208
0,6	0,84914	0,88506	0,90717
0,7	0,82937	0,86815	0,89256
0,8	0,81067	0,85183	0,87829
0,9	0,79295	0,83609	0,86435
1,0	0,77612	0,82090	0,85075
1,1	0,76009	0,80623	0,83748
1,2	0,74481	0,79206	0,82455
1,3	0,73020	0,77838	0,81196
1,4	0,71622	0,76515	0,79969
1,5	0,70283	0,75236	0,78774

55.

k	x_1	x_2	x_3	x_4
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,1	0,55226	1,2688	1,1142	0,93150
0,2	0,41943	1,3475	1,1480	0,91122
0,3	0,35548	1,3846	1,1642	0,90149
0,4	0,31773	1,4060	1,1737	0,89579
0,5	0,29270	1,4196	1,1799	0,89204
0,6	0,27483	1,4290	1,1844	0,88939
0,7	0,26137	1,4357	1,1876	0,88742
0,8	0,25082	1,4406	1,1902	0,88590
0,9	0,24229	1,4444	1,1922	0,88470
1,0	0,23523	1,4472	1,1938	0,88373
1,1	0,22926	1,4494	1,1951	0,88293
1,2	0,22412	1,4511	1,1962	0,88226
1,3	0,21964	1,4524	1,1972	0,88170
1,4	0,21568	1,4535	1,1979	0,88123
1,5	0,21214	1,4542	1,1986	0,88083

56.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0,0	1,0102	—1,0256	0,010494	—0,97569	0,99776
0,1	1,0117	—1,0293	0,011994	—0,97259	0,99768
0,2	1,0132	—1,0330	0,013507	—0,96950	0,99760
0,3	1,0147	—1,0368	0,015033	—0,96643	0,99755
0,4	1,0162	—1,0406	0,016572	—0,96337	0,99751
0,5	1,0176	—1,0444	0,018124	—0,96032	0,99748
0,6	1,0191	—1,0482	0,019690	—0,95729	0,99748
0,7	1,0206	—1,0520	0,021270	—0,95428	0,99748
0,8	1,0221	—1,0559	0,022863	—0,95128	0,99750
0,9	1,0236	—1,0598	0,024471	—0,94829	0,99754
1,0	1,0251	—1,0638	0,026093	—0,94532	0,99759
1,1	1,0266	—1,0677	0,027730	—0,94237	0,99766
1,2	1,0281	—1,0717	0,029381	—0,93942	0,99775
1,3	1,0296	—1,0757	0,031047	—0,93649	0,99785
1,4	1,0311	—1,0797	0,032729	—0,93358	0,99796
1,5	1,0326	—1,0838	0,034425	—0,93068	0,99809

57.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	0,44481	0,19411	1,1946	0,48086	1,7025	—2,4568
1	0,16887	1,0983	1,3060	0,22309	0,64059	—2,1205
2	0,016994	2,8308	1,2979	—0,11997	0,13717	—3,0637
3	—7,8966	186,57	11,033	—30,571	—27,962	—141,89
4	0,21302	—3,5471	0,77004	0,85880	0,94945	2,1148
5	0,11168	—1,8295	0,79108	0,54296	0,65583	0,91919
6	0,060161	—1,2441	0,76432	0,41586	0,54829	0,55702
7	0,019658	—0,94226	0,73341	0,33532	0,49336	0,39418
8	—0,019490	—0,75515	0,70626	0,27151	0,46387	0,30813
9	—0,062966	—0,62607	0,68570	0,21242	0,45152	0,25982
10	—0,11724	—0,53013	0,67418	0,14957	0,45494	0,23401
11	—0,19359	—0,45408	0,67617	0,072123	0,47839	0,22534
12	—0,31827	—0,38885	0,70277	—0,042172	0,53682	0,23589
13	—0,57595	—0,32335	0,79106	—0,26266	0,68304	0,28383
14	—1,4949	—0,21210	1,1746	—1,0186	1,2525	0,49669
15	5,2270	—0,72506	—1,8237	4,4293	—3,0387	—1,1546

58. $x_1 = 1,1184$, $x_2 = 0,22640$, $x_3 = 0,30246$, $x_4 = 0,68737$, $x_5 = 0,22233$,
 $x_6 = -0,61787$, $x_7 = 1,1607$. 59. $x_1 = 1,0469$, $x_2 = 1,0555$, $x_3 = 0,91398$,
 $x_4 = 0,94450$, $x_5 = 1,0726$, $x_6 = 0,93365$, $x_7 = 0,87229$, $x_8 = 0,95200$,
60. $x_1 = 0,83650$, $x_2 = 0,96636$, $x_3 = 1,2858$, $x_4 = 1,0348$, $x_5 = 0,95991$,
 $x_6 = 1,1487$, $x_7 = 0,77761$, $x_8 = 0,99853$, $x_9 = 0,94682$. 61. $x_1 = -13,710$,
 $x_2 = -14,117$, $x_3 = 9,9198$, $x_4 = 2,0412$, $x_5 = 18,977$, $x_6 = -15,580$,
 $x_7 = 4,3841$, $x_8 = -6,5642$, $x_9 = -13,350$, $x_{10} = 24,880$.

62.

k	x_1	x_2	x_3
0,0	4,0356	3,2017	5,6071
0,5	3,7617	3,1635	5,4450
1,0	3,5173	3,1308	5,2850
1,5	3,2988	3,1019	5,1283
2,0	3,1031	3,0754	4,9760
2,5	2,9274	3,0505	4,8286
3,0	2,7691	3,0264	4,6865
3,5	2,6262	3,0028	4,5498
4,0	2,4968	2,9793	4,4186
4,5	2,3793	2,9557	4,2929
5,0	2,2723	2,9319	4,1727
5,5	2,1746	2,9079	4,0576
6,0	2,0851	2,8835	3,9476
6,5	2,0028	2,8589	3,8425
7,0	1,9271	2,8339	3,7420
7,5	1,8572	2,8088	3,6460

63.

k	x_1	x_2	x_3	x_4
0	1,2924	0,68463	1,6282	0,69091
1	1,0052	0,72150	1,2684	0,74862
2	0,85736	0,67396	1,0717	0,71664
3	0,75696	0,61859	0,93593	0,67131
4	0,68119	0,56739	0,83360	0,62634
5	0,62084	0,52227	0,75269	0,58493
6	0,57114	0,48297	0,68671	0,54765
7	0,52928	0,44872	0,63170	0,51430
8	0,49341	0,41874	0,58504	0,48446
9	0,46228	0,39236	0,54492	0,45771
10	0,43496	0,36900	0,51003	0,43363
11	0,41077	0,34819	0,47938	0,41188
12	0,38918	0,32956	0,45225	0,39214
13	0,36979	0,31279	0,42804	0,37418
14	0,35227	0,29761	0,40632	0,35775
15	0,33636	0,28382	0,38670	0,34269

64.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	0,0030579	0,068616	-0,071812	0,21482	-0,019594
1	0,0044020	0,058483	-0,058615	0,17963	-0,016384
2	0,0049936	0,050974	-0,049420	0,15436	-0,014078
3	0,0052152	0,045182	-0,042667	0,13533	-0,012341
4	0,0052459	0,040577	-0,037507	0,12048	-0,010985
5	0,0051760	0,036827	-0,033442	0,10858	-0,0098980
6	0,0050532	0,033713	-0,030160	0,098811	-0,0090066
7	0,0049040	0,031086	-0,027457	0,090660	-0,0082626
8	0,0047435	0,028840	-0,025193	0,083751	-0,0076321
9	0,0045801	0,026896	-0,023270	0,077822	-0,0070909
10	0,0044188	0,025199	-0,021617	0,072677	-0,0066215
11	0,0042623	0,023703	-0,020182	0,068170	-0,0062103
12	0,0041121	0,022376	-0,018923	0,064190	-0,0058472
13	0,0039689	0,021189	-0,017811	0,060650	-0,0055242
14	0,0038329	0,020122	-0,016822	0,057479	-0,0052350
15	0,0037042	0,019157	-0,015936	0,054624	-0,0049746

65.

k	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	-0,13242	0,15271	-0,033703	0,12132	0,029552	0,13399
1	-0,097041	0,12466	-0,023556	0,098831	0,031147	0,10829
2	-0,075697	0,10579	-0,017578	0,083435	0,030594	0,090994
3	-0,061600	0,092096	-0,013737	0,072218	0,029295	0,078532
4	-0,051681	0,081649	-0,011110	0,063674	0,027775	0,069109
5	-0,044367	0,073389	-0,0092259	0,056946	0,026243	0,061726
6	-0,038776	0,066680	-0,0078228	0,051509	0,024781	0,055781
7	-0,034377	0,061116	-0,0067464	0,047023	0,023422	0,050889
8	-0,030835	0,056423	-0,0059001	0,043257	0,022171	0,046792
9	-0,027928	0,052407	-0,0052208	0,040052	0,021026	0,043308
10	-0,025502	0,048931	-0,0046661	0,037289	0,019979	0,040310
11	-0,023450	0,045892	-0,0042062	0,034884	0,019022	0,037702
12	-0,021693	0,043212	-0,0038200	0,032771	0,018145	0,035413
13	-0,020173	0,040829	-0,0034920	0,030899	0,017340	0,033386
14	-0,018846	0,038697	-0,0032105	0,029230	0,016600	0,031580
15	-0,017678	0,036778	-0,0029668	0,027733	0,015918	0,029960

66. $x_1 = 0,43093$, $x_2 = 0,41283$, $x_3 = 0,40341$, $x_4 = 0,42251$, $x_5 = 0,45070$,
 $x_6 = 0,41265$, $x_7 = 0,43093$. 67. $x_1 = 0,18306$, $x_2 = 0,062374$, $x_3 = 0,076600$,
 $x_4 = 0,32525$, $x_5 = 0,41374$, $x_6 = 0,20347$, $x_7 = 0,19385$, $x_8 = 0,24750$. 68.
 $x_1 = 0,31509$, $x_2 = 0,087364$, $x_3 = 0,084250$, $x_4 = 0,22534$, $x_5 = 0,21509$,
 $x_6 = 0,27540$, $x_7 = 0,026167$, $x_8 = 0,28279$, $x_9 = 0,38181$. 69. $x_1 = 0,12754$,
 $x_2 = 0,14324$, $x_3 = 0,078535$, $x_4 = 0,18392$, $x_5 = 0,075688$, $x_6 = 0,13889$,
 $x_7 = -0,066209$, $x_8 = 0,37060$, $x_9 = 0,15760$, $x_{10} = 0,29872$.

70. $\lambda_1 = -0,951374$, $\lambda_2 = -0,750564$, $\lambda_3 = 0,669057$, $\lambda_4 = 0,826996$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} -0,784746 \\ 0,269371 \\ 0,437805 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,437805 \\ 1,00000 \\ 0,784745 \\ -0,269371 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,220158 \\ -0,512420 \\ 0,949781 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 0,512420 \\ -0,949781 \\ 1,00000 \\ 0,220158 \end{bmatrix}.$$

71. $\lambda_1 = -0,941150$, $\lambda_2 = -0,747184$, $\lambda_3 = 0,674904$, $\lambda_4 = 0,835388$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,215129 \\ -0,445661 \\ -0,864259 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,445662 \\ 0,864259 \\ 1,00000 \\ 0,215130 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0,684377 \\ -0,086491 \\ -0,445381 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} -0,445380 \\ 1,00000 \\ -0,684377 \\ 0,086490 \end{bmatrix}.$$

72. $\lambda_1 = -0,943318$, $\lambda_2 = -0,765617$, $\lambda_3 = 0,675453$, $\lambda_4 = 0,844798$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,483706 \\ 0,210941 \\ -0,580366 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,210941 \\ 0,580366 \\ 1,00000 \\ -0,483706 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0,662583 \\ 0,352619 \\ 0,418824 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 0,418823 \\ 1,00000 \\ -0,662583 \\ -0,352619 \end{bmatrix}.$$

73. $\lambda_1 = -1,00252$, $\lambda_2 = -0,803278$, $\lambda_3 = 0,479339$, $\lambda_4 = 0,840311$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,489359 \\ -0,600155 \\ -0,864886 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,717823 \\ 0,773454 \\ 1,00000 \\ 0,573676 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0,479139 \\ -0,172999 \\ -0,783806 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} -0,614506 \\ 1,00000 \\ -0,414239 \\ 0,142749 \end{bmatrix}.$$

74.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0,0	0,019910 0,163329 1,48476	1,00000 —0,511996 0,458585	0,213838 1,00000 0,721319	—0,612831 —0,486525 1,00000
0,1	0,031944 0,295417 1,64064	1,00000 —0,528986 0,509968	0,242471 1,00000 0,692439	—0,677864 —0,422673 1,00000
0,2	0,041702 0,424510 1,80179	1,00000 —0,510377 0,554752	0,240105 1,00000 0,661843	—0,713664 —0,378710 1,00000
0,3	0,049917 0,550549 1,96753	1,00000 —0,484404 0,593766	0,230694 1,00000 0,630804	—0,739289 —0,343181 1,00000
0,4	0,056947 0,673771 2,13728	1,00000 —0,457369 0,627788	0,219563 1,00000 0,600211	—0,759572 —0,313080 1,00000
0,5	0,063030 0,794462 2,31051	1,00000 —0,431270 0,657522	0,208371 1,00000 0,570652	—0,776429 —0,287083 1,00000
0,6	0,068344 0,912907 2,48675	1,00000 —0,406799 0,683585	0,197701 1,00000 0,542483	—0,790834 —0,264401 1,00000

75.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0,0	1,1851 1,7599 4,5550	1,0000 —0,31603 0,71871	—0,58777 —0,92411 0,83634	—0,22713 1,0000 1,0000
0,1	1,2679 1,7366 4,7955	1,0000 0,21462 0,71475	—0,50555 1,0000 0,82659	—0,29687 —0,97999 1,0000
0,2	1,3391 1,7249 5,0360	1,0000 0,04746 0,71168	—0,38525 1,0000 0,81835	—0,39641 —0,85212 1,0000
0,3	1,3899 1,7334 5,2767	1,0000 —0,15377 0,70927	—0,21934 1,0000 0,81127	—0,53133 —0,70221 1,0000
0,4	1,4131 1,7694 5,5174	1,0000 —0,35353 0,70735	—0,027009 1,0000 0,80512	—0,68560 —0,55505 1,0000
0,5	1,4112 1,8305 5,7583	1,0000 —0,51268 0,70581	0,15083 1,0000 0,79971	—0,82642 —0,43785 1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0,6	1,3931	1,0000	0,29264	—0,93718
	1,9077	—0,62495	1,0000	—0,35459
	5,9992	0,70456	0,79491	1,0000
0,7	1,3662	—0,98036	—0,39244	1,0000
	1,9937	—0,70257	1,0000	—0,29633
	6,2401	0,70355	0,79062	1,0000
0,8	1,3344	—0,92416	—0,44560	1,0000
	2,0845	—0,75749	1,0000	—0,25445
	6,4811	0,70272	0,78676	1,0000
0,9	1,2998	—0,88547	—0,48306	1,0000
	2,1781	—0,79767	1,0000	—0,22326
	6,7221	0,70204	0,78326	1,0000
1,0	1,2634	—0,85752	—0,51080	1,0000
	2,2735	—0,82801	1,0000	—0,19923
	6,9631	0,70149	0,78007	1,0000
1,1	1,2258	—0,83652	—0,53216	1,0000
	2,3700	—0,85156	1,0000	—0,18019
	7,2042	0,70103	0,77716	1,0000
1,2	1,1874	—0,82026	—0,54912	1,0000
	2,4673	—0,87027	1,0000	—0,16472
	7,4453	0,70065	0,77448	1,0000
1,3	1,1484	—0,80734	—0,56293	1,0000
	2,5652	—0,88542	1,0000	—0,15191
	7,6864	0,70035	0,77201	1,0000
1,4	1,1090	—0,79686	—0,57440	1,0000
	2,6634	—0,89790	1,0000	—0,14110
	7,9276	0,70010	0,76972	1,0000
1,5	1,0693	—0,78821	—0,58408	1,0000
	2,7620	—0,90833	1,0000	—0,13187
	8,1687	0,69989	0,76760	1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	-2,673	1,000	0,1685	-0,3785	-0,8512
	-0,9667	0,1036	-0,7177	1,000	-0,4649
	0,1358	-0,5310	1,000	0,4763	-0,6377
	7,504	1,000	0,7238	0,8525	0,9391
1	-3,008	1,000	0,1460	-0,4932	-0,7779
	0,08728	0,1011	-0,6078	1,000	-0,6181
	1,234	-0,3900	1,000	0,3257	-0,5202
	9,686	1,000	0,5889	0,8046	0,8860
2	-3,380	1,000	0,1232	-0,5447	-0,7479
	1,123	0,08639	-0,5368	1,000	-0,7013
	2,328	-0,3154	1,000	0,2541	-0,4420
	11,93	1,000	0,4949	0,7772	0,8526
3	-3,767	1,000	0,1059	-0,5750	-0,7328
	2,147	0,07353	-0,4872	1,000	-0,7547
	3,408	-0,2669	1,000	0,2142	-0,3877
	14,21	1,000	0,4257	0,7601	0,8297
4	-4,162	1,000	0,09271	-0,5953	-0,7243
	3,164	0,06343	-0,4509	1,000	-0,7920
	4,474	-0,2320	1,000	0,1898	-0,3483
	16,52	1,000	0,3730	0,7487	0,8131
5	-4,563	1,000	0,08239	-0,6099	-0,7190
	4,176	0,05551	-0,4233	1,000	-0,8196
	5,530	-0,2054	1,000	0,1738	-0,3184
	18,86	1,000	0,3315	0,7408	0,8004
6	-4,966	1,000	0,07413	-0,6211	-0,7156
	5,186	0,04926	-0,4017	1,000	-0,8407
	6,576	-0,1844	1,000	0,1626	-0,2952
	21,20	1,000	0,2981	0,7350	0,7904
7	-5,372	1,000	0,06737	-0,6299	-0,7132
	6,193	0,04418	-0,3843	1,000	-0,8575
	7,616	-0,1673	1,000	0,1546	-0,2766
	23,56	1,000	0,2707	0,7307	0,7824
8	-5,779	1,000	0,06174	-0,6370	-0,7116
	7,199	0,04004	-0,3701	1,000	-0,8710
	8,649	-0,1531	1,000	0,1486	-0,2614
	25,93	1,000	0,2478	0,7274	0,7757
9	-6,187	1,000	0,05698	-0,6429	-0,7103
	8,204	0,03657	-0,3583	1,000	-0,8823
	9,678	-0,1412	1,000	0,1439	-0,2488
	28,30	1,000	0,2285	0,7248	0,7702
10	-6,596	1,000	0,05290	-0,6479	-0,7094
	9,209	0,03366	-0,3482	1,000	-0,8917
	10,70	-0,1309	1,000	0,1403	-0,2381
	30,68	1,000	0,2118	0,7226	0,7654
11	-7,006	1,000	0,04936	-0,6521	-0,7087
	10,21	0,03119	-0,3397	1,000	-0,8997
	11,73	-0,1221	1,000	0,1374	-0,2290
	38,07	1,000	0,1975	0,7209	0,7614

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
12	— 7,417	1,000	0,04627	—0,6558	—0,7082
	11,22	0,02901	—0,3322	1,000	—0,9067
	12,74	—0,1144	1,000	0,1350	—0,2211
	35,46	1,000	0,1849	0,7195	0,7578
13	—7,827	1,000	0,04354	—0,6590	—0,7078
	12,22	0,02711	—0,3255	1,000	—0,9128
	13,76	—0,1076	1,000	0,1330	—0,2143
	37,85	1,000	0,1738	0,7183	0,7547
14	—8,239	1,000	0,04112	—0,6618	—0,7075
	13,22	0,02550	—0,3199	1,000	—0,9180
	14,78	—0,1015	1,000	0,1313	—0,2082
	40,24	1,000	0,1639	0,7173	0,7520
15	—8,650	1,000	0,03895	—0,6643	—0,7072
	14,22	0,02398	—0,3147	1,000	—0,9228
	15,79	—0,09613	1,000	0,1298	—0,2028
	42,64	1,000	0,1551	0,7165	0,7496

77.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	—13,159	—0,84138	0,41610	1,0000	—0,77176
	0,18295	0,01823	1,0000	—0,72458	—0,41959
	12,732	1,0000	—0,24759	0,22401	—0,93345
	30,244	0,82045	1,0000	0,91783	0,83397
1	—13,633	—0,78161	0,37810	1,0000	—0,72358
	0,68407	0,057335	1,0000	—0,67755	—0,47578
	13,050	1,0000	—0,29509	0,26181	—0,87257
	32,899	0,83349	1,0000	0,91944	0,89290
2	—14,163	—0,73468	0,35001	1,0000	—0,68691
	1,1144	0,10455	1,0000	—0,63760	—0,53049
	13,450	1,0000	—0,34994	0,29547	—0,81771
	35,599	0,84926	1,0000	0,92230	0,94389
3	—14,736	—0,69685	0,32888	1,0000	—0,65845
	1,4629	0,15740	1,0000	—0,60366	—0,58388
	13,941	1,0000	—0,40900	0,32582	—0,76778
	38,332	0,86650	1,0000	0,92604	0,98885
4	—15,343	—0,66564	0,31277	1,0000	—0,63599
	1,7257	0,21357	1,0000	—0,57484	—0,63559
	14,524	1,0000	—0,46966	0,35315	—0,72231
	41,093	0,85942	0,97176	0,90411	1,0000

k	λ_l	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	-14,863	-0,34940	-0,54920	1,0000	-0,69605	0,37519
	- 8,6685	1,0000	-0,54430	0,057104	-0,36491	-0,69466
	- 2,4567	0,30142	-0,48710	-0,87732	-0,48838	1,0000
	3,6874	-0,090926	-0,97566	0,085198	1,0000	0,11528
	17,301	1,0000	0,55592	0,68707	0,48170	0,80740
1	-14,775	-0,36845	-0,53690	1,0000	-0,68642	0,38383
	- 8,6124	1,0000	-0,55660	0,076822	-0,37894	-0,69648
	- 2,3329	0,30342	-0,49116	-0,87418	-0,49306	1,0000
	3,6870	-0,090926	-0,97640	0,084550	1,0000	0,11499
	17,533	1,0000	0,55435	0,68688	0,48135	0,80664
2	-14,691	-0,38757	-0,52462	1,0000	-0,67682	0,39265
	-8,5525	1,0000	-0,56914	0,097128	-0,39322	-0,69853
	-2,2088	0,30549	-0,49528	-0,87103	-0,49783	1,0000
	3,6866	-0,090911	-0,97714	0,083905	1,0000	0,11473
	17,765	1,0000	0,55280	0,68669	0,48099	0,80589
3	-14,611	-0,40674	-0,51238	1,0000	-0,66725	0,40164
	-8,4889	1,0000	-0,58189	0,11800	-0,40773	-0,70082
	-2,0842	0,30762	-0,49949	-0,86788	-0,50271	1,0000
	3,6863	-0,090882	-0,97788	0,083261	1,0000	0,11449
	17,998	1,0000	0,55127	0,68651	0,48062	0,80515
4	-14,536	-0,42590	-0,50019	1,0000	-0,65775	0,41077
	-8,4213	1,0000	-0,59484	0,13943	-0,42244	-0,70336
	-1,9591	0,30982	-0,50376	-0,86472	-0,50767	1,0000
	3,6859	-0,090839	-0,97863	0,082618	1,0000	0,11427
	18,23	1,0000	0,54977	0,68634	0,48024	0,80442
5	-14,464	-0,44504	-0,48809	1,0000	-0,64831	0,42002
	-8,3500	1,0000	-0,60796	0,16139	-0,43732	-0,70617
	-1,8336	0,31208	-0,50811	-0,86155	-0,51274	1,0000
	3,6856	-0,090784	-0,97938	0,081974	1,0000	0,11407
	18,4625	1,0000	0,54829	0,68617	0,47984	0,80371
6	-14,398	-0,46411	-0,47607	1,0000	-0,63895	0,42937
	-8,2748	1,0000	-0,62124	0,18386	-0,45235	-0,70926
	-1,7076	0,31441	-0,51253	-0,85837	-0,51791	1,0000
	3,6852	-0,090715	-0,98013	0,081329	1,0000	0,11390
	18,695	1,0000	0,54683	0,68600	0,47944	0,80300

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
7	—14,335	—0,48309	—0,46418	1,0000	—0,62969	0,43879
	—8,1959	1,0000	—0,63464	0,20682	—0,46751	—0,71265
	—1,5812	0,31679	—0,51702	—0,85518	—0,52318	1,0000
	3,6848	—0,090633	—0,98090	0,080681	1,0000	0,11375
	18,927	1,0000	0,54540	0,68583	0,47902	0,80231
8	—14,277	—0,50192	—0,45241	1,0000	—0,62053	0,44826
	—8,1134	1,0000	—0,64815	0,23022	—0,48277	—0,71633
	—1,4543	0,31924	—0,52157	—0,85197	—0,52856	1,0000
	3,6845	—0,090537	—0,98168	0,080029	1,0000	0,11363
	19,160	1,0000	0,54398	0,68568	0,47859	0,80162
9	—14,222	—0,52060	—0,44079	1,0000	—0,61149	0,45775
	—8,0272	1,0000	—0,66174	0,25406	—0,49809	—0,72033
	—1,3269	0,32175	—0,52620	—0,84875	—0,53404	1,0000
	3,6841	—0,090429	—0,98247	0,079373	1,0000	0,11353
	19,392	1,0000	0,54258	0,68552	0,47816	0,80095
10	—14,172	—0,53907	—0,42934	1,0000	—0,60257	0,46724
	—7,9375	1,0000	—0,67538	0,27830	—0,51346	—0,72466
	—1,1990	0,32433	—0,53089	—0,84552	—0,53964	1,0000
	3,6838	—0,090308	—0,98328	0,078711	1,0000	0,11346
	19,625	1,0000	0,54121	0,68537	0,47771	0,80028

79.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	—2,5017	—0,6436	0,6959	—0,6497	0,8199	—0,5526	1,0000
	—0,4250	—0,5617	—0,3242	—0,5063	—0,0285	1,0000	0,1111
	0,7553	0,0926	1,0000	—0,0977	0,3885	0,4248	—0,7836
	2,5103	0,0724	—0,2864	0,9150	1,0000	0,4120	0,2481
	3,1846	1,0000	—0,1965	—0,6267	0,3263	0,1680	0,1984
	5,1765	0,4234	0,8237	0,5048	—0,7634	0,6276	1,0000
1	—2,2162	—0,7084	0,6031	—0,6225	0,7480	—0,4676	1,0000
	0,0324	—0,5373	—0,4386	—0,4491	—0,1045	1,0000	0,1501
	1,2171	0,1094	1,0000	—0,2247	0,4468	0,5543	—0,7405
	3,0129	—0,0174	—0,2699	1,0000	0,9867	0,3917	0,2181
	3,8070	1,0000	—0,3676	—0,6456	0,4822	0,1041	0,2161
	5,8468	0,5783	0,7351	0,4119	—0,6649	0,5986	1,0000
2	—1,9686	—0,7590	0,5162	—0,5892	0,6777	—0,3950	1,0000
	0,4832	—0,5144	—0,5398	—0,3901	—0,1775	1,0000	0,1737
	1,6803	0,1155	1,0000	—0,3429	0,4996	0,6761	—0,7021
	3,5090	—0,0637	—0,2299	1,0000	0,9202	0,3652	0,1801
	4,4145	1,0000	—0,5382	—0,6907	0,6318	0,0296	0,2134
	6,5816	0,6997	0,6394	0,3291	—0,5671	0,5591	1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
3	-1,7563	-0,7983	0,4393	-0,5532	0,6125	-0,3351	1,0000
	0,9329	-0,4912	-0,6274	-0,3320	-0,2454	1,0000	0,1852
	2,1480	0,1151	1,0000	-0,4524	0,5474	0,7916	-0,6676
	4,0028	-0,0856	-0,1962	1,0000	0,8771	0,3539	0,1525
	4,9992	1,0000	-0,7107	-0,7519	0,7814	-0,0496	0,1994
	7,3734	0,7887	0,5496	0,2616	-0,4802	0,5160	1,0000
4	-1,5757	-0,8290	0,3736	-0,5173	0,5541	-0,2867	1,0000
	1,3851	-0,4672	-0,7019	-0,2773	-0,3067	1,0000	0,1881
	2,6210	0,1112	1,0000	-0,5534	0,5909	0,9014	-0,6366
	4,4961	-0,0953	-0,1684	1,0000	0,8479	0,3498	0,1316
	5,5621	1,0000	-0,8850	-0,8224	0,9321	-0,1301	0,1804
	8,2114	0,8516	0,4719	0,2094	-0,4082	0,4739	1,0000
5	-1,4224	-0,8531	0,3186	-0,4828	0,5029	-0,2478	1,0000
	1,8416	-0,4431	-0,7648	-0,2272	-0,3609	1,0000	0,1854
	3,0988	0,1051	0,9948	-0,6432	0,6273	1,0000	-0,6054
	4,9896	-0,0987	-0,1456	1,0000	0,8274	0,3493	0,1155
	6,1076	0,9227	-0,9783	-0,8281	1,0000	-0,1940	0,1480
	9,0848	0,8953	0,4075	0,1700	-0,3503	0,4351	1,0000

80.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	-5,273	-0,1164	0,0308	0,2179	-0,9777	1,000	0,1220	0,0746
	3,460	0,0490	-0,1719	0,3717	-0,0922	-0,2690	1,000	-0,1757
	4,353	-0,5491	-0,2701	0,6187	-0,2176	-0,4516	-0,2153	1,000
	5,838	-0,1208	1,000	0,1646	-0,1448	-0,2253	0,0386	-0,0230
	10,34	1,000	-0,1052	0,4596	-0,4967	-0,4044	-0,4179	-0,1443
	14,16	0,6454	0,1837	-0,9433	-0,2355	-0,0884	0,4808	1,000
	19,13	0,6225	0,2802	0,7923	1,000	0,8128	0,1288	0,5397
1	-6,215	-0,1035	0,0274	0,1889	-0,9690	1,000	0,1065	0,0677
	3,601	0,1192	-0,1196	0,2642	-0,0651	-0,1854	1,000	-0,2733
	4,756	-0,6593	-0,2504	0,6818	-0,2267	-0,4816	0,0378	1,000
	6,839	-0,0995	1,000	0,1394	-0,1406	-0,2015	0,0370	-0,0406
	11,07	1,000	-0,1667	0,6680	-0,5758	-0,5096	-0,5008	-0,1949
	15,59	0,7518	0,1428	-0,9816	-0,3716	-0,2107	0,3968	1,000
	20,36	0,7328	0,2950	0,7705	1,000	0,8318	0,1423	0,6536
2	-7,170	-0,0933	0,0248	0,1670	-0,9641	1,000	0,0948	0,0622
	3,690	0,1679	-0,0930	0,2034	-0,0510	-0,1398	1,000	-0,3231
	5,115	-0,7419	-0,2279	0,6832	-0,2185	-0,4705	0,2105	1,000
	7,843	-0,0841	1,000	0,1257	-0,1398	-0,1887	0,0329	-0,0467
	11,80	1,000	-0,2275	0,8792	-0,6608	-0,6176	-0,5614	-0,2275
	17,05	-0,7704	-0,0943	1,000	0,4904	0,3255	-0,3188	-0,9488
	21,67	0,8739	0,3123	0,7425	1,000	0,8493	0,1586	0,7969
3	-8,133	-0,0850	0,0227	0,1498	-0,9614	1,000	0,0856	0,0577
	3,752	0,2033	-0,0769	0,1648	-0,0426	-0,1119	1,000	-0,3518
	5,420	-0,8032	-0,2059	0,6557	-0,2026	-0,4429	0,3330	1,000
	8,847	-0,0725	1,000	0,1181	-0,1406	-0,1814	0,0289	-0,0482
	12,56	0,9139	-0,2641	1,000	-0,6869	-0,6660	-0,5541	-0,2256
	18,48	-0,7251	-0,0462	1,000	0,5840	0,4221	-0,2509	-0,8588
	23,08	1,000	0,3160	0,6748	0,9517	0,8239	0,1688	0,9274

81. $\lambda_1 = 7,9651$, $\lambda_{2,3} = -0,43253 \pm i \cdot 3,1469$. 82. $\lambda_1 = 1,5794$, $\lambda_{2,3} = 0,39030 \pm i \cdot 2,4566$. 83. $\lambda_1 = -3,1113$, $\lambda_2 = 0,83465$, $\lambda_3 = 3,5053$, $\lambda_4 = 29,771$. 84. $\lambda_1 = -1,0374$, $\lambda_2 = 0,12705$, $\lambda_3 = 0,54896$, $\lambda_4 = 1,3374$.

85. $\lambda_1 = -0,806461$, $\lambda_2 = -0,608733$, $\lambda_3 = 0,677051$, $\lambda_4 = 1,05828$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0,368926 \\ -0,207052 \\ 1,00000 \\ -0,850103 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,893682 \\ 1,00000 \\ 0,432658 \\ -0,122454 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0,135611 \\ -0,094083 \\ 0,780592 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,954806 \\ -0,126324 \\ 0,052826 \end{bmatrix}.$$

86. $\lambda_1 = -0,922196$, $\lambda_2 = -0,701860$, $\lambda_3 = 0,566392$, $\lambda_4 = 1,09388$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} -0,027303 \\ 0,006650 \\ 0,898520 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,835617 \\ 1,00000 \\ 0,051293 \\ -0,029920 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} -0,181129 \\ 0,073013 \\ 1,00000 \\ -0,903951 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,846395 \\ 0,150477 \\ -0,102275 \end{bmatrix}.$$

87. $\lambda_1 = -0,943766$, $\lambda_2 = -0,749386$, $\lambda_3 = 0,680652$, $\lambda_4 = 0,835272$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0,757683 \\ 1,00000 \\ 0,294756 \\ 0,423991 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,294756 \\ -0,423992 \\ 0,757683 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} -0,516944 \\ 0,409215 \\ 1,00000 \\ -0,736551 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,736551 \\ 0,516944 \\ -0,409215 \end{bmatrix}.$$

88. $\lambda_1 = -0,958372$, $\lambda_2 = -0,746028$, $\lambda_3 = 0,664545$, $\lambda_4 = 0,835895$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0,377375 \\ 1,00000 \\ 0,531624 \\ 0,863690 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,531624 \\ -0,863690 \\ 0,377375 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} -0,640173 \\ 0,188914 \\ 1,00000 \\ -0,554542 \end{bmatrix},$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,554543 \\ 0,640173 \\ -0,188914 \end{bmatrix}.$$

89.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0,0	0,78197 1,0124 2,1056	1,0000 — 0,20906 1,0000	— 0,32077 1,0000 0,84484	— 0,77943 — 0,67977 0,93529
0,1	0,74934 1,1069 2,3438	1,0000 — 0,12201 1,0000	— 0,43596 1,0000 0,81413	— 0,72113 — 0,77373 0,89453
0,2	0,71263 1,2045 2,5829	1,0000 — 0,08114 1,0000	— 0,49518 1,0000 0,79407	— 0,70037 — 0,82289 0,86639
0,3	0,67422 1,3031 2,8226	1,0000 — 0,05835 1,0000	— 0,53196 1,0000 0,78006	— 0,69176 — 0,85335 0,84573
0,4	0,63492 1,4024 3,0627	1,0000 — 0,04420 1,0000	— 0,55732 1,0000 0,76976	— 0,68803 — 0,87427 0,82990
0,5	0,59508 1,5018 3,3031	1,0000 — 0,03474 1,0000	— 0,57601 1,0000 0,76191	— 0,68652 — 0,88964 0,81737

90.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0	— 35,983 — 16,585 119,17	1,0000 — 0,14672 0,86428	— 0,29711 1,0000 0,85362	— 0,61066 — 0,72681 1,0000
1	— 35,828 — 15,440 120,87	1,0000 — 0,16470 0,86567	— 0,27908 1,0000 0,84814	— 0,62898 — 0,70556 1,0000
2	— 35,690 — 14,281 122,57	1,0000 — 0,18043 0,86704	— 0,26267 1,0000 0,84270	— 0,64569 — 0,68625 1,0000
3	— 35,566 — 13,111 124,28	1,0000 — 0,19423 0,86839	— 0,24772 1,0000 0,83730	— 0,66097 — 0,66863 1,0000
4	— 35,454 — 11,932 125,99	1,0000 — 0,20635 0,86971	— 0,23406 1,0000 0,83193	— 0,67499 — 0,65247 1,0000
5	— 35,353 — 10,745 127,70	1,0000 — 0,21702 0,87100	— 0,22156 1,0000 0,82661	— 0,68786 — 0,63759 1,0000
6	— 35,261 — 9,5513 129,41	1,0000 — 0,22643 0,87228	— 0,21008 1,0000 0,82133	— 0,69973 — 0,62383 1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
7	—35,177 —8,3527 131,13	1,0000 —0,23473 0,87353	—0,19954 1,0000 0,81609	—0,71069 —0,61105 1,0000
8	—35,101 —7,1499 132,85	1,0000 —0,24207 0,87475	—0,18981 1,0000 0,81090	—0,72083 —0,59914 1,0000
9	—35,030 —5,9437 134,57	1,0000 —0,24856 0,87596	—0,18083 1,0000 0,80574	—0,73026 —0,58801 1,0000
10	—34,966 —4,7348 136,30	1,0000 —0,25431 0,87714	—0,17252 1,0000 0,80062	—0,73902 —0,57756 1,0000
11	—34,906 —3,5237 138,03	1,0000 —0,25939 0,87831	—0,16481 1,0000 0,79555	—0,74720 —0,56772 1,0000
12	—34,851 —2,3111 139,76	1,0000 —0,26389 0,87945	—0,15764 1,0000 0,79051	—0,75484 —0,55844 1,0000
13	—34,799 —1,0972 141,50	1,0000 —0,26786 0,88058	—0,15097 1,0000 0,78552	—0,76199 —0,54965 1,0000

91.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	0,027661 1,6933 2,6035 7,6755	1,0000 0,19039 —0,15467 0,67811	—0,41317 1,0000 —0,27459 0,64559	—0,26660 —0,63541 —0,90079 0,79690	—0,19892 —0,26833 1,0000 1,0000
1	0,14444 1,7074 2,7312 7,8169	1,0000 0,18598 —0,14352 0,68079	—0,40793 1,0000 —0,31758 0,65979	—0,25558 —0,67897 —0,85542 0,80985	—0,20466 —0,23654 1,0000 1,0000
2	0,26041 1,7186 2,8618 7,9592	1,0000 0,18430 —0,13132 0,68349	—0,40357 1,0000 —0,35021 0,67424	—0,24443 —0,71532 —0,81896 0,82313	—0,21019 —0,21141 1,0000 1,0000

\tilde{k}	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
3	0,37559	1,0000	-0,40023	-0,23302	-0,21550
	1,7277	0,18506	1,0000	-0,74629	-0,19149
	2,9943	-0,11852	-0,37530	-0,78887	1,0000
	8,1023	0,68623	0,68896	0,83676	1,0000
4	0,49000	1,0000	-0,39805	-0,22119	-0,22060
	1,7354	0,18823	1,0000	-0,77332	-0,17574
	3,1283	-0,10541	-0,39479	-0,76342	1,0000
	8,2464	0,68899	0,70395	0,85074	1,0000
5	0,60363	1,0000	-0,39727	-0,20874	-0,22548
	1,7420	0,19394	1,0000	-0,79754	-0,16345
	3,2631	-0,092161	-0,40999	-0,74142	1,0000
	8,3913	0,69178	0,71921	0,86506	1,0000

92.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0,0	-1,5696	-0,32703	-0,40171	0,10054	1,0000
	0,80127	1,0000	-0,90232	-0,93942	0,05901
	4,4386	-0,048571	1,0000	-0,98178	0,48454
	15,690	1,0000	0,46516	0,64589	0,44895
0,1	-1,5784	-0,35201	-0,38513	0,12070	1,0000
	0,78832	1,0000	-0,93074	-0,95626	0,10898
	4,4908	-0,050652	1,0000	-0,97107	0,48450
	15,859	1,0000	0,46134	0,64816	0,45145
0,2	-1,5922	-0,37709	-0,36855	0,14119	1,0000
	0,77991	1,0000	-0,96076	-0,97368	0,16047
	4,5431	-0,052529	1,0000	-0,96085	0,48440
	16,029	1,0000	0,45755	0,65035	0,45390
0,3	-1,6110	-0,40213	-0,35209	0,16188	1,0000
	0,77602	1,0000	-0,99224	-0,99168	0,21330
	4,5954	-0,054222	1,0000	-0,95109	0,48425
	16,200	1,0000	0,45381	0,65247	0,45630
0,4	-1,6346	-0,42701	-0,33586	0,18263	1,0000
	0,77656	-0,97561	1,0000	0,98560	-0,26074
	4,6478	-0,055749	1,0000	-0,94174	0,48404
	16,370	1,0000	0,45011	0,65450	0,45865
0,5	-1,6630	-0,45159	-0,31993	0,20332	1,0000
	0,78140	-0,94440	1,0000	0,97212	-0,30421
	4,7002	-0,057126	1,0000	-0,93278	0,48379
	16,541	1,0000	0,44646	0,65646	0,46095
0,6	-1,6959	-0,47578	-0,30441	0,22384	1,0000
	0,79036	-0,91434	1,0000	0,95913	-0,34530
	4,7527	-0,058367	1,0000	-0,92418	0,48351
	16,713	1,0000	0,44284	0,65836	0,46321

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0,7	—1,7330	—0,49946	—0,28935	0,24407	1,0000
	0,80324	—0,88555	1,0000	0,94673	—0,38401
	4,8051	—0,059484	1,0000	—0,91591	0,48319
	16,885	1,0000	0,43926	0,66018	0,46543
0,8	—1,7742	—0,52256	—0,27482	0,26392	1,0000
	0,81980	—0,85809	1,0000	0,93500	—0,42036
	4,8576	—0,060488	1,0000	—0,90796	0,48284
	17,057	1,0000	0,43573	0,66195	0,46761
0,9	—1,8192	—0,54502	—0,26085	0,28333	1,0000
	0,83978	—0,83198	1,0000	0,92397	—0,45439
	4,9101	—0,061390	1,0000	—0,90030	0,48247
	17,229	1,0000	0,43224	0,66365	0,46974
1,0	—1,8677	—0,56679	—0,24747	0,30222	1,0000
	0,86293	—0,80724	1,0000	0,91367	—0,48619
	4,9626	—0,062199	1,0000	—0,89292	0,48208
	17,402	1,0000	0,42879	0,66529	0,47184
1,1	—1,9194	—0,58783	—0,23470	0,32056	1,0000
	0,88900	—0,78383	1,0000	0,90410	—0,51587
	5,0152	—0,062923	1,0000	—0,88579	0,48166
	17,575	1,0000	0,42538	0,66688	0,47389
1,2	—1,9742	—0,60813	—0,22255	0,33831	1,0000
	0,91774	—0,76172	1,0000	0,89526	—0,54355
	5,0677	—0,063568	1,0000	—0,87890	0,48124
	17,749	1,0000	0,42201	0,66841	0,47591
1,3	—2,0316	—0,62767	—0,21101	0,35546	1,0000
	0,94890	—0,74086	1,0000	0,88712	—0,56934
	5,1202	—0,064142	1,0000	—0,87224	0,48080
	17,923	1,0000	0,41868	0,66989	0,47790
1,4	—2,0916	—0,64647	—0,20006	0,37199	1,0000
	0,98226	—0,72118	1,0000	0,87964	—0,59338
	5,1727	—0,064651	1,0000	—0,86580	0,48034
	18,097	1,0000	0,41539	0,67132	0,47985
1,5	—2,1538	—0,66453	—0,18971	0,38791	1,0000
	1,0176	—0,70262	1,0000	0,87281	—0,61578
	5,2252	—0,065099	1,0000	—0,85956	0,47988
	18,271	1,0000	0,41214	0,67270	0,48176

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	—4,8635	0,092010	1,0000	0,024360	—0,78876	—0,26244
	—0,44548	0,071723	—0,34837	1,0000	—0,73438	0,99770
	0,14576	—0,43756	0,24646	—0,95448	—0,10079	1,0000
	1,9504	1,0000	—0,11757	—0,32574	—0,091187	0,14643
	11,813	0,28965	0,88185	0,51768	1,0000	0,50430
1	—4,8264	0,11286	1,0000	0,003467	—0,81966	—0,23290
	—0,20371	—0,05275	—0,32007	1,0000	—0,54167	0,52141
	0,43180	—0,70263	0,21330	—0,55683	—0,12301	1,0000
	3,6628	1,0000	—0,14227	—0,35818	—0,18260	0,51107
	14,536	0,28587	0,89407	0,59944	1,0000	0,46694
2	—4,8043	0,12444	1,0000	—0,010189	—0,83860	—0,21603
	—0,096557	—0,10933	—0,32279	1,0000	—0,52535	0,43502
	0,54298	—0,83055	0,23791	—0,49689	—0,091104	1,0000
	5,6350	1,0000	—0,15346	—0,34290	—0,20510	0,67800
	17,323	0,27637	0,90446	0,65916	1,0000	0,43299
3	—4,7895	0,13166	1,0000	—0,019894	—0,85143	—0,20523
	—0,029758	—0,15292	—0,32721	1,0000	—0,53024	0,41039
	0,60090	—0,89419	0,26281	—0,49249	—0,059142	1,0000
	7,6647	1,0000	—0,15539	—0,32049	—0,20480	0,76507
	20,154	0,26448	0,91322	0,70431	1,0000	0,40250
4	—4,7790	0,13654	1,0000	—0,027177	—0,86072	—0,19778
	0,016842	—0,18869	—0,33096	1,0000	—0,53890	0,40419
	0,63775	—0,93004	0,28426	—0,50241	—0,031205	1,0000
	9,7089	1,0000	—0,15276	—0,29852	—0,19723	0,81733
	23,015	0,25189	0,92065	0,73945	1,0000	0,37528
5	—4,7710	0,14003	1,0000	—0,032858	—0,86777	—0,19235
	0,051336	—0,21865	—0,33392	1,0000	—0,54773	0,40498
	0,66395	—0,95211	0,30242	—0,51615	—0,007255	1,0000
	11,755	1,0000	—0,14803	—0,27844	—0,18748	0,85180
	25,900	0,23941	0,92697	0,76747	1,0000	0,35099
6	—4,7648	0,14264	1,0000	—0,037421	—0,87331	—0,18823
	0,077898	—0,24407	—0,33624	1,0000	—0,55581	0,40867
	0,68387	—0,96656	0,31785	—0,53033	0,013283	1,0000
	13,800	1,0000	—0,14240	—0,26042	—0,17738	0,87607
	28,803	0,22747	0,93242	0,79027	1,0000	0,32931

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
7	—4,7598	0,14465	1,0000	—0,041169	—0,87777	—0,18499
	0,098965	—0,26588	—0,33806	1,0000	—0,56300	0,41352
	0,69969	—0,97646	0,33106	—0,54378	0,030990	1,0000
	15,842	1,0000	—0,13649	—0,24433	—0,16765	0,89398
	31,719	0,21622	0,93714	0,80915	1,0000	0,30989
8	—4,7557	0,14625	1,0000	—0,04430	—0,88145	—0,18240
	0,11607	—0,28477	—0,33951	1,0000	—0,56933	0,41874
	0,71264	—0,98348	0,34246	—0,55613	0,04637	1,0000
	17,881	1,0000	—0,13063	—0,22994	—0,15855	0,90769
	34,646	0,20574	0,94126	0,82502	1,0000	0,29246
9	—4,7523	0,14754	1,0000	—0,046968	—0,88454	—0,18027
	0,13021	—0,30125	—0,34068	1,0000	—0,57490	0,42395
	0,72349	—0,98859	0,35238	—0,56734	0,05980	1,0000
	19,916	1,0000	—0,12497	—0,21703	—0,15014	0,91848
	37,582	0,19602	0,94489	0,83853	1,0000	0,27675
10	—4,7494	0,14861	1,0000	—0,04926	—0,88717	—0,17849
	0,14210	—0,31576	—0,34164	1,0000	—0,57981	0,42899
	0,73272	—0,99240	0,36108	—0,57745	0,07164	1,0000
	21,948	1,0000	—0,11959	—0,20542	—0,14242	0,92716
	40,526	0,18703	0,94811	0,85015	1,0000	0,26254

94.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	—10,27	0,8702	1,000	—0,4963	—0,4274	—0,4275	0,8545
	—4,122	0,02964	—0,1200	—0,9363	0,01537	1,000	0,07450
	1,420	1,000	—0,00811	0,8577	—0,9591	0,8300	—0,5752
	3,396	—0,8155	—0,2599	0,3430	—0,9216	0,2538	1,000
	11,43	—0,4704	1,000	0,3607	0,2929	0,4744	—0,0979
	21,74	0,5758	—0,3767	0,6448	1,000	0,4548	0,9567
1	—9,859	0,8639	1,000	—0,4803	—0,4232	—0,4756	0,8465
	—3,942	0,03155	—0,1089	—0,9679	0,00357	1,000	0,1110
	1,646	1,000	—0,00917	0,7850	—0,9093	0,7941	—0,5727
	3,434	—0,7966	—0,2513	0,3824	—0,9460	0,2602	1,000
	11,57	—0,4576	1,000	0,3509	0,2742	0,4744	—0,1115
	21,96	0,5768	—0,3498	0,6468	1,000	0,4606	0,9503

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
2	—9,466	0,8575	1,000	—0,4616	—0,4182	—0,5254	0,8367
	—3,758	—0,03375	0,09610	1,000	0,00893	—0,9969	—0,1501
	1,870	1,000	—0,00969	0,7099	—0,8533	0,7560	—0,5733
	3,477	—0,7732	—0,2439	0,4267	—0,9798	0,2714	1,000
	11,70	—0,4453	1,000	0,3412	0,2553	0,4749	—0,1248
	22,17	0,5782	—0,3231	0,6488	1,000	0,4669	0,9445
3	—9,089	0,8513	1,000	—0,4403	—0,4123	—0,5768	0,8250
	—3,571	—0,03507	—0,07891	1,000	0,02137	—0,9591	—0,1856
	2,089	1,000	—0,00947	0,6315	—0,7899	0,7153	—0,5779
	3,527	0,7244	0,2321	—0,4653	1,000	—0,2817	—0,9743
	11,84	—0,4333	1,000	0,3315	0,2360	0,4757	—0,1376
	22,40	0,5800	—0,2965	0,6509	1,000	0,4736	0,9391
4	—8,728	0,8452	1,000	—0,4164	—0,4055	—0,6294	0,8111
	—3,380	—0,03648	0,06104	1,000	0,03356	—0,9200	—0,2211
	2,304	1,000	—0,00834	0,5494	—0,7178	0,6718	—0,5873
	3,585	0,6464	0,2154	—0,4927	1,000	—0,2900	—0,9173
	11,98	—0,4217	1,000	0,3217	0,2163	0,4768	—0,1501
	22,64	0,5824	—0,2700	0,6531	1,000	0,4809	0,9343
5	—8,385	0,8396	1,000	—0,3898	—0,3978	—0,6830	0,7949
	—3,184	—0,03788	0,04261	1,000	0,04542	—0,8797	—0,2564
	2,512	1,000	—0,00613	0,4629	—0,6359	0,6255	—0,6021
	3,654	0,5543	0,1993	—0,5167	1,000	—0,3025	—0,8489
	12,12	—0,4104	1,000	0,3121	0,1964	0,4783	—0,1623
	22,88	0,5852	—0,2436	0,6554	1,000	0,4886	0,9299

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	-4,026 -1,967 -0,5367 -0,2489 0,1335 1,378 5,405 6,813	-0,3354 -0,4418 -0,2489 -0,1967 1,000 1,000 0,9346 -0,3567	0,1078 0,1336 -0,4028 1,000 -0,002393 0,6756 0,4412	-0,5129 0,6190 0,3477 -0,09852 -0,5820 1,000 -0,7095	0,3735 -0,2160 -0,7716 -0,5293 -0,5663 0,7139 0,6955	1,000 -0,1999 1,000 -0,008603 0,08354 0,6083 0,09400	-0,02914 1,000 0,1218 -0,2594 0,5818 0,05516 0,9334	-0,8577 -0,5417 0,6646 0,1218 -0,2594 0,02982 -0,2123 0,1396 1,000
1	-2,891 -1,207 -0,3769 1,236 2,637 7,132 7,669	-0,3317 -0,5167 0,008865 -0,2055 1,000 0,2101 0,2709 0,6341	0,1409 0,1042 -0,2055 1,000 0,2101 0,2709 0,6341	-0,5939 0,7585 0,03399 -0,03691 -0,4692 1,000 -0,1964	0,3347 -0,6283 -0,7448 -0,3006 -0,4833 0,4424 0,9248	1,000 0,2202 1,000 -0,1528 0,03984 0,4093 0,4068	-0,03969 1,000 -0,4265 -0,3411 0,4782 -0,3115 0,8839	-0,8987 -0,3283 0,7960 -0,01049 -0,1829 -0,2477 1,000
2	-1,795 -1,072 0,3003 2,307 3,843 8,261 9,355	-0,3250 0,4326 -0,3184 -0,2432 1,000 0,6191 0,4217	0,1710 -0,04940 0,2317 1,000 0,3256 -0,2443 0,5288	-0,6984 -0,7145 0,3750 0,01966 -0,3742 1,000 0,6844	0,3470 1,000 0,3919 -0,2163 -0,4046 -0,1542 1,000	1,000 -0,7607 -0,8529 -0,1822 0,02304 0,03105 0,6143	-0,06674 -0,6441 1,000 -0,3827 0,4116 -0,9194 0,2961	-0,9592 -0,02168 -0,9408 0,00480 -0,1593 -0,9408 0,4347
3	-1,259 -0,7151 1,233 3,351 4,995 9,148 11,45	0,2607 -0,3359 -0,3567 -0,2729 1,000 -0,5238 0,3931	-0,00944 0,1767 0,2092 1,000 0,3893 0,3407 0,4136	-0,7052 -0,5672 0,4338 0,05842 -0,3028 -0,8552 0,7938	1,000 0,1377 0,2037 -0,1695 -0,3408 0,2281 1,000	-0,6434 1,000 -0,6542 -0,1946 0,01652 0,09877 0,6262	-0,4145 0,00592 1,000 -0,4103 0,3675 0,9589 0,1623	-0,2304 -0,8570 -0,8279 0,01730 -0,1442 1,000 0,2983

k	Характеристическое уравнение
0,0	$(\lambda - 0,9)(\lambda^3 - 1,5\lambda^2 + 0,38\lambda - 0,84) = 0$
0,1	$(\lambda - 1)(\lambda^3 - 1,62\lambda^2 + 0,548\lambda - 1,08) = 0$
0,2	$(\lambda - 1,1)(\lambda^3 - 1,74\lambda^2 + 0,736\lambda - 1,34) = 0$
0,3	$(\lambda - 1,2)(\lambda^3 - 1,86\lambda^2 + 0,944\lambda - 1,62) = 0$
0,4	$(\lambda - 1,3)(\lambda^3 - 1,98\lambda^2 + 1,172\lambda - 1,92) = 0$
0,5	$(\lambda - 1,4)(\lambda^3 - 2,1\lambda^2 + 1,42\lambda - 2,24) = 0$
0,6	$(\lambda - 1,5)(\lambda^3 - 2,22\lambda^2 + 1,688\lambda - 2,58) = 0$
0,7	$(\lambda - 1,6)(\lambda^3 - 2,34\lambda^2 + 1,976\lambda - 2,94) = 0$
0,8	$(\lambda - 1,7)(\lambda^3 - 2,46\lambda^2 + 2,284\lambda - 3,32) = 0$
0,9	$(\lambda - 1,8)(\lambda^3 - 2,58\lambda^2 + 2,612\lambda - 3,72) = 0$
1,0	$(\lambda - 1,9)(\lambda^3 - 2,7\lambda^2 + 2,96\lambda - 4,14) = 0$

97. $p_1 = 3,86$, $p_2 = -10,78$, $p_3 = 15,172$. 98. $p_1 = -0,166176$, $p_2 = 1,27966$, $p_3 = 0,100320$, $p_4 = -0,396302$. 99. $p_1 = -0,209302$, $p_2 = 1,27774$, $p_3 = 0,135842$, $p_4 = -0,396299$.

100. $\lambda_1 = -0,930012$, $\lambda_2 = -0,754496$, $\lambda_3 = 0,656227$, $\lambda_4 = 0,867255$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} -0,590771 \\ 0,551160 \\ 0,390967 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0,390967 \\ 1,00000 \\ 0,590771 \\ -0,551160 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,327855 \\ -0,611230 \\ 0,649041 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} 0,611230 \\ -0,649041 \\ 1,00000 \\ 0,327855 \end{bmatrix};$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,707460 & -0,070913 & -0,151135 & 1,15135 \\ -0,070913 & -0,573487 & -1,11589 & 0,117829 \\ -0,151135 & -1,11589 & 0,558192 & -0,112877 \\ 1,15135 & 0,117829 & -0,112877 & -0,415881 \end{bmatrix}.$$

101. $\lambda_1 = -0,942979$, $\lambda_2 = -0,769905$, $\lambda_3 = 0,688271$, $\lambda_4 = 0,852096$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,493957 \\ -0,150160 \\ -0,946949 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0,150160 \\ 0,946949 \\ 1,00000 \\ -0,493957 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,460067 \\ -0,169459 \\ 0,842910 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} 0,169459 \\ -0,842910 \\ 1,00000 \\ 0,460067 \end{bmatrix};$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,258267 & 0,413480 & -0,040812 & 1,18341 \\ 0,413480 & -0,072970 & -1,17006 & 0,107074 \\ -0,040812 & -1,17006 & 0,011477 & 0,397256 \\ 1,18341 & 0,107074 & 0,397256 & 0,070388 \end{bmatrix}.$$

102. $\lambda_1 = -0,959926$, $\lambda_2 = -0,749037$, $\lambda_3 = 0,689166$, $\lambda_4 = 0,852762$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} -0,787236 \\ 0,516755 \\ 0,304536 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0,304536 \\ 1,00000 \\ 0,787236 \\ -0,516755 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,395423 \\ -0,422126 \\ 0,711452 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} 0,422126 \\ -0,711452 \\ 1,00000 \\ 0,395423 \end{bmatrix};$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,513121 & 0,129085 & -0,099360 & 1,18760 \\ 0,129085 & -0,369244 & -1,19858 & 0,119111 \\ -0,099360 & -1,19858 & 0,310756 & 0,129266 \\ 1,18760 & 0,119111 & 0,129266 & -0,207741 \end{bmatrix}.$$

103. $\lambda_1 = -0,932102$, $\lambda_2 = -0,757360$, $\lambda_3 = 0,683667$, $\lambda_4 = 0,868596$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,080751 \\ -0,489793 \\ -0,980059 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0,489793 \\ 0,980059 \\ 1,00000 \\ 0,080752 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0,762437 \\ -0,008624 \\ -0,445736 \\ 1,00000 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} -0,445736 \\ 1,00000 \\ -0,762437 \\ 0,008624 \end{bmatrix};$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -0,023483 & -0,620137 & -0,114391 & 1,07678 \\ -0,620137 & 0,068993 & -1,05709 & -0,010386 \\ -0,114391 & -1,05709 & -0,175676 & -0,652184 \\ 1,07678 & -0,010386 & -0,652184 & 0,350928 \end{bmatrix}.$$

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0	0,035327	1,0000	—0,90891	0,10514
	1,3318	—0,42216	—0,34880	1,0000
	2,8538	0,83517	1,0000	0,70137
1	0,042248	1,0000	—0,94187	0,072315
	2,4757	—0,25251	—0,19131	1,0000
	4,7030	0,91139	1,0000	0,42145
2	0,045636	1,0000	—0,95704	0,05473
	3,5371	—0,17591	—0,12662	1,0000
	6,6382	0,94105	1,0000	0,29216
3	0,047646	1,0000	—0,96589	0,043970
	4,5694	—0,13423	—0,093448	1,0000
	8,6039	0,95614	1,0000	0,22179
4	0,048976	1,0000	—0,97171	0,036727
	5,5890	—0,10833	—0,07369	1,0000
	10,583	0,96516	1,0000	0,17824
5	0,049920	1,0000	—0,97582	0,031527
	6,6021	—0,090742	—0,060682	1,0000
	12,569	0,97113	1,0000	0,14880
6	0,050626	1,0000	—0,97889	0,027613
	7,6114	—0,078043	—0,051517	1,0000
	14,559	0,97537	1,0000	0,12764
7	0,051174	1,0000	—0,98127	0,024563
	8,6184	—0,068450	—0,044725	1,0000
	16,551	0,97853	1,0000	0,11171
8	0,051611	1,0000	—0,98317	0,022119
	9,6238	—0,060952	—0,039499	1,0000
	18,546	0,98097	1,0000	0,099291

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
9	0,051967	1,0000	—0,98471	0,020116
	10,628	—0,054931	—0,035355	1,0000
	20,541	0,98292	1,0000	0,089348
10	0,052264	1,0000	—0,98600	0,018446
	11,632	—0,04999	—0,031993	1,0000
	22,537	0,98450	1,0000	0,081209
11	0,052515	1,0000	—0,98709	0,017032
	12,635	—0,045866	—0,029211	1,0000
	24,534	0,98582	1,0000	0,074425
12	0,052730	1,0000	—0,98802	0,015819
	13,637	—0,042368	—0,026871	1,0000
	26,531	0,98693	1,0000	0,068685
13	0,052916	1,0000	—0,98882	0,014767
	14,639	—0,03937	—0,024876	1,0000
	28,529	0,98788	1,0000	0,063764
14	0,053078	1,0000	—0,98952	0,013847
	15,641	—0,036760	—0,023156	1,0000
	30,527	0,98870	1,0000	0,059500
15	0,05322	1,0000	—0,99014	0,01303
	16,642	—0,034478	—0,021657	1,0000
	32,525	0,98942	1,0000	0,055770

105.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	—4,8660	—0,94294	0,15233	0,77702	1,0000
	—0,56603	—0,42564	1,0000	—0,26867	—0,34492
	—0,046067	—0,11858	—0,083946	1,0000	—0,87604
	23,078	1,0000	0,71374	0,54103	0,41383

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
1	—4,7470	—0,92194	0,15571	0,71355	1,0000
	0,007058	—0,37826	1,0000	—0,48873	—0,15571
	0,54780	—0,26925	0,23151	1,0000	—0,99783
	23,792	1,0000	0,70668	0,53492	0,43021
2	—4,6390	—0,90664	0,15888	0,66106	1,0000
	0,52767	—0,33596	1,0000	—0,67003	—0,02054
	1,1967	0,35974	—0,46647	—0,90723	1,0000
	24,515	1,0000	0,69932	0,52864	0,44607
3	—4,5403	—0,89531	0,16158	0,61684	1,0000
	1,0234	—0,30254	1,0000	—0,79815	0,05989
	1,8714	0,41445	—0,61891	—0,85749	1,0000
	25,246	1,0000	0,69170	0,52220	0,46144
4	—4,4495	—0,88683	0,16372	0,57901	1,0000
	1,5099	—0,27609	1,0000	—0,88871	0,10601
	2,5551	0,44904	—0,72380	—0,83465	1,0000
	25,984	1,0000	0,68385	0,51564	0,47630
5	—4,3655	—0,88043	0,16533	0,54623	1,0000
	1,9935	—0,25452	1,0000	—0,95544	0,13248
	3,2406	0,47224	—0,80220	—0,82675	1,0000
	26,731	1,0000	0,67580	0,50897	0,49069
6	—4,2874	—0,87562	0,16644	0,51752	1,0000
	2,4766	0,23486	—0,99333	1,0000	—0,14654
	3,9248	0,48852	—0,86509	—0,82751	1,0000
	27,486	1,0000	0,66759	0,50222	0,50459
7	—4,2145	—0,87201	0,16711	0,49213	1,0000
	2,9603	0,21095	—0,95466	1,0000	—0,14864
	4,6060	0,50034	—0,91833	—0,83360	1,0000
	28,248	1,0000	0,65925	0,49541	0,51804

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
8	—4,1461	—0,86934	0,16741	0,46948	1,0000
	3,4450	0,19200	—0,92523	1,0000	—0,14768
	5,2834	0,50908	—0,96526	—0,84315	1,0000
	29,018	1,0000	0,65079	0,48855	0,53103
9	—4,0818	—0,86741	0,16738	0,44914	1,0000
	3,9307	0,17650	—0,90200	1,0000	—0,14507
	5,9568	—0,51158	1,0000	0,84836	—0,99216
	29,794	1,0000	0,64226	0,48167	0,54357
10	—4,0212	—0,86607	0,16707	0,43076	1,0000
	4,4175	0,16353	—0,88316	1,0000	—0,14158
	6,6257	—0,49690	1,0000	0,82925	—0,95463
	30,578	1,0000	0,63367	0,47478	0,55569

106.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	—0,71696	—0,32094	1,0000	0,009388	—0,071321
	—0,35573	—0,75037	—0,23597	1 0000	0,19965
	5,0273	—0,090371	0,044728	—0,25690	1,0000
	10,445	1,0000	0,33324	0,77423	0,27437
1	—0,42403	0,18800	1,0000	—0,67723	—0,15720
	1,0459	1,0000	—0,75934	—0,81642	—0,11724
	6,0155	—0,075223	0,007178	—0,24241	1,0000
	11,763	1,0000	0,40348	0,81097	0,26892
2	—0,33610	0,21692	1,0000	—0,76502	—0,14259
	2,5797	1,0000	—0,76923	—0,69785	—0,12933
	7,0194	—0,051191	—0,023982	—0,23225	1,0000
	13,137	1,0000	0,47716	0,85844	0,26201

k	λ_k	x_1	x_2	x_3	x_4
3	—0,27042	0,21279	1,0000	—0,80365	—0,12608
	4,0663	1,0000	—0,72289	—0,61056	—0,15412
	8,0356	—0,01989	—0,05060	—0,22511	1,0000
	14,568	1,0000	0,55544	0,91604	0,25421
4	—0,21759	0,20247	1,0000	—0,82786	—0,11194
	5,4990	1,0000	—0,66764	—0,53688	—0,18492
	9,0620	0,01751	—0,073781	—0,22005	1,0000
	16,057	1,0000	0,63903	0,98322	0,24599
5	—0,17385	0,19111	1,0000	—0,84539	—0,10019
	6,8775	1,0000	—0,61310	—0,47307	—0,22018
	10,097	0,060086	—0,09419	—0,21634	1,0000
	17,600	0,94396	0,68747	1,0000	0,22438
6	—0,13697	0,18011	1,0000	—0,85905	—0,090427
	8,2039	1,0000	—0,56227	—0,41760	—0,25904
	11,138	0,10685	—0,11216	—0,21343	1,0000
	19,195	0,87428	0,71973	1,0000	0,20074
7	—0,10542	0,16989	1,0000	—0,87016	—0,082247
	9,4820	1,0000	—0,51611	—0,36946	—0,30065
	12,186	0,15676	—0,12786	—0,21085	1,0000
	20,838	0,80922	0,74746	1,0000	0,17957
8	—0,078113	0,16053	1,0000	—0,87947	—0,075325
	10,716	1,0000	—0,47477	—0,32783	—0,34410
	13,237	0,20871	—0,14135	—0,20827	1,0000
	22,524	0,74938	0,77129	1,0000	0,16089
9	—0,054247	0,15202	1,0000	—0,88742	—0,069408
	11,913	1,0000	—0,43804	—0,29192	—0,38843
	14,292	0,26157	—0,15268	—0,20545	1,0000
	24,250	0,69492	0,79182	1,0000	0,14457
10	—0,033207	0,14428	1,0000	—0,89433	—0,064304
	13,076	1,0000	—0,40551	—0,26099	—0,43270
	15,348	0,31426	—0,16190	—0,20224	1,0000
	26,009	0,64569	0,80955	1,0000	0,13039

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	—10,173	0,10833	—0,51509	—0,27579	—0,39446	1,0000
	—9,2617	—0,60276	—0,47626	0,76550	1,0000	0,42556
	0,24342	1,0000	—0,64970	—0,067652	0,46374	—0,27872
	3,7220	0,65928	0,55468	1,0000	—0,26758	0,38452
	15,469	0,32757	1,0000	—0,76106	0,97744	0,65527
1	—9,9019	0,35495	—0,49455	—0,51701	—0,67620	1,0000
	—8,8494	—0,68333	—0,75294	0,83641	1,0000	0,97881
	—0,11131	1,0000	—0,76707	—0,13983	0,60910	—0,39474
	5,3353	0,78028	0,47950	1,0000	—0,24627	0,31066
	16,027	0,34314	1,0000	—0,71394	0,95135	0,64693
2	—9,8398	0,63096	—0,52494	—0,77427	—0,92629	1,0000
	—8,3441	—0,47050	—0,67133	0,59088	0,64563	1,0000
	—0,43010	1,0000	—0,84358	—0,14980	0,75225	—0,49298
	7,0102	0,82485	0,43174	1,0000	—0,25028	0,24863
	16,604	0,36504	1,0000	—0,66052	0,92255	0,63774
3	—9,9359	—0,82476	0,55182	0,91589	1,0000	—0,90600
	—7,8016	—0,36818	—0,62985	0,49340	0,49800	1,0000
	—0,66578	1,0000	—0,90788	—0,12905	0,90761	—0,59196
	8,6978	0,83547	0,38651	1,0000	—0,26729	0,19076
	17,205	0,39458	1,0000	—0,59804	0,88959	0,62719
4	—10,162	—0,96987	0,59681	1,0000	0,99279	—0,80975
	—7,2498	—0,30945	—0,60656	0,44983	0,42486	1,0000
	—0,80362	0,92571	—0,89800	—0,082222	1,0000	—0,64610
	10,372	0,82419	0,33433	1,0000	—0,29449	0,13313
	17,844	0,43366	1,0000	—0,52306	0,85067	0,61462
5	—10,504	1,0000	—0,60013	—0,97182	—0,87511	0,66657
	—6,6982	—0,27025	—0,59114	0,42815	0,38280	1,0000
	—0,84270	0,78668	—0,81356	—0,027206	1,0000	—0,63948
	12,010	0,79442	0,26942	1,0000	—0,33196	0,072879
	18,536	0,48476	1,0000	—0,43141	0,80366	0,59922

k	λ_l	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
6	—10,946	1,0000	—0,59993	—0,92629	—0,75627	0,54916
	—6,1498	—0,24157	—0,57992	0,41688	0,35617	1,0000
	—0,79047	0,67611	—0,74481	0,020404	1,0000	—0,63328
	13,578	0,74662	0,18747	1,0000	—0,38064	0,007776
	19,309	0,55052	1,0000	—0,31890	0,74641	0,58000
7	—11,474	1,0000	—0,60555	—0,89087	—0,66052	0,46296
	—5,6053	—0,21929	—0,57125	0,41108	0,33817	1,0000
	—0,65887	0,58770	—0,68918	0,060439	1,0000	—0,62783
	15,035	0,68146	0,086732	1,0000	—0,44074	—0,063046
	20,203	0,63220	1,0000	—0,18370	0,67791	0,55615
8	—12,071	1,0000	—0,61309	—0,86306	—0,58289	0,39749
	—5,0649	—0,20130	—0,56429	0,40838	0,32544	1,0000
	—0,46118	0,51654	—0,64414	0,093676	1,0000	—0,62320
	16,337	0,60297	—0,028978	1,0000	—0,50951	—0,13754
	21,260	0,72681	1,0000	—0,030735	0,60048	0,52773
9	—12,725	1,0000	—0,62088	—0,84101	—0,51947	0,34649
	—4,5283	—0,18635	—0,55854	0,40751	0,31612	1,0000
	—0,20987	0,45877	—0,60751	0,12117	1,0000	—0,61933
	17,457	0,52003	—0,14877	1,0000	—0,58033	—0,21024
	22,505	0,82554	1,0000	0,12610	0,52089	0,49633
10	—13,423	1,0000	—0,62824	—0,82335	—0,46716	0,30594
	—3,9950	—0,17365	—0,55370	0,40776	0,30912	1,0000
	0,084330	0,41141	—0,57747	0,14396	1,0000	—0,61613
	18,405	0,44266	—0,25983	1,0000	—0,64566	—0,27517
	23,928	0,91760	1,0000	0,27028	0,44729	0,46457

k	λ_l	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	-7,598	0,4813	-0,4349	-0,3919	0,9045	-0,3215	1,000
	-2,964	0,6042	1,000	0,03379	-0,09497	-0,7211	0,01146
	-0,6798	-0,03488	-0,5031	1,000	0,3369	-0,7299	-0,3495
	2,051	1,000	-0,1349	0,2872	0,1120	0,6444	-0,3216
	8,100	-0,04175	0,1631	0,8390	-0,5291	0,3161	1,000
	10,09	-0,4616	0,7252	0,3558	1,000	0,5028	-0,06588
1	-7,186	0,4503	-0,4540	-0,3950	0,9123	-0,3191	1,000
	-2,661	0,6285	1,000	0,03761	-0,07126	-0,7464	0,01276
	-0,3768	-0,02062	-0,5179	1,000	0,3334	-0,6988	-0,3580
	2,232	1,000	-0,1402	0,2424	0,1262	0,6487	-0,3264
	8,392	-0,01954	0,1913	0,8647	-0,4953	0,3477	1,000
	10,40	-0,4546	0,7087	0,3276	1,000	0,4860	-0,1014
2	-6,782	0,4175	-0,4733	-0,3979	0,9190	-0,3157	1,000
	-2,359	0,6547	1,000	0,04177	-0,04554	-0,7738	0,01418
	-0,07544	-0,0046	-0,5341	1,000	0,3307	-0,6663	-0,3672
	2,410	1,000	-0,1450	0,1965	0,1395	0,6550	-0,3294
	8,689	0,00237	0,2195	0,8895	-0,4608	0,3791	1,000
	10,72	-0,4501	0,6929	0,3004	1,000	0,4694	-0,1353
3	-6,386	0,3828	-0,4927	-0,4007	0,9242	-0,3114	1,000
	-2,056	0,6832	1,000	0,04632	-0,01758	-0,8037	0,01573
	0,2241	0,01345	-0,5519	1,000	0,3291	-0,6322	-0,3775
	2,588	1,000	-0,1490	0,1490	0,1520	0,6634	-0,3305
	8,993	0,02384	0,2479	0,9134	-0,4255	0,4103	1,000
	11,04	-0,4479	0,6777	0,2739	1,000	0,4531	-0,1680
4	-5,998	0,3463	-0,5119	-0,4032	0,9278	-0,3060	1,000
	-1,752	0,7142	1,000	0,05133	0,01294	-0,8364	0,01740
	0,5213	0,03373	-0,5717	1,000	0,3288	-0,5964	-0,3887
	2,765	1,000	-0,1519	0,09946	0,1636	0,6740	-0,3295
	9,302	0,04461	0,2769	0,9367	-0,3891	0,4414	1,000
	11,36	-0,4478	0,6629	0,2482	1,000	0,4368	-0,1997
5	-5,620	0,3079	-0,5308	-0,4054	0,9298	-0,2995	1,000
	-1,449	0,7480	1,000	0,05686	0,04636	-0,8722	0,01921
	0,8158	0,05651	-0,5938	1,000	0,3300	-0,5585	-0,4012
	2,944	1,000	-0,1534	0,04752	0,1743	0,6869	-0,3264
	9,616	0,06453	0,3064	0,9594	-0,3514	0,4725	1,000
	11,69	-0,4496	0,6485	0,2228	1,000	0,4206	-0,2308

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	-5,6067 -4,9023 -2,6995 -0,54980 4,2478 5,3502 8,9903	0,61472 0,18033 1,0000 -0,44839 -0,57270 -0,06898 0,73105	0,64995 0,05290 -0,93848 0,19060 -0,82789 -0,67365 0,46130	-0,70581 -0,81318 -0,37965 -0,45610 0,21415 0,08140 1,0000	-0,55160 0,95494 -0,24449 0,12950 0,50648 1,0000 0,41165	1,0000 0,23530 -0,41072 -0,15782 1,0000 0,69272 0,32760	0,057260 -0,38216 0,42119 1,0000 0,23841 0,11012 0,69639	-0,40586 1,0000 0,051678 -0,004476 0,75618 -0,96159 0,45289
1	-4,7400 -3,1870 -1,8735 0,37011 5,0743 5,7829 10,403	0,75585 -0,16636 -0,97270 -0,36858 -0,51769 -0,22262 0,78632	0,58775 0,21407 1,0000 0,14561 -0,36572 -0,97799 0,45568	-0,79150 -0,71934 0,46001 -0,45598 0,23304 0,11073 1,0000	-0,54757 1,0000 0,086437 0,12684 -0,84187 0,62825 0,55272	1,0000 0,25996 0,46016 -0,15456 0,60204 1,0000 0,33049	0,033716 -0,43116 -0,26481 1,0000 0,24833 0,13736 0,69509	-0,28069 0,95223 -0,38355 -0,079792 1,0000 -0,60596 0,43442
2	-3,9721 -1,8966 -0,74211 1,2905 5,6499 6,5868 11,914	0,94960 -0,64680 0,78734 -0,28887 -0,42614 -0,32318 0,85635	0,51245 0,74620 -0,97942 0,10093 0,11468 -0,90704 0,45635	-0,83591 -0,60943 -0,79445 -0,45401 0,21587 0,17393 1,0000	-0,68659 1,0000 0,37194 0,11985 -0,84145 0,17504 0,68017	1,0000 0,57103 -0,43170 -0,15188 0,16131 1,0000 0,32626	-0,043198 -0,47516 0,008066 1,0000 0,24128 0,18812 0,69196	-0,22313 0,63434 1,0000 -0,15261 1,0000 -0,13066 0,44946
3	-3,3485 -1,0575 0,75068 2,2160 6,2018 7,5519 13,516	1,0000 -0,70305 0,34403 -0,21255 -0,46606 -0,35730 0,93830	0,32782 1,0000 -0,61429 0,06071 0,35168 -0,85778 0,45952	-0,71173 -0,53927 -0,77145 -0,44615 0,24747 0,22116 1,0000	-0,75635 0,78948 0,48480 0,10733 -0,82860 0,024528 0,80776	0,80635 0,78465 -0,24982 -0,14901 0,004692 1,0000 0,31908	0,049705 -0,36965 -0,09791 1,0000 0,30474 0,22722 0,68801	-0,11874 0,21723 1,0000 -0,22511 1,0000 0,026798 0,48639

110. $p_1 = -0,215859$, $p_2 = 1,30441$, $p_3 = 0,141684$, $p_4 = -0,410047$.
 111. $p_1 = -0,169728$, $p_2 = 1,31243$, $p_3 = 0,115378$, $p_4 = -0,411901$. 112. $p_1 = -0,187235$, $p_2 = 1,31628$, $p_3 = 0,123431$, $p_4 = -0,414992$. 113. $p_1 = -0,175228$, $p_2 = 1,28112$, $p_3 = 0,109620$, $p_4 = -0,394360$.

114.

k	p_1	p_2	p_3
0	12	63	-308
1	15	53	-385
2	18	39	-470
3	21	21	-563
4	24	-1	-664
5	27	-27	-773

115.

k	p_1	p_2	p_3
0,0	19	24	1
0,1	19,2	24,11	1,208
0,2	19,4	24,24	1,024
0,3	19,6	24,39	0,436
0,4	19,8	24,56	-0,568
0,5	20	24,75	-2
0,6	20,2	24,96	-3,872
0,7	20,4	25,19	-6,196
0,8	20,6	25,44	-8,984
0,9	20,8	25,71	-12,248
1,0	21	26	-16
1,1	21,2	26,31	-20,252
1,2	21,4	26,64	-25,016
1,3	21,6	26,99	-30,304
1,4	21,8	27,36	-36,128
1,5	22	27,75	-42,5

116.

k	p_1	p_2	p_3	p_4
0	18,2	-4,82	-695,58	1077,6
1	18,6	-9,57	-698,73	1100,7
2	19	-14,42	-701,25	1123,6
3	19,4	-19,37	-703,14	1146,2
4	19,8	-24,42	-704,39	1168,5
5	20,2	-29,57	-704,98	1190,5

117.

k	p_1	p_2	p_3	p_4
0,0	13,7	107,28	—407	—1107,4
0,1	14,1	104,26	—433,48	—1065,9
0,2	14,5	101,14	—459,78	—1020,6
0,3	14,9	97,92	—485,91	—971,67
0,4	15,3	94,6	—511,84	—918,94
0,5	15,7	91,18	—537,56	—862,41
0,6	16,1	87,66	—563,06	—802,01
0,7	16,5	84,04	—588,32	—737,71
0,8	16,9	80,32	—613,35	—669,45
0,9	17,3	76,5	—638,12	—597,18
1,0	17,7	72,58	—662,62	—520,86
1,1	18,1	68,56	—686,84	—440,45
1,2	18,5	64,44	—710,76	—355,88
1,3	18,9	60,22	—734,39	—267,12
1,4	19,3	55,9	—757,7	—174,11
1,5	19,7	51,48	—780,68	—76,808

118.

k	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
0	24,3	5,4	—1540,9	1084,2	1326,9
1	25,3	6,16	—1576,5	—264,44	4325,9
2	26,3	10,12	—1676,1	—1501,3	8177
3	27,3	17,28	—1846,3	—2553,3	12815
4	28,3	27,64	—2094	—3342	18146
5	29,3	41,2	—2425,9	—3783,2	24046
6	30,3	57,96	—2848,6	—3787,2	30358
7	31,3	77,92	—3368,8	—3258,6	36890
8	32,3	101,08	—3993,4	—2096,8	43414
9	33,3	127,44	—4729	—195,27	49665
10	34,3	157	—5582,3	2558	55337

119.

k	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
0	6,25	1,1107	—62,147	94,720	—15,715	—6,1555
1	9,25	—11,264	—101,84	310,10	—228,01	0,33127
2	12,25	—27,139	—161,18	766,68	—935,68	204,72
3	15,25	—46,514	—249,17	1635,4	—2778,3	1177,6
4	18,25	—69,389	—374,81	3136,6	—6800,7	4171,5
5	21,25	—95,764	—547,10	5540,3	—14550	11496

k	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7
0	25	176	-8598	46094	31293·10	-27087·10 ²	31672·10 ²
1	26	149	-8660	49525	29910·10	-27070·10 ²	29780·10 ²
2	28	125	-8736	52361	29014·10	-26922·10 ²	26601·10 ²
3	29	102	-8837	54681	28708·10	-26710·10 ²	22075·10 ²

121. $p_1 = 18,737$, $p_2 = -110,591$, $p_3 = 212,402$. 122. $p_1 = 97$, $p_2 = -77$,
 $p_3 = -457$, $p_4 = 450$.

123. $\lambda_1 = -0,943568$, $\lambda_2 = -0,744036$, $\lambda_3 = 0,687843$, $\lambda_4 = 0,857774$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,458447 \\ -0,056689 \\ -0,834530 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0,056689 \\ 0,834530 \\ 1,00000 \\ -0,458447 \end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,484317 \\ -0,032481 \\ 0,934427 \end{bmatrix}, \quad X_4 = \begin{bmatrix} 0,032481 \\ -0,934427 \\ 1,00000 \\ 0,484317 \end{bmatrix}.$$

124. $\lambda_1 = -0,947904$, $\lambda_2 = -0,767871$, $\lambda_3 = 0,663188$, $\lambda_4 = 0,856439$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0,243340 \\ 1,00000 \\ 0,590915 \\ 0,994468 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,590915 \\ -0,994468 \\ 0,243339 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} -0,703487 \\ 0,118487 \\ 1,00000 \\ -0,541209 \end{bmatrix}, \quad X_4 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,541209 \\ 0,703487 \\ -0,118487 \end{bmatrix}.$$

125. $\lambda_1 = -0,939205$, $\lambda_2 = -0,750904$, $\lambda_3 = 0,680273$, $\lambda_4 = 0,835871$;

$$X_1 = \begin{bmatrix} -0,563913 \\ 1,00000 \\ 0,019513 \\ 0,853597 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} -0,019513 \\ -0,853597 \\ -0,563913 \\ 1,00000 \end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,550816 \\ -0,808397 \\ 0,033823 \end{bmatrix}, \quad X_4 = \begin{bmatrix} 0,808397 \\ -0,033822 \\ 1,00000 \\ 0,550816 \end{bmatrix}.$$

k	λ_l	x_1	x_2	x_3
0	—0,19529	—0,20764	—0,42212	1,0000
	0,35958	1,0000	—0,71972	—0,096171
	1,5857	0,77580	1,0000	0,58320
1	—0,55596	—0,98814	1,0000	—0,23778
	0,046539	—0,32851	—0,086835	1,0000
	2,5594	0,91850	1,0000	0,38857
2	—1,4447	1,0000	—0,98000	0,095657
	0,19216	—0,19181	—0,098119	1,0000
	3,6025	0,95313	1,0000	0,28094
3	—2,3415	1,0000	—0,98110	0,061350
	0,32066	—0,14131	—0,081501	1,0000
	4,6708	0,96771	1,0000	0,21825
4	—3,2399	1,0000	—0,98363	0,045436
	0,43907	—0,11250	—0,068179	1,0000
	5,7508	0,97555	1,0000	0,17793
5	—4,1390	1,0000	—0,98582	0,036154
	0,55182	—0,093580	—0,058252	1,0000
	6,8371	0,98039	1,0000	0,15000
6	—5,0383	1,0000	—0,98756	0,030049
	0,66114	—0,080146	—0,050728	1,0000
	7,9272	0,98366	1,0000	0,12956
7	—5,9379	1,0000	—0,98894	0,025719
	0,76823	—0,070098	—0,044874	1,0000
	9,0196	0,98601	1,0000	0,11399

k	λ_i	x_1	x_2	x_3
0	—0,90864	1,0000	—0,87716	0,96619
	1,2527	—0,013250	1,0000	0,92158
	2,7559	1,0000	0,52654	—0,55697
1	—0,77032	0,92787	—0,91612	1,0000
	1,5357	—0,16400	0,92546	1,0000
	2,7346	1,0000	0,59290	—0,38470
2	—0,65436	0,81000	0,90669	1,0000
	1,7524	—0,37825	0,76500	1,0000
	2,8019	1,0000	0,71081	—0,16552
3	—0,56413	0,68651	—0,88357	1,0000
	1,8835	—0,62745	0,64426	1,0000
	2,9807	1,0000	0,86001	0,073379
4	—0,50304	0,56292	—0,85132	1,0000
	1,9530	—0,87421	0,59659	1,0000
	3,2500	1,0000	0,99255	0,28206
5	—0,47369	0,44453	—0,81452	1,0000
	2,0018	1,0000	—0,55623	—0,89759
	3,5719	0,92018	1,0000	0,40548
6	—0,47699	0,33558	—0,77715	1,0000
	2,0557	1,0000	—0,51491	—0,73574
	3,9213	0,87151	1,0000	0,48468
7	—0,51178	0,23867	—0,74202	1,0000
	2,1259	1,0000	—0,51029	—0,61732
	4,2859	0,84400	1,0000	0,54059

k	λ_l	x_1	x_2	x_3
0	—1,8122	1,0000	0,96013	0,90681
	2,1650	—0,42878	—0,49788	1,0000
	2,4953	1,0000	—0,98385	—0,061065
1	—0,81551	1,0000	0,95584	0,86240
	1,6685	—0,43168	—0,45062	1,0000
	2,9951	—0,97972	1,0000	0,027696
2	0,17177	1,0000	0,95288	0,70376
	1,1811	—0,35324	—0,36785	1,0000
	3,4953	—0,97050	1,0000	0,025036
3	0,62407	—0,82828	—0,82341	1,0000
	1,2285	0,63032	0,58041	1,0000
	3,9956	—0,96244	1,0000	0,026240
4	0,15020	—0,57725	—0,57961	1,0000
	2,2019	0,90070	0,82827	1,0000
	4,4960	0,95260	1,0000	0,029732
5	—0,34553	—0,54300	—0,54561	1,0000
	3,1970	0,96654	0,87089	1,0000
	4,9966	—0,93837	1,0000	0,036080
6	—0,84380	—0,52964	—0,53208	1,0000
	4,1941	1,0000	0,86704	0,99098
	5,4978	—0,91439	1,0000	0,047777
7	—1,3429	—0,52257	—0,52478	1,0000
	5,1906	1,0000	0,79438	0,93944
	6,0004	—0,86348	1,0000	0,073550

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4
0	—49,240	1,0000	—0,43469	—0,26135	—0,23760
	—18,490	—0,003109	—0,16895	—0,64002	1,0000
	38,100	0,45112	0,078677	1,0000	0,65471
	67,631	0,37098	1,0000	—0,25186	0,008903
1	—48,621	1,0000	—0,43118	—0,25130	—0,26272
	—17,480	0,017920	—0,18519	—0,65641	1,0000
	39,462	0,45461	0,068779	1,0000	0,66100
	68,638	0,37280	1,0000	—0,24845	0,015420
2	—48,037	1,0000	—0,42757	—0,24143	—0,28710
	—16,442	0,038508	—0,20134	—0,67309	1,0000
	40,829	0,45802	0,058534	1,0000	0,66724
	69,650	0,37478	1,0000	—0,24491	0,022064
3	—47,488	1,0000	—0,42389	—0,23177	—0,31069
	—15,378	0,058605	—0,21740	—0,69005	1,0000
	42,199	0,46132	0,047929	1,0000	0,67343
	70,666	0,37694	1,0000	—0,24124	0,028841
4	—46,971	1,0000	—0,42015	—0,22237	—0,33348
	—14,289	0,078166	—0,23333	—0,70725	1,0000
	43,573	0,46452	0,036953	1,0000	0,67956
	71,686	0,37928	1,0000	—0,23744	0,035761
5	—46,485	1,0000	—0,41637	—0,21325	—0,35543
	—13,178	0,097160	—0,24913	—0,72467	1,0000
	44,951	0,46759	0,025593	1,0000	0,68562
	72,711	0,38180	1,0000	—0,23349	0,042885

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
0	-17,137	0,81812	1,0000	-0,99008	-0,98398
	4,6240	1,0000	-0,41590	0,23739	0,16990
	21,929	0,16842	1,0000	0,76797	0,38358
	34,584	0,081276	0,17706	-0,74785	1,0000
1	-17,557	-0,88739	-0,98310	1,0000	0,99521
	5,7566	1,0000	-0,48869	0,23586	0,17191
	22,689	0,23265	1,0000	0,80095	0,39048
	35,112	0,090155	0,17991	-0,73833	1,0000
2	-18,026	-0,94037	-0,95525	1,0000	0,99621
	6,8528	1,0000	-0,56348	0,23119	0,17156
	23,529	0,30067	1,0000	0,84120	0,39831
	35,644	0,099866	0,18335	-0,72715	1,0000
3	-18,537	-0,98640	-0,92708	1,0000	0,99691
	7,9048	1,0000	-0,64056	0,22381	0,16927
	24,450	0,37268	1,0000	0,88948	0,40646
	36,181	0,11061	0,18744	-0,71404	1,0000
4	-19,083	1,0000	0,87582	-0,97419	-0,97165
	8,9075	1,0000	-0,72002	0,21415	0,16546
	25,450	0,44877	1,0000	0,94669	0,41407
	36,726	0,12262	0,19230	-0,69864	1,0000
5	-19,662	1,0000	0,82091	-0,94204	-0,93987
	9,8584	1,0000	-0,80180	0,20267	0,16053
	26,525	0,52163	0,98626	1,0000	0,41412
	37,278	0,13620	0,19806	-0,68052	1,0000
6	-20,267	1,0000	0,77316	-0,91556	-0,91360
	10,758	1,0000	-0,88569	0,18980	0,15482
	27,669	0,56098	0,91522	1,0000	0,38643
	37,841	0,15175	0,20490	-0,65909	1,0000
7	-20,898	1,0000	0,73116	-0,89346	-0,89161
	11,607	1,0000	-0,97142	0,17593	0,14866
	28,874	0,59144	0,84403	1,0000	0,35340
	38,417	0,16976	0,21303	-0,63360	1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4
8	—21,549	1,0000	0,69385	—0,87482	—0,87301
	12,409	—0,94460	1,0000	—0,15250	—0,13441
	30,129	0,61245	0,77322	1,0000	0,31400
	39,011	0,19086	0,22272	—0,60311	1,0000
9	—22,220	1,0000	0,66043	—0,85895	—0,85712
	13,169	—0,87180	1,0000	—0,12783	—0,11850
	31,423	0,62351	0,70304	1,0000	0,26702
	39,629	0,21589	0,23432	—0,56637	1,0000
10	—22,909	1,0000	0,63028	—0,84531	—0,84342
	13,890	—0,80886	1,0000	—0,10655	—0,10493
	32,741	0,62411	0,63353	1,0000	0,21116
	40,278	0,24587	0,24820	—0,52185	1,0000
11	—23,613	1,0000	0,60291	—0,83351	—0,83154
	14,578	—0,75405	1,0000	—0,088192	—0,093360
	34,064	0,61381	0,56459	1,0000	0,14515
	40,970	0,28203	0,26477	—0,46775	1,0000
12	—24,330	1,0000	0,57793	—0,82322	—0,82115
	15,237	—0,70603	1,0000	—0,072324	—0,083483
	35,371	0,59241	0,49627	1,0000	0,068193
	41,723	0,32569	0,28434	—0,40224	1,0000
13	—25,061	1,0000	0,55503	—0,81419	—0,81202
	15,871	—0,66367	1,0000	—0,058587	—0,075047
	36,635	0,56036	0,42903	1,0000	—0,019350
	42,555	0,37788	0,30685	—0,32404	1,0000
14	—25,803	1,0000	0,53393	—0,80623	—0,80395
	16,483	—0,62609	1,0000	—0,046669	—0,067831
	37,828	0,51937	0,36403	1,0000	—0,11505
	43,492	0,43867	0,33158	—0,23348	1,0000
15	—26,556	1,0000	0,51443	—0,79917	—0,79677
	17,077	—0,59256	1,0000	—0,036303	—0,061647
	38,927	0,47268	0,30320	1,0000	—0,21401
	44,552	0,50643	0,35689	—0,13357	1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	-0,78913	-0,48631	1,0000	-0,88383	-0,57692	0,87338
	-0,39233	1,0000	-0,30945	-0,84568	0,085722	0,11194
	0,046419	-0,32650	-0,72168	0,056194	0,45207	1,0000
	0,36766	-0,46586	0,20616	-0,58090	1,0000	-0,42274
	2,7674	0,78723	1,0000	0,72320	0,82045	0,56717
1	-0,78872	1,0000	-0,63782	-0,58959	0,15271	-0,025453
	0,25351	-0,000408	-0,77120	1,0000	0,51702	-0,75274
	1,1527	-0,12599	-0,55082	0,33530	-0,014310	1,0000
	1,5805	-0,34467	0,048996	-0,38405	1,0000	0,12664
	4,8020	1,0000	0,96724	0,77262	0,54240	0,40746
2	-1,1816	1,0000	-0,64585	-0,64172	0,10060	0,002841
	1,2559	0,027263	-0,86509	1,0000	0,57593	-0,77462
	2,1741	-0,070428	-0,52355	0,40063	-0,13371	1,0000
	2,7165	-0,25599	0,063191	-0,30454	1,0000	0,27077
	7,0351	1,0000	0,87048	0,73847	0,35081	0,27721
3	-1,5853	1,0000	-0,65707	-0,65984	0,076511	0,007343
	2,2583	0,027056	-0,90174	1,0000	0,60118	-0,77926
	3,1822	-0,048342	-0,51336	0,42782	-0,18325	1,0000
	3,7938	-0,19954	0,082439	-0,26488	1,0000	0,32924
	9,3509	1,0000	0,82511	0,72578	0,25521	0,20818
4	-1,9930	1,0000	-0,66526	-0,66972	0,061952	0,008097
	3,2599	0,024324	-0,92229	1,0000	0,61587	-0,78092
	4,1865	-0,036703	-0,50808	0,44256	-0,21001	1,0000
	4,8417	-0,16244	0,096599	-0,24165	1,0000	0,36007
	11,705	1,0000	0,79921	0,71972	0,19934	0,16611
5	-2,4028	1,0000	-0,67126	-0,67608	0,052109	0,007914
	4,2610	0,021631	-0,93560	1,0000	0,62559	-0,78166
	5,1891	-0,029552	-0,50485	0,45178	-0,22670	1,0000
	5,8738	-0,13662	0,10676	-0,22657	1,0000	0,37892
	14,079	1,0000	0,78255	0,71634	0,16310	0,13797

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
6	—2,8138	1,0000	—0,67579	—0,68054	0,044986	0,007474
	5,2618	0,019331	—0,94497	1,0000	0,63252	—0,78203
	6,1908	—0,024723	—0,50268	0,45809	—0,23810	1,0000
	6,8967	—0,11775	0,11424	—0,21605	1,0000	0,39159
	16,464	1,0000	0,77096	0,71424	0,13782	0,11790
7	—3,2255	1,0000	—0,67932	—0,68387	0,039586	0,006983
	6,2625	0,017413	—0,95195	1,0000	0,63771	—0,78223
	7,1920	—0,021246	—0,50112	0,46267	—0,24638	1,0000
	7,9137	—0,10338	0,11993	—0,20833	1,0000	0,40067
	18,857	1,0000	0,76245	0,71285	0,11923	0,10289
8	—3,6378	1,0000	—0,68214	—0,68644	0,035348	0,006510
	7,2630	0,015815	—0,95734	1,0000	0,64176	—0,78234
	8,1930	—0,018624	—0,49995	0,46615	—0,25265	1,0000
	8,9269	—0,092113	0,12438	—0,20243	1,0000	0,40749
	21,255	1,0000	0,75593	0,71186	0,10501	0,091245
9	—4,0505	1,0000	—0,68444	—0,68850	0,031932	0,006074
	8,2634	0,014470	—0,96164	1,0000	0,64500	—0,78240
	9,1937	—0,016577	—0,49903	0,46889	—0,25758	1,0000
	9,9374	—0,083039	0,12795	—0,19778	1,0000	0,41279
	23,656	1,0000	0,75079	0,71114	0,093797	0,081957
10	—4,4634	1,0000	—0,68636	—0,69018	0,029119	0,005680
	9,2638	0,013328	—0,96515	1,0000	0,64765	—0,78243
	10,194	—0,014934	—0,49829	0,47109	—0,26154	1,0000
	10,946	—0,075581	0,13087	—0,19403	1,0000	0,41703
	26,059	1,0000	0,74662	0,71059	0,084730	0,074377

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	-7,2445	-0,92174	1,0000	0,96694	-0,63621	-0,054862	-0,56138
	-3,5435	-0,20984	-0,39553	-0,42850	-0,44295	1,0000	0,69384
	1,1550	0,41530	-0,67270	0,90411	0,61571	-0,21260	1,0000
	7,1110	-0,87982	0,095706	-0,36616	1,0000	0,033676	0,15221
	10,892	0,76768	1,0000	-0,15027	0,46152	0,48281	0,30820
	14,130	-0,099449	-0,17539	0,84743	0,33305	1,0000	-0,83533
1	-6,2498	-0,94266	0,98493	1,0000	-0,57742	-0,034271	0,67464
	-2,5997	-0,20831	-0,42805	-0,44645	-0,39922	1,0000	0,70473
	2,5756	0,33881	-0,83294	0,90520	0,77849	-0,27578	1,0000
	7,1125	-0,92356	0,13054	-0,46737	1,0000	0,006182	0,067922
	12,472	0,82872	1,0000	-0,065214	0,57908	0,57749	0,31965
	15,189	-0,20012	-0,24795	0,87535	0,31146	1,0000	-0,89777
2	-5,3463	-0,96247	0,94193	1,0000	-0,50199	-0,004675	0,77641
	-1,6652	-0,20604	-0,46822	-0,47653	-0,34987	1,0000	0,70620
	3,8597	0,17875	-0,96605	0,83672	1,0000	-0,34512	0,96038
	7,2526	-0,99323	0,24082	-0,63173	1,0000	0,001570	-0,063186
	14,087	0,90600	1,0000	0,075357	0,72350	0,74258	0,28513
	16,312	0,35481	0,36779	-0,90938	-0,24592	-0,98027	1,0000

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
3	—4,5409	1,0000	—0,89186	—0,98759	0,41974	—0,030910	—0,87902
	—0,73813	—0,20228	—0,51544	—0,51798	—0,29592	1,0000	0,69833
	4,9191	—0,062659	—0,79312	0,50332	1,0000	—0,32351	0,65681
	7,6313	1,0000	—0,44106	0,81875	—0,87377	—0,033544	0,24919
	15,665	0,93795	0,94995	0,30815	0,88557	1,0000	0,14470
4	17,563	0,52837	0,48862	—0,80710	—0,083002	—0,78223	1,0000
	—3,8441	1,0000	—0,79233	—0,91400	0,31077	—0,065979	—0,93103
	0,18436	—0,19642	—0,56855	—0,56956	—0,23901	1,0000	0,68137
	5,6837	—0,22991	—0,62192	0,23070	1,0000	—0,30875	0,41152
	8,3350	0,95875	—0,70960	1,0000	—0,66336	—0,10241	0,43778
5	17,102	0,66070	0,62385	0,46835	0,77847	1,0000	—0,092063
	19,039	0,72470	0,61081	—0,67438	0,12176	—0,54675	1,0000
	—3,2676	1,0000	—0,68899	—0,82753	0,19955	—0,095823	—0,96300
	1,1056	—0,18809	—0,62575	—0,62920	—0,18130	1,0000	0,65600
	6,2342	—0,30618	—0,50850	0,055813	1,0000	—0,31445	0,23642
	9,3012	0,78898	—0,85140	1,0000	—0,41468	—0,15760	0,49887
	18,358	0,46663	0,41985	0,56443	0,69969	1,0000	—0,25537
	20,769	0,88780	0,68375	—0,54645	0,30356	—0,34995	1,0000

133.

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	-52,179	0,043552	-0,51059	0,85904	1,0000	-0,55011	-0,69700	-0,036368
	-36,802	-0,94381	-0,94495	-0,46254	0,027874	0,61154	-0,43166	1,0000
	-0,61985	-0,77138	0,050488	-0,005752	0,24239	-0,96527	1,0000	0,33223
	11,704	0,59489	0,39917	-0,32203	-0,23615	-0,68681	-0,50107	1,0000
	38,187	-0,47010	1,0000	-0,57900	0,90974	0,24983	-0,362222	-0,10104
	69,201	-0,50168	0,65321	1,0000	-0,43972	0,28761	-0,15487	0,37582
1	97,809	0,86491	0,043742	0,36109	0,88584	0,87579	1,0000	0,89605
	-50,966	0,033946	-0,50638	0,85197	1,0000	-0,56293	-0,68741	-0,046788
	-35,799	-0,94374	-0,94830	-0,45784	0,031566	0,60820	-0,43568	1,0000
	0,11785	-0,77565	0,059291	-0,023091	0,25155	-0,93512	1,0000	0,31012
	12,588	0,58276	0,38764	-0,30631	-0,23921	-0,69809	-0,48079	1,0000
	38,549	-0,45230	1,000	-0,61558	0,91264	0,24700	-0,38914	-0,10897
	69,735	-0,51700	0,67247	1,0000	-0,41918	0,29185	-0,15587	0,37545
	100,08	0,87182	0,048735	0,36064	0,91620	0,88602	1,0000	0,90199

k	λ_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
2	—49,781	0,024125	—0,50166	0,84420	1,0000	—0,57546	—0,67713	—0,057319
	—34,795	—0,94385	—0,95178	—0,45314	0,035398	0,60472	—0,43973	1,0000
	0,83723	—0,77997	0,068341	—0,041029	0,26060	—0,90498	1,0000	0,28804
	13,470	0,57021	0,37636	—0,29074	—0,24192	—0,70948	—0,45996	1,0000
	38,903	—0,43312	1,0000	—0,65162	0,91430	0,24458	—0,41649	—0,11571
	70,301	—0,53274	0,69165	1,0000	—0,39978	0,29558	—0,15797	0,37455
	102,36	0,87891	0,053884	0,36163	0,94579	0,89675	1,0000	0,90868
3	—48,625	0,014080	—0,49642	0,83571	1,0000	—0,58766	—0,66617	—0,067936
	—33,790	—0,94416	—0,95535	—0,44845	0,039359	0,60111	—0,44377	1,0000
	1,5377	—0,78428	0,077665	—0,059592	0,26951	—0,87488	1,0000	0,26605
	14,351	0,55728	0,36536	—0,27540	—0,24426	—0,72092	—0,43867	1,0000
	39,253	—0,41261	1,0000	—0,68694	0,91466	0,24254	—0,44426	—0,12122
	70,898	—0,54872	0,71066	1,0000	—0,38144	0,29887	—0,16097	0,37322
	104,68	0,88620	0,059120	0,36383	0,97475	0,90789	1,0000	0,91602

134. $\lambda_1 = -0,955936,$

$$X = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,496884 \\ -0,307464 \\ -0,575794 \end{bmatrix}.$$

135. $\lambda_1 = -0,939092,$

$$X = \begin{bmatrix} -0,824755 \\ 0,199269 \\ 0,453853 \\ 1,00000 \end{bmatrix}.$$

136. $\lambda_1 = -0,953090,$

$$X = \begin{bmatrix} 0,660274 \\ 1,00000 \\ 0,365107 \\ 0,546294 \end{bmatrix}.$$

137. $\lambda_1 = -0,938896,$

$$X = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ -0,456253 \\ 0,142602 \\ -0,634066 \end{bmatrix}.$$

138.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3
0	14,846	0,75409	1,0000	0,18661
1	16,791	0,77477	1,0000	0,18199
2	18,743	0,79197	1,0000	0,17678
3	20,701	0,80654	1,0000	0,17133
4	22,663	0,81908	1,0000	0,16586
5	24,629	0,82999	1,0000	0,16047

139.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3
0,0	20,191	1,0000	0,80348	0,68046
0,1	20,386	1,0000	0,80404	0,68356
0,2	20,580	1,0000	0,80460	0,68659
0,3	20,775	1,0000	0,80516	0,68956
0,4	20,970	1,0000	0,80572	0,69245
0,5	21,165	1,0000	0,80628	0,69529
0,6	21,360	1,0000	0,80685	0,69806
0,7	21,555	1,0000	0,80742	0,70077
0,8	21,751	1,0000	0,80799	0,70343
0,9	21,946	1,0000	0,80855	0,70603
1,0	22,142	1,0000	0,80913	0,70858
1,1	22,337	1,0000	0,80970	0,71107
1,2	22,533	1,0000	0,81027	0,71352
1,3	22,729	1,0000	0,81084	0,71592
1,4	22,925	1,0000	0,81141	0,71827
1,5	23,121	1,0000	0,81198	0,72057

140.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4
0	15,167	0,82007	0,56902	0,55665	1,0000
1	15,295	0,82224	0,57624	0,55412	1,0000
2	15,423	0,82445	0,58360	0,57173	1,0000
3	15,552	0,82669	0,59110	0,57947	1,0000
4	15,681	0,82897	0,59874	0,58736	1,0000
5	15,811	0,83129	0,60654	0,59540	1,0000

141.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4
0,0	18,185	1,0000	0,59340	0,92388	0,49879
0,1	18,325	1,0000	0,59245	0,92099	0,50276
0,2	18,467	1,0000	0,59149	0,91809	0,50669
0,3	18,608	1,0000	0,59051	0,91517	0,51059
0,4	18,750	1,0000	0,58951	0,91224	0,51446
0,5	18,892	1,0000	0,58850	0,90930	0,51830
0,6	19,035	1,0000	0,58746	0,90635	0,52211
0,7	19,178	1,0000	0,58641	0,90338	0,52588
0,8	19,321	1,0000	0,58535	0,90040	0,52962
0,9	19,465	1,0000	0,58427	0,89741	0,53333
1,0	19,609	1,0000	0,58317	0,89442	0,53701
1,1	19,753	1,0000	0,58206	0,89141	0,54066
1,2	19,898	1,0000	0,58093	0,88839	0,54428
1,3	20,043	1,0000	0,57979	0,88537	0,54787
1,4	20,189	1,0000	0,57864	0,88234	0,55142
1,5	20,335	1,0000	0,57747	0,87930	0,55495

142.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	21,266	1,0000	0,95610	0,56427	0,44901	0,87160
1	22,437	1,0000	0,94536	0,55636	0,42389	0,80954
2	23,642	1,0000	0,93582	0,55159	0,40093	0,75524
3	24,879	1,0000	0,92714	0,54908	0,37986	0,70730
4	26,146	1,0000	0,91911	0,54821	0,36049	0,66465
5	27,439	1,0000	0,91161	0,54854	0,34264	0,62646
6	28,756	1,0000	0,90456	0,54973	0,32618	0,59209
7	30,095	1,0000	0,89790	0,55154	0,31097	0,56100
8	31,454	1,0000	0,89160	0,55380	0,29690	0,53277
9	32,832	1,0000	0,88563	0,55638	0,28386	0,50704
10	34,226	1,0000	0,87996	0,55916	0,27177	0,48350

143.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	4,2575	0,31592	0,71726	1,0000	0,29645	0,76597	0,90309
1	5,2644	0,92419	0,50948	0,80880	0,73807	0,89017	1,0000
2	6,7433	1,0000	0,21944	0,40995	0,77709	0,58827	0,79710
3	8,4441	1,0000	0,11759	0,25668	0,76209	0,42216	0,73058
4	10,236	1,0000	0,074399	0,18558	0,75177	0,32836	0,70966
5	12,072	1,0000	0,052039	0,14519	0,74455	0,26823	0,70183

144.

k	λ_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
0	—	0,17426	—0,96247	1,0000	—0,92631	0,93614	0,17595	—0,56428
1	17,719	0,81339	—0,27148	0,36333	1,0000	0,19883	0,11982	0,14895
2	18,954	0,85704	—0,27244	0,37970	1,0000	0,18629	0,12166	0,24724
3	20,249	0,87734	—0,27001	0,37924	1,0000	0,18027	0,12098	0,31344

145. $\lambda_1 = 9,3052$,

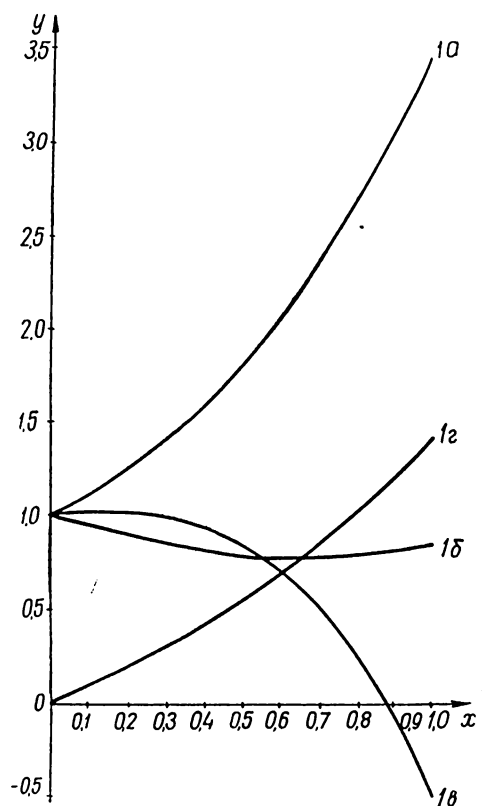
$$X = \begin{bmatrix} 1,00000 \\ 0,79880 \\ 0,42394 \end{bmatrix}.$$

146. $\lambda_1 = 96,150$,

$$X = \begin{bmatrix} 0,094743 \\ 0,25986 \\ 1,0000 \\ 0,55005 \end{bmatrix}.$$

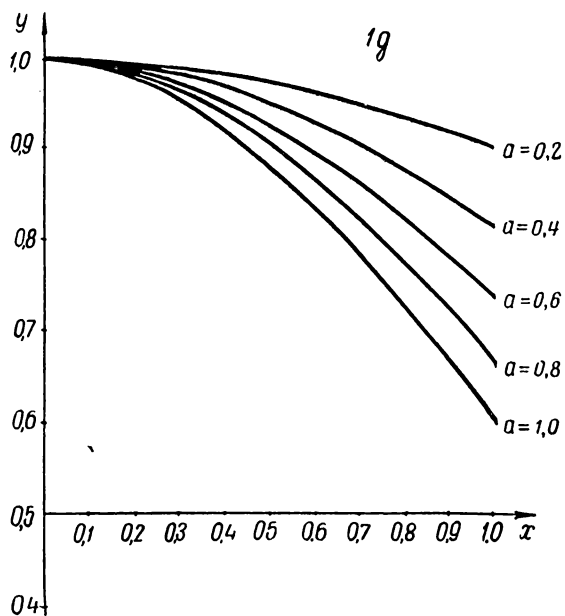
Глава III

1. а -- г)



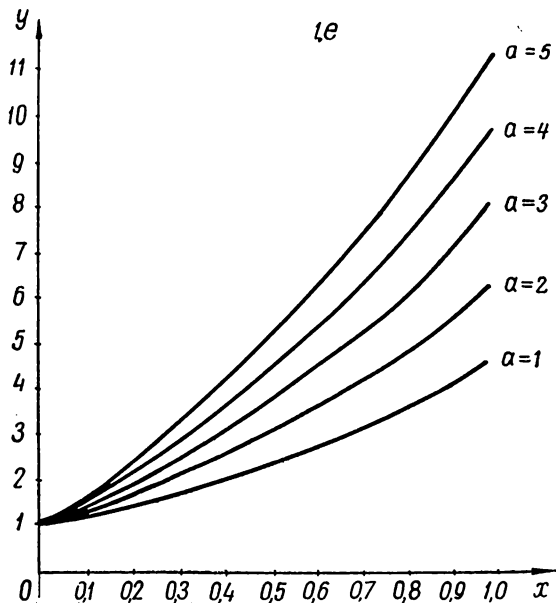
Р и с. 23

1. д)



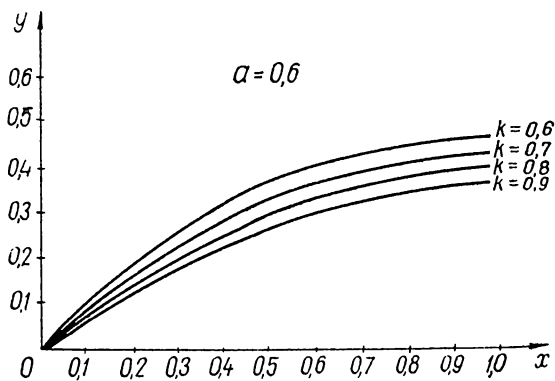
Р и с. 24

1. е)

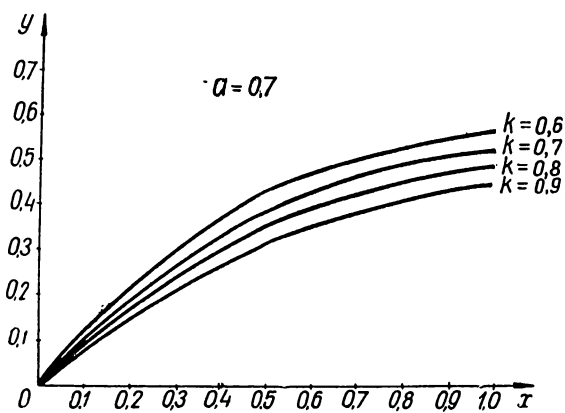


Р и с. 25

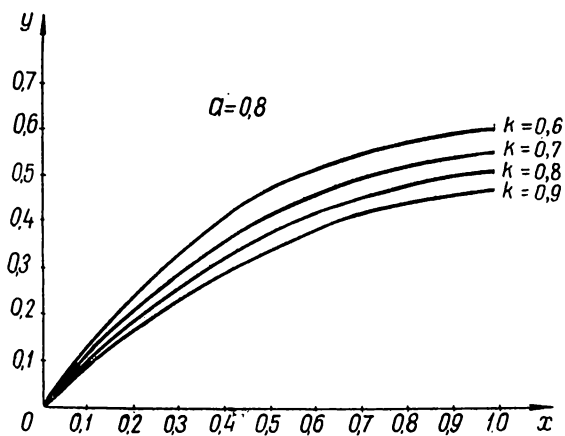
1. ж)



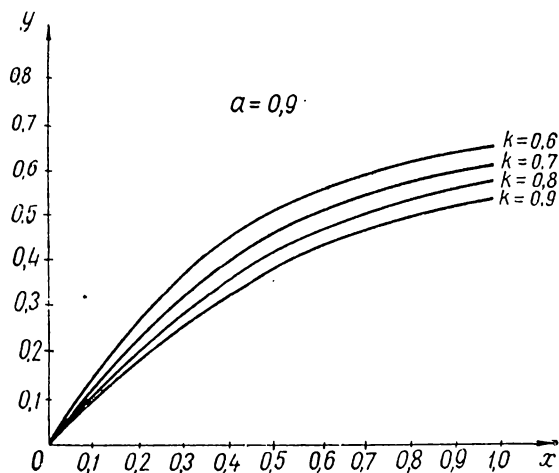
Р и с. 26



Р и с. 27



Р и с. 28



Р и с. 29

$$2. y(x) = 1 + x + x^2 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{3 \cdot 4} + \frac{x^5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{x^6}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

x	-0,2	-0,1	0,1	0,2
y	0,83746	0,90967	1,11034	1,24281

$$3. a) y(x) = \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!} + \frac{x^6}{6!} - \dots;$$

$$б) y(x) = 1 + x - \frac{x^2}{2!} \cdot 1 + \frac{x^3}{3!} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{x^4}{4!} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 + \frac{x^5}{5!} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 - \dots;$$

$$в) y(x) = 1 + xa + \frac{x^2}{2!} a(a-1) + \frac{x^3}{3!} a(a-1)(a-2) + \frac{x^4}{4!} a(a-1)(a-2)(a-3) + \frac{x^5}{5!} a(a-1)(a-2)(a-3)(a-4) + \dots;$$

	a	x			
		-0,2	-0,1	0,1	0,2
а)		0,02140	0,00517	0,00484	0,01873
б)		0,77460	0,89443	1,09545	1,18322
в)	1	0,80000	0,90000	1,10000	1,20000
	2	0,64000	0,81000	1,21000	1,44000
	3	0,51200	0,72900	1,33100	1,72800
	4	0,40960	0,65610	1,46410	2,07360
	5	0,32768	0,59049	1,61051	2,48832

4.

	x			
	0,05	0,10	0,15	0,20
a)	2,1013	2,2052	2,3118	2,4213
б)	0,9975	0,9900	0,9775	0,9600

5.

	a	x			
		—0,025	—0,050	—0,075	—0,100
a)		—0,02501	—0,05004	—0,07514	—0,10033
б)	0,2	0,99994	0,99975	0,99944	0,99900
	0,4	0,99988	0,99950	0,99888	0,99800
	0,6	0,99981	0,99925	0,99831	0,99700
	0,8	0,99975	0,99900	0,99775	0,99600
	1,0	0,99969	0,99875	0,99719	0,99500

6.

	x			
	0,1	0,2	0,3	0,4
a)	0,099668	0,19738	0,29131	0,37995
б)	—0,95206	—0,90654	—0,86113	—0,81371

7.

	a	x			
		—0,05	—0,10	—0,15	—0,20
a)		0,0012083	0,0046662	0,010122	0,017321
б)	1	0,90246	0,80968	0,72142	0,63746
	2	0,85369	0,71451	0,58212	0,45619
	3	0,80492	0,61935	0,44283	0,27492
	4	0,75615	0,52419	0,30354	0,093653
	5	0,70738	0,42902	0,16425	—0,087616

8 а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,2	0,2	0,1992	0,1989	0,1987	0,1984	0,1982
	0,4	0,3890	0,3857	0,3824	0,3791	0,3759
	0,6	0,5587	0,5470	0,5357	0,5248	0,5143
	0,8	0,7018	0,6763	0,6526	0,6306	0,6102
	1,0	0,8164	0,7738	0,7359	0,7020	0,6715
0,4	0,4	0,3917	0,3883	0,3850	0,3817	0,3785
	0,7	0,6490	0,6303	0,6126	0,5959	0,5801
	1,0	0,8541	0,8084	0,7677	0,7314	0,6989
0,6	0,5	0,4881	0,4810	0,4742	0,4675	0,4610
	1,0	0,8934	0,8444	0,8009	0,7621	0,7273
0,8	1,0	0,9346	0,8820	0,8355	0,7940	0,7569
1,0	1,0	0,9776	0,9213	0,8715	0,8272	0,7876

8. 6)

a	x	k				
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
1,00	0,2	0,1980	0,1980	0,1980	0,1980	0,1980
	0,4	0,3739	0,3741	0,3744	0,3747	0,3750
	0,6	0,5078	0,5099	0,5119	0,5139	0,5158
	0,8	0,5951	0,6020	0,6086	0,6149	0,6209
	1,0	0,6415	0,6573	0,6722	0,6861	0,6991
1,25	0,4	0,3672	0,3676	0,3679	0,3683	0,3686
	0,7	0,5245	0,5295	0,5343	0,5389	0,5434
	1,0	0,5697	0,5891	0,6071	0,6241	0,6399
1,50	0,5	0,4193	0,4206	0,4220	0,4233	0,4246
	1,0	0,4968	0,5199	0,5414	0,5615	0,5803
1,75	1,0	0,4240	0,4509	0,4761	0,4996	0,5216
2,00	1,0	0,3524	0,3834	0,4124	0,4395	0,4648

8. в)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,2	0,1787	0,1797	0,1806	0,1816	0,1825
	0,4	0,2848	0,2892	0,2936	0,2980	0,3025
	0,6	0,3412	0,3497	0,3583	0,3672	0,3764
	0,8	0,3654	0,3781	0,3912	0,4048	0,4190
	1,0	0,3703	0,3871	0,4047	0,4233	0,4429
1,25	0,4	0,2724	0,2767	0,2810	0,2854	0,2898
	0,7	0,3246	0,3349	0,3454	0,3563	0,3676
	1,0	0,3246	0,3409	0,3580	0,3761	0,3952
1,50	0,5	0,2813	0,2874	0,2936	0,2999	0,3064
	1,0	0,2894	0,3053	0,3221	0,3399	0,3587
1,75	1,0	0,2660	0,2817	0,2983	0,3159	0,3345
2,00	1,0	0,2556	0,2712	0,2877	0,3052	0,3238

8. r)

a	x	k				
		—0,5	—0,3	—0,1	0,1	0,3
1,00	0,2	0,1900	0,1902	0,1904	0,1906	0,1908
	0,4	0,3405	0,3428	0,3452	0,3476	0,3500
	0,6	0,4553	0,4628	0,4706	0,4786	0,4869
	0,8	0,5401	0,5557	0,5723	0,5899	0,6085
	1,0	0,6009	0,6267	0,6549	0,6858	0,7199
1,25	0,4	0,2810	0,2826	0,2841	0,2857	0,2873
	0,7	0,4264	0,4343	0,4425	0,4510	0,4599
	1,0	0,5254	0,5445	0,5651	0,5873	0,6114
1,50	0,5	0,2874	0,2897	0,2919	0,2942	0,2965
	1,0	0,4661	0,4808	0,4964	0,5132	0,5311
1,75	1,0	0,4185	0,4301	0,4424	0,4555	0,4693
2,00	1,0	0,3796	0,3890	0,3989	0,4093	0,4203

8. д)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,1215	0,4080	26	—0,0789	0,5004
15	—0,1179	0,4159	27	—0,0753	0,5080
16	—0,1144	0,4237	28	—0,0718	0,5155
17	—0,1108	0,4314	29	—0,0682	0,5230
18	—0,1073	0,4392	30	—0,0647	0,5305
19	—0,1037	0,4469	31	—0,0612	0,5379
20	—0,1001	0,4547	32	—0,0576	0,5453
21	—0,0966	0,4623	33	—0,0541	0,5528
22	—0,0930	0,4700	34	—0,0506	0,5601
23	—0,0895	0,4776	35	—0,0470	0,5675
24	—0,0859	0,4853	36	—0,0435	0,5748
25	—0,0824	0,4928	37	—0,0400	0,5822

9. а)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,15	0,1343	0,1350	0,1357	0,1363	0,1370
	0,35	0,2504	0,2540	0,2577	0,2615	0,2653
	0,55	0,3146	0,3221	0,3297	0,3375	0,3456
	0,75	0,3445	0,3558	0,3676	0,3799	0,3927
	1,00	0,3529	0,3691	0,3862	0,4044	0,4235
1,25	0,40	0,2567	0,2611	0,2656	0,2702	0,2749
	0,70	0,3062	0,3161	0,3265	0,3372	0,3484
	1,00	0,3060	0,3216	0,3381	0,3557	0,3743
1,50	1,00	0,2702	0,2854	0,3015	0,3186	0,3368
1,75	1,00	0,2471	0,2620	0,2778	0,2947	0,3126
2,00	1,00	0,2379	0,2527	0,2685	0,2852	0,3031

9. 6)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,2082	0,3125	26	—0,1742	0,4031
15	—0,2053	0,3201	27	—0,1714	0,4105
16	—0,2025	0,3277	28	—0,1686	0,4180
17	—0,1997	0,3353	29	—0,1657	0,4254
18	—0,1968	0,3429	30	—0,1629	0,4328
19	—0,1940	0,3505	31	—0,1601	0,4402
20	—0,1912	0,3580	32	—0,1573	0,4476
21	—0,1884	0,3656	33	—0,1545	0,4550
22	—0,1855	0,3731	34	—0,1516	0,4623
23	—0,1827	0,3806	35	—0,1488	0,4696
24	—0,1799	0,3881	36	—0,1460	0,4770
25	—0,1771	0,3956	37	—0,1432	0,4843

10. a)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,2	0,2	0,1980	0,1974	0,1968	0,1962	0,1956
	0,4	0,3839	0,3792	0,3746	0,3702	0,3658
	0,6	0,5486	0,5347	0,5216	0,5092	0,4975
	0,8	0,6872	0,6596	0,6346	0,6118	0,5910
	1,0	0,7990	0,7554	0,7173	0,6837	0,6538
0,4	0,4	0,3878	0,3830	0,3784	0,3738	0,3694
	0,7	0,6389	0,6176	0,5979	0,5796	0,5627
	1,0	0,8390	0,7915	0,7501	0,7138	0,6816
0,6	0,5	0,4839	0,4748	0,4661	0,4577	0,4496
	1,0	0,8811	0,8294	0,7846	0,7453	0,7106
0,8	1,0	0,9256	0,8693	0,8207	0,7783	0,7409
1,0	1,0	0,9724	0,9113	0,8586	0,8128	0,7725

10. б)

a	x	k				
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
1,00	0,2	0,1952	0,1952	0,1952	0,1953	0,1953
	0,4	0,3630	0,3638	0,3645	0,3652	0,3660
	0,6	0,4887	0,4924	0,4958	0,4991	0,5022
	0,8	0,5709	0,5807	0,5898	0,5982	0,6062
	1,0	0,6158	0,6356	0,6538	0,6706	0,6860
1,25	0,4	0,3538	0,3548	0,3557	0,3566	0,3575
	0,7	0,4985	0,5061	0,5132	0,5200	0,5263
	1,0	0,5407	0,5647	0,5867	0,6070	0,6256
1,50	0,5	0,3973	0,4001	0,4028	0,4053	0,4078
	1,0	0,4647	0,4932	0,5193	0,5432	0,5653
1,75	1,0	0,3891	0,4223	0,4527	0,4806	0,5062
2,00	1,0	0,3151	0,3532	0,3881	0,4201	0,4496

10. в)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,2	0,1599	0,1615	0,1631	0,1648	0,1664
	0,4	0,2561	0,2609	0,2658	0,2708	0,2759
	0,6	0,3079	0,3163	0,3250	0,3340	0,3434
	0,8	0,3304	0,3424	0,3550	0,3683	0,3822
	1,0	0,3349	0,3506	0,3672	0,3849	0,4037
1,25	0,4	0,2407	0,2453	0,2501	0,2549	0,2599
	0,7	0,2871	0,2969	0,3070	0,3177	0,3288
	1,0	0,2866	0,3016	0,3176	0,3345	0,3526
1,50	0,5	0,2438	0,2499	0,2561	0,2626	0,2693
	1,0	0,2501	0,2646	0,2800	0,2964	0,3140
1,75	1,0	0,2270	0,2411	0,2561	0,2723	0,2895
2,00	1,0	0,2188	0,2328	0,2477	0,2637	0,2808

10. г)

a	x	k				
		—0,5	—0,3	—0,1	0,1	0,3
1,00	0,2	0,1801	0,1806	0,1810	0,1814	0,1819
	0,4	0,3225	0,3255	0,3285	0,3317	0,3349
	0,6	0,4318	0,4401	0,4488	0,4579	0,4675
	0,8	0,5138	0,5298	0,5471	0,5658	0,5860
	1,0	0,5739	0,5994	0,6277	0,6594	0,6951
1,25	0,4	0,2688	0,2709	0,2730	0,2751	0,2773
	0,7	0,4082	0,4168	0,4258	0,4354	0,4454
	1,0	0,5045	0,5238	0,5450	0,5683	0,5941
1,50	0,5	0,2768	0,2795	0,2823	0,2852	0,2881
	1,0	0,4496	0,4647	0,4811	0,4989	0,5184
1,75	1,0	0,4052	0,4173	0,4304	0,4444	0,4596
2,00	1,0	0,3686	0,3785	0,3892	0,4005	0,4126

10. д)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0363	0,4844	26	0,0138	0,5753
15	—0,0321	0,4921	27	0,0180	0,5827
16	—0,0279	0,4998	28	0,0221	0,5901
17	—0,0237	0,5075	29	0,0262	0,5974
18	—0,0195	0,5152	30	0,0304	0,6047
19	—0,0153	0,5228	31	0,0345	0,6120
20	—0,0111	0,5304	32	0,0386	0,6192
21	—0,0070	0,5380	33	0,0427	0,6264
22	—0,0028	0,5455	34	0,0468	0,6336
23	0,0014	0,5530	35	0,0510	0,6407
24	0,0055	0,5605	36	0,0551	0,6479
25	0,0097	0,5679	37	0,0592	0,6550

11. а)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,15	0,1272	0,1281	0,1291	0,1300	0,1310
	0,35	0,2377	0,2415	0,2455	0,2495	0,2536
	0,55	0,2992	0,3066	0,3142	0,3222	0,3303
	0,75	0,3278	0,3389	0,3505	0,3626	0,3753
	1,00	0,3359	0,3516	0,3682	0,3858	0,4045
1,25	0,40	0,2417	0,2462	0,2509	0,2556	0,2605
	0,70	0,2883	0,2980	0,3081	0,3186	0,3296
	1,00	0,2879	0,3028	0,3187	0,3356	0,3537
1,50	1,00	0,2516	0,2660	0,2814	0,2978	0,3153
1,75	1,00	0,2287	0,2428	0,2579	0,2740	0,2912
2,00	1,00	0,2210	0,2350	0,2499	0,2659	0,2830

11. б)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0384	0,4851	26	0,0119	0,5765
15	—0,0342	0,4929	27	0,0161	0,5839
16	—0,0300	0,5007	28	0,0202	0,5913
17	—0,0258	0,5084	29	0,0244	0,5986
18	—0,0216	0,5161	30	0,0285	0,6059
19	—0,0174	0,5238	31	0,0327	0,6132
20	—0,0132	0,5314	32	0,0368	0,6205
21	—0,0090	0,5390	33	0,0410	0,6277
22	—0,0048	0,5465	34	0,0451	0,6349
23	—0,0006	0,5541	35	0,0493	0,6421
24	0,0036	0,5616	36	0,0534	0,6492
25	0,0077	0,5690	37	0,0575	0,6563

12. а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,2	0,2	0,1976	0,1969	0,1962	0,1954	0,1947
	0,4	0,3832	0,3783	0,3736	0,3689	0,3644
	0,6	0,5477	0,5336	0,5204	0,5079	0,4961
	0,8	0,6863	0,6586	0,6335	0,6107	0,5898
	1,0	0,7981	0,7545	0,7164	0,6828	0,6530
0,4	0,4	0,3873	0,3823	0,3774	0,3727	0,3681
	0,7	0,6381	0,6166	0,5968	0,5785	0,5615
	1,0	0,8381	0,7906	0,7492	0,7129	0,6807
0,6	0,5	0,4835	0,4741	0,4652	0,4566	0,4484
	1,0	0,8804	0,8286	0,7837	0,7444	0,7097
0,8	1,0	0,9249	0,8685	0,8199	0,7774	0,7400
1,0	1,0	0,9718	0,9105	0,8578	0,8119	0,7716

12. б)

a	x	k				
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
1,0	0,2	0,1942	0,1943	0,1943	0,1944	0,1944
	0,4	0,3615	0,3624	0,3632	0,3639	0,3647
	0,6	0,4872	0,4909	0,4945	0,4978	0,5010
	0,8	0,5696	0,5795	0,5887	0,5973	0,6053
	1,0	0,6148	0,6348	0,6531	0,6699	0,6854
1,25	0,4	0,3520	0,3531	0,3541	0,3550	0,3560
	0,7	0,4969	0,5046	0,5119	0,5187	0,5252
	1,0	0,5397	0,5639	0,5860	0,6064	0,6251
1,50	0,5	0,3952	0,3981	0,4009	0,4036	0,4061
	1,0	0,4637	0,4924	0,5187	0,5428	0,5649
1,75	1,0	0,3882	0,4216	0,4522	0,4803	0,5060
2,00	1,0	0,3143	0,3527	0,3879	0,4201	0,4497

12. Б)

<i>a</i>	<i>x</i>	<i>k</i>				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,2	0,1601	0,1617	0,1633	0,1649	0,1665
	0,4	0,2565	0,2613	0,2662	0,2712	0,2763
	0,6	0,3086	0,3170	0,3257	0,3347	0,3440
	0,8	0,3312	0,3433	0,3559	0,3692	0,3832
	1,0	0,3359	0,3517	0,3684	0,3861	0,4049
1,25	0,4	0,2413	0,2459	0,2507	0,2555	0,2605
	0,7	0,2882	0,2980	0,3082	0,3189	0,3300
	1,0	0,2882	0,3033	0,3193	0,3364	0,3545
1,50	0,5	0,2448	0,2509	0,2572	0,2637	0,2704
	1,0	0,2524	0,2669	0,2825	0,2990	0,3167
1,75	1,0	0,2302	0,2444	0,2597	0,2759	0,2934
2,00	1,0	0,2232	0,2373	0,2525	0,2687	0,2860

12. Г)

<i>a</i>	<i>x</i>	<i>k</i>				
		—0,5	—0,3	—0,1	0,1	0,3
1,00	0,2	0,1801	0,1806	0,1812	0,1817	0,1822
	0,4	0,3225	0,3256	0,3288	0,3321	0,3355
	0,6	0,4318	0,4403	0,4492	0,4585	0,4682
	0,8	0,5139	0,5301	0,5475	0,5664	0,5869
	1,0	0,5740	0,5997	0,6282	0,6601	0,6962
1,25	0,4	0,2688	0,2709	0,2731	0,2753	0,2776
	0,7	0,4081	0,4169	0,4261	0,4357	0,4459
	1,0	0,5045	0,5240	0,5453	0,5688	0,5948
1,50	0,5	0,2767	0,2795	0,2824	0,2853	0,2884
	1,0	0,4495	0,4648	0,4813	0,4992	0,5188
1,75	1,0	0,4051	0,4173	0,4305	0,4446	0,4599
2,00	1,0	0,3685	0,3785	0,3892	0,4007	0,4129

12. д)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0395	0,4790	26	0,0102	0,5695
15	—0,0353	0,4867	27	0,0143	0,5769
16	—0,0312	0,4944	28	0,0184	0,5842
17	—0,0270	0,5021	29	0,0225	0,5915
18	—0,0229	0,5097	30	0,0266	0,5987
19	—0,0187	0,5173	31	0,0307	0,6059
20	—0,0146	0,5248	32	0,0348	0,6131
21	—0,0104	0,5323	33	0,0388	0,6203
22	—0,0063	0,5398	34	0,0429	0,6275
23	—0,0022	0,5473	35	0,0470	0,6346
24	0,0019	0,5547	36	0,0511	0,6417
25	0,0061	0,5621	37	0,0551	0,6487

13. а)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,15	0,1272	0,1282	0,1291	0,1300	0,1310
	0,35	0,2378	0,2416	0,2455	0,2495	0,2536
	0,55	0,2993	0,3067	0,3144	0,3223	0,3305
	0,75	0,3280	0,3391	0,3507	0,3628	0,3755
	1,00	0,3362	0,3518	0,3684	0,3861	0,4048
1,25	0,40	0,2418	0,2464	0,2510	0,2558	0,2607
	0,70	0,2885	0,2982	0,3083	0,3189	0,3299
	1,00	0,2882	0,3032	0,3191	0,3361	0,3541
1,50	1,00	0,2521	0,2666	0,2820	0,2984	0,3160
1,75	1,00	0,2295	0,2436	0,2587	0,2749	0,2921
2,00	1,00	0,2221	0,2361	0,2511	0,2671	0,2843

13. б)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0505	0,4641	26	—0,0017	0,5534
15	—0,0465	0,4717	27	0,0023	0,5606
16	—0,0424	0,4793	28	0,0063	0,5678
17	—0,0383	0,4869	29	0,0104	0,5750
18	—0,0342	0,4944	30	0,0144	0,5822
19	—0,0301	0,5019	31	0,0184	0,5893
20	—0,0261	0,5093	32	0,0224	0,5964
21	—0,0220	0,5167	33	0,0264	0,6034
22	—0,0179	0,5241	34	0,0304	0,6105
23	—0,0139	0,5315	35	0,0344	0,6175
24	—0,0098	0,5388	36	0,0384	0,6245
25	—0,0058	0,5461	37	0,0424	0,6314

14. а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,2	0,2	0,1976	0,1969	0,1962	0,1955	0,1948
	0,4	0,3834	0,3786	0,3739	0,3694	0,3650
	0,6	0,5481	0,5342	0,5212	0,5089	0,4973
	0,8	0,6870	0,6596	0,6348	0,6122	0,5915
	1,0	0,7991	0,7557	0,7178	0,6844	0,6547
0,4	0,4	0,3874	0,3825	0,3777	0,3731	0,3687
	0,7	0,6385	0,6172	0,5977	0,5796	0,5628
	1,0	0,8389	0,7917	0,7505	0,7144	0,6824
0,6	0,5	0,4836	0,4743	0,4655	0,4571	0,4491
	1,0	0,8810	0,8295	0,7849	0,7458	0,7113
0,8	1,0	0,9253	0,8693	0,8209	0,7787	0,7415
1,0	1,0	0,9721	0,9111	0,8587	0,8130	0,7730

14. б)

a	x	k				
		0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
1,00	0,2	0,1944	0,1945	0,1946	0,1946	0,1947
	0,4	0,3621	0,3631	0,3640	0,3648	0,3657
	0,6	0,4884	0,4922	0,4959	0,4993	0,5025
	0,8	0,5712	0,5812	0,5904	0,5990	0,6070
	1,0	0,6165	0,6365	0,6548	0,6716	0,6870
1,25	0,4	0,3528	0,3540	0,3551	0,3562	0,3572
	0,7	0,4986	0,5064	0,5138	0,5207	0,5272
	1,0	0,5417	0,5659	0,5880	0,6082	0,6268
1,50	0,5	0,3966	0,3997	0,4026	0,4054	0,4080
	1,0	0,4660	0,4946	0,5208	0,5447	0,5667
1,75	1,0	0,3906	0,4240	0,4544	0,4823	0,5079
2,00	1,0	0,3169	0,3552	0,3901	0,4222	0,4515

14. в)

a	x	k				
		-0,3	-0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,2	0,1611	0,1625	0,1640	0,1656	0,1671
	0,4	0,2579	0,2626	0,2673	0,2722	0,2772
	0,6	0,3101	0,3184	0,3269	0,3358	0,3450
	0,8	0,3327	0,3447	0,3572	0,3704	0,3841
	1,0	0,3374	0,3530	0,3696	0,3872	0,4059
1,25	0,4	0,2428	0,2473	0,2519	0,2566	0,2614
	0,7	0,2898	0,2995	0,3095	0,3200	0,3310
	1,0	0,2897	0,3047	0,3206	0,3375	0,3555
1,50	0,5	0,2465	0,2524	0,2586	0,2649	0,2714
	1,0	0,2540	0,2684	0,2838	0,3003	0,3178
1,75	1,0	0,2319	0,2461	0,2612	0,2774	0,2946
2,00	1,0	0,2252	0,2393	0,2543	0,2704	0,2877

14. r)

a	x	k				
		—0,5	—0,3	—0,1	0,1	0,3
1,00	0,2	0,1802	0,1807	0,1812	0,1817	0,1822
	0,4	0,3228	0,3259	0,3290	0,3322	0,3355
	0,6	0,4324	0,4407	0,4495	0,4586	0,4683
	0,8	0,5146	0,5306	0,5479	0,5666	0,5869
	1,0	0,5748	0,6003	0,6286	0,6603	0,6962
1,25	0,4	0,2690	0,2711	0,2732	0,2754	0,2776
	0,7	0,4085	0,4171	0,4262	0,4358	0,4459
	1,0	0,5050	0,5243	0,5455	0,5689	0,5948
1,50	0,5	0,2769	0,2796	0,2825	0,2854	0,2884
	1,0	0,4499	0,4650	0,4814	0,4993	0,5188
1,75	1,0	0,4053	0,4175	0,4306	0,4446	0,4599
2,00	1,0	0,3687	0,3786	0,3893	0,4007	0,4129

14. д)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0370	0,4814	26	0,0128	0,5721
15	—0,0328	0,4891	27	0,0169	0,5794
16	—0,0286	0,4968	28	0,0210	0,5867
17	—0,0245	0,5045	29	0,0251	0,5940
18	—0,0203	0,5121	30	0,0292	0,6013
19	—0,0162	0,5197	31	0,0333	0,6085
20	—0,0120	0,5273	32	0,0374	0,6158
21	—0,0079	0,5348	33	0,0415	0,6229
22	—0,0037	0,5423	34	0,0456	0,6301
23	0,0004	0,5498	35	0,0496	0,6372
24	0,0045	0,5572	36	0,0537	0,6443
25	0,0087	0,5647	37	0,0578	0,6514

15. а)

a	x	k				
		—0,3	—0,1	0,1	0,3	0,5
1,00	0,15	0,1274	0,1283	0,1292	0,1302	0,1311
	0,35	0,2381	0,2419	0,2458	0,2498	0,2538
	0,55	0,2997	0,3071	0,3147	0,3226	0,3307
	0,75	0,3284	0,3395	0,3510	0,3631	0,3757
	0,95	0,3366	0,3513	0,3668	0,3833	0,4007
1,25	0,35	0,2260	0,2297	0,2334	0,2373	0,2412
	0,65	0,2858	0,2946	0,3037	0,3132	0,3231
	0,95	0,2900	0,3040	0,3189	0,3346	0,3514
1,50	0,45	0,2379	0,2430	0,2483	0,2538	0,2594
	0,95	0,2532	0,2667	0,2811	0,2963	0,3125
1,75	0,95	0,2278	0,2409	0,2548	0,2697	0,2855
2,00	0,95	0,2150	0,2279	0,2416	0,2562	0,2719

15. б)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
14	—0,0412	0,4730	26	0,0078	0,5629
15	—0,0370	0,4807	27	0,0118	0,5702
16	—0,0329	0,4883	28	0,0159	0,5774
17	—0,0288	0,4959	29	0,0199	0,5847
18	—0,0248	0,5035	30	0,0240	0,5919
19	—0,0207	0,5110	31	0,0280	0,5991
20	—0,0166	0,5185	32	0,0320	0,6062
21	—0,0125	0,5260	33	0,0360	0,6133
22	—0,0084	0,5334	34	0,0400	0,6205
23	—0,0044	0,5408	35	0,0440	0,6275
24	—0,0003	0,5482	36	0,0480	0,6346
25	0,0038	0,5555	37	0,0520	0,6416

16. а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,50	0,2	0,07663	0,07596	0,07531	0,07469	0,07408
	0,4	0,11223	0,11086	0,10956	0,10831	0,10712
	0,6	0,11455	0,11308	0,11169	0,11035	0,10908
	0,8	0,09119	0,09003	0,08893	0,08788	0,08687
	1,0	0,04952	0,04870	0,04793	0,04720	0,04650
0,75	0,4	0,19861	0,19467	0,19101	0,18759	0,18439
	0,7	0,24925	0,24324	0,23773	0,23266	0,22796
	1,0	0,24457	0,23819	0,23238	0,22706	0,22216
1,00	0,5	0,32346	0,31400	0,30548	0,29775	0,29069
	1,0	0,43110	0,41478	0,40047	0,38778	0,37641
1,25	1,0	0,61007	0,58083	0,55598	0,53449	0,51563
1,50	1,0	0,78226	0,73804	0,70141	0,67035	0,64354

16. б)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,00	0,2	0,05096	0,05085	0,05075	0,05064	0,05054
	0,4	0,10263	0,10181	0,10101	0,10024	0,09950
	0,6	0,15333	0,15079	0,14843	0,14623	0,14416
	0,8	0,20183	0,19658	0,19187	0,18760	0,18370
	1,0	0,24753	0,23876	0,23114	0,22442	0,21843
1,25	0,4	0,10389	0,10303	0,10221	0,10142	0,10065
	0,7	0,18144	0,17748	0,17386	0,17054	0,16748
	1,0	0,25393	0,24463	0,23658	0,22950	0,22320
1,50	0,5	0,13206	0,13039	0,12881	0,12731	0,12589
	1,0	0,26051	0,25066	0,24216	0,23470	0,22809
1,75	1,0	0,26727	0,25684	0,24786	0,24002	0,23307
2,00	1,0	0,27421	0,26317	0,25371	0,24545	0,23816

16. в)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,2	0,05006	0,05004	0,05001	0,04998	0,04996
	0,4	0,10049	0,10029	0,10008	0,09988	0,09968
	0,6	0,15162	0,15094	0,15026	0,14961	0,14897
	0,8	0,20374	0,20213	0,20060	0,19912	0,19771
	1,0	0,25704	0,25397	0,25110	0,24840	0,24585
1,5	0,4	0,10115	0,10094	0,10073	0,10052	0,10032
	0,7	0,18100	0,17984	0,17872	0,17764	0,17660
	1,0	0,26672	0,26327	0,26005	0,25704	0,25421
2,0	0,5	0,12853	0,12810	0,12767	0,12726	0,12685
	1,0	0,27674	0,27286	0,26927	0,26592	0,26278
2,5	1,0	0,28709	0,28275	0,27874	0,27502	0,27155
3,0	1,0	0,29777	0,29292	0,28847	0,28436	0,28053

16. г)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,2	0,03924	0,03888	0,03853	0,03820	0,03788
	0,4	0,07711	0,07581	0,07458	0,07343	0,07234
	0,6	0,11381	0,11112	0,10865	0,10638	0,10428
	0,8	0,14950	0,14508	0,14111	0,13752	0,13424
	1,0	0,18432	0,17790	0,17223	0,16718	0,16263
2,0	0,4	0,07712	0,07581	0,07459	0,07344	0,07235
	0,7	0,13184	0,12831	0,12512	0,12220	0,11953
	1,0	0,18460	0,17813	0,17244	0,16736	0,16279
3,0	0,5	0,09564	0,09368	0,09187	0,09019	0,08862
	1,0	0,18487	0,17837	0,17264	0,16754	0,16295
4,0	1,0	0,18514	0,17860	0,17285	0,16772	0,16311
5,0	1,0	0,18542	0,17884	0,17305	0,16790	0,16327

17. а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,50	0,15	0,06165	0,06121	0,06078	0,06036	0,05996
	0,35	0,10676	0,10552	0,10434	0,10320	0,10211
	0,55	0,11669	0,11521	0,11379	0,11243	0,11114
	0,75	0,09905	0,09780	0,09661	0,09548	0,09439
	0,95	0,06130	0,06042	0,05958	0,05879	0,05803
0,75	0,35	0,18318	0,17978	0,17661	0,17364	0,17085
	0,65	0,24528	0,23948	0,23416	0,22925	0,22470
	0,95	0,24834	0,24195	0,23612	0,23078	0,22586
1,00	0,45	0,30325	0,29481	0,28718	0,28024	0,27386
	0,95	0,42676	0,41088	0,39693	0,38454	0,37342
1,25	0,95	0,59762	0,56956	0,54565	0,52493	0,50671
1,50	0,95	0,76177	0,71969	0,68471	0,65497	0,62924

17. б)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,15	0,02957	0,02936	0,02916	0,02896	0,02877
	0,35	0,06776	0,06674	0,06577	0,06486	0,06399
	0,55	0,10473	0,10242	0,10030	0,09833	0,09650
	0,75	0,14066	0,13670	0,13313	0,12988	0,12691
	0,95	0,17569	0,16979	0,16457	0,15989	0,15566
2,0	0,35	0,06777	0,06674	0,06578	0,06486	0,06400
	0,65	0,12287	0,11977	0,11695	0,11436	0,11197
	0,95	0,17592	0,16998	0,16474	0,16004	0,15580
3,0	0,45	0,08642	0,08480	0,08329	0,08188	0,08056
	0,95	0,17614	0,17018	0,16491	0,16019	0,15593
4,0	0,95	0,17637	0,17037	0,16508	0,16034	0,15607
5,0	0,95	0,17659	0,17057	0,16525	0,16049	0,15620

18. a)

α	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,4	0,2	0,07560	0,06085	0,05089	0,04372	0,03832
	0,4	0,12846	0,10477	0,08836	0,07634	0,06718
	0,6	0,14811	0,12219	0,10382	0,09017	0,07965
	0,8	0,13430	0,11080	0,09408	0,08164	0,07204
	1,0	0,09019	0,07183	0,05917	0,05003	0,04317
0,8	0,4	0,26680	0,22004	0,18681	0,16211	0,14307
	0,7	0,34814	0,29557	0,25598	0,22531	0,20096
	1,0	0,34208	0,29435	0,25740	0,22819	0,20463
1,2	0,5	0,45540	0,38433	0,33125	0,29044	0,25825
	1,0	0,55294	0,48755	0,43426	0,39044	0,35401
1,6	1,0	0,73662	0,65975	0,59487	0,54003	0,49341
2,0	1,0	0,90075	0,81605	0,74265	0,67925	0,62442

18. 6)

α	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,2	0,08881	0,08692	0,08517	0,08355	0,08203
	0,4	0,16463	0,15919	0,15436	0,15002	0,14609
	0,6	0,23523	0,22556	0,21718	0,20981	0,20325
	0,8	0,30460	0,29018	0,27791	0,26729	0,25795
	1,0	0,37519	0,35549	0,33898	0,32484	0,31254
1,5	0,4	0,16496	0,15949	0,15463	0,15026	0,14631
	0,7	0,27119	0,25903	0,24861	0,23953	0,23151
	1,0	0,37822	0,35804	0,34117	0,32676	0,31424
2,0	0,5	0,20144	0,19381	0,18714	0,18122	0,17593
	1,0	0,38131	0,36063	0,34339	0,32870	0,31596
2,5	1,0	0,38445	0,36326	0,34565	0,33067	0,31769
3,0	1,0	0,38765	0,36593	0,34793	0,33266	0,31945

18. в)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,2	0,04870	0,04868	0,04866	0,04863	0,04861
	0,4	0,09474	0,09457	0,09441	0,09426	0,09410
	0,6	0,13818	0,13771	0,13724	0,13679	0,13634
	0,8	0,17929	0,17831	0,17737	0,17645	0,17557
	1,0	0,21841	0,21675	0,21516	0,21363	0,21216
2,0	0,4	0,09482	0,09466	0,09450	0,09434	0,09418
	0,7	0,15968	0,15897	0,15828	0,15760	0,15694
	1,0	0,22087	0,21913	0,21746	0,21586	0,21433
3,0	0,5	0,11716	0,11686	0,11657	0,11628	0,11599
	1,0	0,22338	0,22155	0,21981	0,21815	0,21655
4,0	1,0	0,22595	0,22404	0,22222	0,22048	0,21881
5,0	1,0	0,22858	0,22659	0,22468	0,22287	0,22113

18. r)

a	x	k				
		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
1,0	0,2	0,19729	0,13154	0,09866	0,07893	0,06578
	0,4	0,37723	0,25204	0,18917	0,15138	0,12617
	0,6	0,51648	0,34895	0,26276	0,21058	0,17564
	0,8	0,57905	0,40712	0,30971	0,24926	0,20836
	1,0	0,52507	0,40948	0,31953	0,25981	0,21832
1,5	0,4	0,36589	0,24474	0,18375	0,14707	0,12259
	0,7	0,49430	0,34335	0,26061	0,20957	0,17512
	1,0	0,35069	0,29196	0,23313	0,19151	0,16180
2,0	0,5	0,40839	0,27549	0,20739	0,16619	0,13861
	1,0	0,19257	0,17993	0,14893	0,12430	0,10590
2,5	1,0	0,04597	0,07251	0,06675	0,05811	0,05059
3,0	1,0	-0,09183	-0,03096	-0,01361	-0,00710	-0,00415

19. а)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,15	0,068273	0,067092	0,065986	0,064946	0,063966
	0,35	0,146378	0,141904	0,137895	0,134272	0,130973
	0,55	0,217814	0,209252	0,201790	0,195199	0,189313
	0,75	0,287221	0,274037	0,262773	0,252983	0,244356
	0,95	0,357331	0,339002	0,323588	0,310357	0,298818
1,5	0,35	0,146614	0,142117	0,138089	0,134450	0,131136
	0,65	0,253659	0,242704	0,233271	0,225018	0,217707
	0,95	0,360017	0,341271	0,325544	0,312071	0,300338
2,0	0,45	0,183466	0,176921	0,171153	0,166011	0,161382
	0,95	0,362748	0,343573	0,327526	0,313804	0,301874
2,5	0,95	0,365524	0,345908	0,329532	0,315558	0,303426
3,0	0,95	0,368345	0,348277	0,331565	0,317332	0,304995

19. б)

a	x	k				
		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
1,0	0,15	0,148865	0,099247	0,074436	0,059549	0,049625
	0,35	0,334980	0,223598	0,167768	0,134239	0,111877
	0,55	0,487187	0,327716	0,246462	0,197408	0,164613
	0,75	0,573069	0,397139	0,301039	0,241925	0,202082
	0,95	0,550397	0,414998	0,321122	0,260225	0,218294
1,5	0,35	0,327488	0,218735	0,164154	0,131360	0,109483
	0,65	0,488786	0,335458	0,253767	0,203777	0,170152
	0,95	0,395158	0,313464	0,246834	0,201580	0,169793
2,0	0,45	0,384329	0,258124	0,194056	0,155411	0,129584
	0,95	0,253380	0,215935	0,174116	0,143706	0,121728
2,5	0,95	0,121325	0,121854	0,102848	0,086566	0,074083
3,0	0,95	-0,003205	0,030789	0,032924	0,030124	0,026846

20. а)

a	k				
	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0
0,5	0,31958	0,31111	0,30333	0,29616	0,28952
0,7	0,42696	0,41675	0,40730	0,39853	0,39034
0,9	0,51945	0,50845	0,49818	0,48855	0,47950
1,1	0,59770	0,58660	0,57614	0,56626	0,55691
1,3	0,66324	0,65248	0,64226	0,63254	0,62329

20. б)

a	k				
	0	0,5	1,0	1,5	2,0
—2,0	—0,92603	—0,87781	—0,83207	—0,78943	—0,75008
—1,5	—0,73295	—0,68718	—0,64484	—0,60648	—0,57203
—1,0	—0,48441	—0,44989	—0,41844	—0,39073	—0,36648
—0,5	—0,13813	—0,14255	—0,13968	—0,13475	—0,12933
0	0,33680	0,24673	0,19510	0,16166	0,13820

20. в)

a	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
$y(1)$	0,00910	0,31154	0,68695	1,17119	1,82858

20. г)

a	14	15	16	17	18
$y(1)$	0,48420	0,49195	0,49967	0,50735	0,51500
a	19	20	21	22	23
$y(1)$	0,52262	0,53021	0,53777	0,54530	0,55279
a	24	25	26	27	28
$y(1)$	0,56026	0,56770	0,57510	0,58248	0,58983
a	29	30	31	32	33
$y(1)$	0,59715	0,60444	0,61170	0,61893	0,62614
a	34	35	36	37	38
$y(1)$	0,63331	0,64046	0,64758	0,65468	0,66174

21. а)

a	x	k			
		1	2	3	4
1,0	0,05	—0,00119	—0,00004	0,00000	0,00000
	0,10	—0,00455	—0,00033	—0,00002	0,00000
	0,15	—0,00982	—0,00110	—0,00013	—0,00002
	0,20	—0,01678	—0,00257	—0,00040	—0,00006
1,3	0,05	—0,00153	—0,00005	0,00000	0,00000
	0,10	—0,00577	—0,00043	—0,00003	0,00000
	0,15	—0,01232	—0,00142	—0,00016	—0,00002
	0,20	—0,02086	—0,00330	—0,00051	—0,00008
	0,25	—0,03114			
1,6	0,05	—0,00185	—0,00007	0,00000	0,00000
	0,10	—0,00693	—0,00052	—0,00004	0,00000
	0,15	—0,01465	—0,00174	—0,00020	—0,00002
	0,20	—0,02461	—0,00401	—0,00063	—0,00010
	0,25	—0,03647	—0,00760		

21. б)

a	k			
	0,05	0,10	0,15	0,20
0,2	0,99975	0,99900		
0,4	0,99950	0,99800	0,99551	
0,6	0,99925	0,99700	0,99327	
0,8	0,99900	0,99601	0,99104	
1,0	0,99875	0,99501	0,98881	
1,2	0,99850	0,99402	0,98659	
1,4	0,99825	0,99302	0,98437	
1,6	0,99800	0,99203	0,98216	
1,8	0,99775	0,99104	0,97995	0,96464
2,0	0,99750	0,99005	0,97775	0,96079

21. б)

a	x	k				
		2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
2,0	2,05	1,95947	1,96116	1,96271	1,96413	1,96544
	2,10	1,92074	1,92401	1,92700	1,92976	1,93231
	2,15	1,88368	1,88842	1,89278	1,89679	1,90051
2,2	2,05	1,95567	1,95750	1,95917	1,96071	1,96214
	2,10	1,91339	1,91691	1,92014	1,92313	1,92589
	2,15	1,87301	1,87811	1,88280	1,88714	1,89115
2,4	2,05	1,95189	1,95384	1,95564	1,95730	1,95884
	2,10	1,90608	1,90985	1,91332	1,91653	1,91950
	2,15	1,86241	1,86787	1,87290	1,87755	1,88186
2,6	2,05	1,94811	1,95020	1,95213	1,95390	1,95555
	2,10	1,89880	1,90282	1,90653	1,90995	1,91313
	2,15	1,85188	1,85769	1,86305	1,86801	1,87262
2,8	2,05	1,94435	1,94657	1,94862	1,95051	1,95226
	2,10	1,89156	1,89582	1,89976	1,90341	1,90679
	2,15	1,84142	1,84757	1,85326	1,85853	1,86342

22. а)

a	x	k			
		1	2	3	4
1,0	0,30	—0,03509	—0,00827	—0,00197	—0,00048
	0,60	—0,11676	—0,05419	—0,02696	—0,01384
	0,70	—0,15080	—0,07959	—0,04579	—0,02751
1,3	0,30	—0,04295	—0,01051	—0,00255	—0,00062
	0,60	—0,13846	—0,06598	—0,03348	—0,01745
	0,70	—0,17747	—0,09565	—0,05593	—0,03405
1,6	0,30	—0,05000	—0,01265	—0,00311	—0,00076
	0,60	—0,15700	—0,07651	—0,03948	—0,02085
	0,70	—0,20000	—0,10970	—0,06502	—0,04005

22. 6)

a	x	k				
		2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
2,0	2,30	1,78150	1,79014	1,79811	1,80546	1,81228
	2,55	1,63608	1,64983	1,66254	1,67433	1,68531
	2,60	1,61011	1,62471	1,63823	1,65076	1,66244
	2,65	1,58505	1,60045	1,61473	1,62797	1,64032
	2,70	1,56084	1,57701	1,59200	1,60592	1,61891
2,2	2,30	1,76205	1,77131	1,77984	1,78775	1,79509
	2,55	1,60518	1,61978	1,63332	1,64590	1,65762
	2,60	1,57729	1,59279	1,60715	1,62052	1,63297
	2,65	1,55042	1,56675	1,58190	1,59600	1,60915
	2,70	1,52451	1,54161	1,55751	1,57231	1,58613
2,4	2,30	1,74284	1,75269	1,76180	1,77024	1,77808
	2,55	1,57489	1,59032	1,60465	1,61798	1,63042
	2,60	1,54518	1,56152	1,57671	1,59085	1,60406
	2,65	1,51659	1,53379	1,54978	1,56469	1,57862
	2,70	1,48906	1,50706	1,52381	1,53943	1,55405
2,6	2,30	1,72385	1,73428	1,74394	1,75290	1,76124
	2,55	1,54519	1,56140	1,57648	1,59054	1,60368
	2,60	1,51373	1,53088	1,54684	1,56174	1,57566
	2,65	1,48351	1,50153	1,51832	1,53399	1,54866
	2,70	1,45445	1,47328	1,49084	1,50725	1,52262
2,8	2,30	1,70508	1,71607	1,72627	1,73575	1,74457
	2,55	1,51605	1,53302	1,54882	1,56358	1,57738
	2,60	1,48293	1,50085	1,51755	1,53316	1,54778
	2,65	1,45115	1,46995	1,48750	1,50391	1,51928
	2,70	1,42064	1,44026	1,45859	1,47575	1,49183

23. а)

a	x	k				
		1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
0,50	1,2	—0,0039	—0,0046	—0,0053	—0,0059	—0,0065
	1,4	—0,0639	—0,0648	—0,0657	—0,0665	—0,0673
	1,6	—0,1266	—0,1280	—0,1294	—0,1307	—0,1321
	1,8	—0,1895	—0,1916	—0,1937	—0,1958	—0,1979
	2,0	—0,2511	—0,2539	—0,2568	—0,2598	—0,2628
0,75	1,4	0,1857	0,1799	0,1747	0,1700	0,1656
	1,7	0,1206	0,1153	0,1105	0,1061	0,1021
	2,0	0,0481	0,0429	0,0383	0,0341	0,0302
1,00	1,5	0,4238	0,4051	0,3890	0,3749	0,3623
	2,0	0,3586	0,3394	0,3229	0,3086	0,2960
1,25	2,0	0,6771	0,6331	0,5971	0,5668	0,5409
1,50	2,0	1,0009	0,9229	0,8614	0,8112	0,7692

23. б)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	1,2	0,44858	0,42302	0,40186	0,38393	0,36845
	1,4	0,52586	0,49379	0,46755	0,44549	0,42658
	1,6	0,60778	0,56851	0,53669	0,51015	0,48753
	1,8	0,69485	0,64764	0,60973	0,57832	0,55170
	2,0	0,78743	0,73151	0,68695	0,65028	0,61934
1,5	1,4	0,53258	0,49930	0,47219	0,44948	0,43007
	1,7	0,66133	0,61612	0,57987	0,54989	0,52449
	2,0	0,80328	0,74412	0,69733	0,65904	0,62689
2,0	1,5	0,58228	0,54371	0,51261	0,48678	0,46484
	2,0	0,81983	0,75720	0,70806	0,66806	0,63463
2,5	2,0	0,83714	0,77078	0,71913	0,67735	0,64258
3,0	2,0	0,85524	0,78489	0,73058	0,68691	0,65074

23. Б)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	1,2	0,25593	0,25340	0,25100	0,24872	0,24656
	1,4	0,29223	0,28865	0,28530	0,28215	0,27919
	1,6	0,32766	0,32286	0,31842	0,31429	0,31043
	1,8	0,36257	0,35637	0,35069	0,34547	0,34062
	2,0	0,39729	0,38948	0,38242	0,37598	0,37007
2,0	1,4	0,30020	0,29623	0,29252	0,28906	0,28581
	1,7	0,36074	0,35427	0,34838	0,34296	0,33796
	2,0	0,42454	0,41462	0,40579	0,39784	0,39062
3,0	1,5	0,33095	0,32561	0,32070	0,31616	0,31193
	2,0	0,45543	0,44280	0,43175	0,42194	0,41313
4,0	2,0	0,49052	0,47442	0,46059	0,44849	0,43777
5,0	2,0	0,53044	0,50991	0,49262	0,47774	0,46472

23. Г)

a	x				
	0,25	0,50	0,55	0,60	0,65
0,2	0,99377	0,97531	0,97020	0,96464	0,95863
0,4	0,98758	0,95123	0,94129	0,93053	0,91897
0,6	0,98142	0,92774	0,91325	0,89763	0,88095
0,8	0,97531	0,90484	0,88603	0,86589	0,84451
1,0	0,96923	0,88250	0,85963	0,83527	0,80957
1,2	0,96319	0,86071	0,83402	0,80574	0,77608
1,4	0,95719	0,83946	0,80917	0,77724	0,74397
1,6	0,95123	0,81873	0,78506	0,74976	0,71320
1,8	0,94530	0,79852	0,76166	0,72325	0,68369
2,0	0,93941	0,77880	0,73897	0,69768	0,65541

24. а)

a	x	k				
		10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
1,0	0,5	0,14063	0,14008	0,13954	0,13901	0,13849
	0,8	0,24839	0,24570	0,24316	0,24076	0,23848
	1,0	0,33073	0,32513	0,32000	0,31527	0,31089
1,5	0,5	0,14482	0,14421	0,14361	0,14303	0,14246
	0,8	0,25880	0,25575	0,25288	0,25018	0,24762
	1,0	0,34604	0,33965	0,33384	0,32852	0,32361
2,0	0,5	0,14916	0,14849	0,14783	0,14719	0,14657
	0,8	0,26971	0,26624	0,26301	0,25997	0,25712
	1,0	0,36208	0,35481	0,34825	0,34226	0,33677
2,5	0,5	0,15366	0,15292	0,15220	0,15150	0,15081
	1,0	0,37885	0,37060	0,36320	0,35650	0,35037
3,0	0,5	0,15834	0,15752	0,15672	0,15595	0,15520
	1,0	0,39635	0,38702	0,37870	0,37121	0,36440

24. б)

a	x			
	1,3	1,5	1,8	2,0
0,50	0,6761	0,5017	0,3285	0,2550
0,75	0,7046	0,5468	0,3803	0,3048
1,00	0,7197	0,5725	0,4129	0,3377
1,25	0,7291	0,5892	0,4353	0,3612
1,50	0,7355	0,6008	0,4516	0,3787
1,75	0,7401	0,6094	0,4640	0,3923
2,00	0,7436	0,6160	0,4737	0,4032
2,25	0,7464	0,6213	0,4816	0,4120
2,50	0,7486	0,6255	0,4881	0,4194
2,75	0,7504	0,6291	0,4935	0,4256
3,00	0,7520	0,6320	0,4982	0,4310

a	x			
	1,3	1,5	1,8	2,0
3,25	0,7533	0,6346	0,5022	0,4356
3,50	0,7544	0,6368	0,5056	0,4396
3,75	0,7554	0,6387	0,5087	0,4432
4,00	0,7562	0,6403	0,5114	0,4464
4,25	0,7570	0,6418	0,5138	0,4492
4,50	0,7576	0,6432	0,5159	0,4518
4,75	0,7582	0,6444	0,5179	0,4541
5,00	0,7588	0,6454	0,5196	0,4562
5,25	0,7593	0,6464	0,5213	0,4581
5,50	0,7597	0,6473	0,5227	0,4598
5,75	0,7601	0,6481	0,5241	0,4614
6,00	0,7605	0,6489	0,5253	0,4629
6,25	0,7609	0,6496	0,5265	0,4643
6,50	0,7612	0,6502	0,5275	0,4656

24. в)

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
0,20	2,4329	3,2747	4,2835	4,7477
0,21	2,3626	3,1606	4,1127	4,5473
0,22	2,2986	3,0568	3,9574	4,3652
0,23	2,2402	2,9620	3,8156	4,1989
0,24	2,1867	2,8752	3,6857	4,0464
0,25	2,1374	2,7953	3,5661	3,9062
0,26	2,0920	2,7215	3,4558	3,7767
0,27	2,0499	2,6532	3,3536	3,6569
0,28	2,0108	2,5898	3,2587	3,5456
0,29	1,9744	2,5308	3,1703	3,4419
0,30	1,9404	2,4757	3,0879	3,3452
0,31	1,9086	2,4241	3,0108	3,2547
0,32	1,8788	2,3758	2,9384	3,1699
0,33	1,8509	2,3304	2,8705	3,0902

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
0,34	1,8245	2,2877	2,8066	3,0152
0,35	1,7997	2,2474	2,7463	2,9445
0,36	1,7762	2,2093	2,6894	2,8777
0,37	1,7540	2,1733	2,6355	2,8145
0,38	1,7330	2,1392	2,5845	2,7547
0,39	1,7131	2,1069	2,5361	2,6979
0,40	1,6941	2,0761	2,4901	2,6440
0,41	1,6761	2,0469	2,4464	2,5927
0,42	1,6590	2,0191	2,4047	2,5438
0,43	1,6426	1,9925	2,3650	2,4972
0,44	1,6270	1,9672	2,3271	2,4527

25. а)

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
1,0	0,76448	0,65106	0,51458	0,43876
1,5	0,75634	0,63515	0,48978	0,41079
2,0	0,75237	0,62762	0,47865	0,39867
2,5	0,75002	0,62322	0,47233	0,39189
3,0	0,74846	0,62034	0,46825	0,38756
3,5	0,74735	0,61831	0,46540	0,38456
4,0	0,74653	0,61680	0,46330	0,38235
4,5	0,74589	0,61564	0,46168	0,38066
5,0	0,74538	0,61471	0,46040	0,37932
5,5	0,74496	0,61395	0,45936	0,37823
6,0	0,74461	0,61332	0,45850	0,37734
6,5	0,74432	0,61279	0,45777	0,37658
7,0	0,74406	0,61234	0,45715	0,37594
7,5	0,74385	0,61194	0,45662	0,37539
8,0	0,74366	0,61160	0,45615	0,37490
8,5	0,74349	0,61130	0,45574	0,37448
9,0	0,74334	0,61103	0,45538	0,37410

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
9,5	0,74321	0,61079	0,45505	0,37377
10,0	0,74309	0,61058	0,45476	0,37347
10,5	0,74298	0,61038	0,45450	0,37320
11,0	0,74288	0,61021	0,45426	0,37295
11,5	0,74279	0,61005	0,45404	0,37272
12,0	0,74271	0,60990	0,45384	0,37252
12,5	0,74263	0,60976	0,45366	0,37233
13,0	0,74256	0,60964	0,45349	0,37215

25. б)

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
1,0	0,74082	0,60653	0,44933	0,36788
1,5	0,66345	0,49869	0,31901	0,23391
2,0	0,63052	0,45798	0,27861	0,19788
2,5	0,61229	0,43659	0,25893	0,18114
3,0	0,60071	0,42341	0,24729	0,17146
3,5	0,59270	0,41447	0,23959	0,16517
4,0	0,58684	0,40801	0,23413	0,16074
4,5	0,58235	0,40313	0,23005	0,15745
5,0	0,57882	0,39930	0,22688	0,15492
5,5	0,57595	0,39622	0,22436	0,15291
6,0	0,57359	0,39370	0,22230	0,15127
6,5	0,57160	0,39158	0,22058	0,14991
7,0	0,56991	0,38979	0,21913	0,14877
7,5	0,56846	0,38824	0,21789	0,14779
8,0	0,56719	0,38691	0,21682	0,14695
8,5	0,56607	0,38573	0,21588	0,14621
9,0	0,56508	0,38469	0,21505	0,14556
9,5	0,56420	0,38377	0,21432	0,14498
10,0	0,56341	0,38294	0,21366	0,14447
10,5	0,56270	0,38220	0,21307	0,14400
11,0	0,56205	0,38152	0,21253	0,14359
11,5	0,56146	0,38091	0,21205	0,14321
12,0	0,56092	0,38035	0,21160	0,14286
12,5	0,56043	0,37983	0,21120	0,14254
13,0	0,55997	0,37936	0,21082	0,14225

25. в)

a	x			
	1,3	1,5	1,8	2,0
—1,1	—0,29568	—0,47177	—0,72871	—0,90770
—1,0	—0,26761	—0,42422	—0,64497	—0,78949
—0,9	—0,23991	—0,37822	—0,56824	—0,68794
—0,8	—0,21252	—0,33350	—0,49646	—0,59648
—0,7	—0,18540	—0,28982	—0,42833	—0,51180
—0,6	—0,15851	—0,24699	—0,36296	—0,43191
—0,5	—0,13181	—0,20485	—0,29969	—0,35553
—0,4	—0,10527	—0,16326	—0,23802	—0,28172
—0,3	—0,07884	—0,12209	—0,17754	—0,20979
—0,2	—0,05251	—0,08123	—0,11791	—0,13917
—0,1	—0,02624	—0,04056	—0,05882	—0,06938

26*.

	x			
	0,4	0,6	0,8	1,0
а)	—0,07841	—0,17202	—0,29507	—0,44005
	0,96040	0,91200	0,84629	0,76520
б)	1,0064	1,0326	1,1042	1,2606
	1,1667	1,3965	1,7662	2,3460
в)	0,50818	0,17788	—0,22554	—0,71828
	3,37057	4,19520	5,12173	6,15485
	4,86239	6,01732	7,34727	8,87313
г)	—0,83246	—0,91974	—1,12420	—1,45404
	0,50818	0,17788	—0,22554	—0,71828
	—0,65936	—0,90238	—1,10134	—1,26424

* В ответах к задаче 26 первая строка соответствует $y_1(x)$, вторая — $y_2(x)$ и т. д.

26. д)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
0,0	0,26069 1,3900	—0,30117 1,3818	1,2	0,53558 2,8556	—0,99992 4,5876
0,1	0,27681 1,4759	—0,33284 1,5271	1,3	0,56869 3,0322	—1,1051 5,0701
0,2	0,29393 1,5672	—0,36785 1,6877	1,4	0,60386 3,2197	—1,2213 5,6034
0,3	0,31211 1,6641	—0,40654 1,8652	1,5	0,64120 3,4188	—1,3497 6,1927
0,4	0,33141 1,7670	—0,44929 2,0614	1,6	0,68085 3,6302	—1,4917 6,8440
0,5	0,35190 1,8763	—0,49654 2,2782	1,7	0,72295 3,8547	—1,6486 7,5638
0,6	0,37366 1,9923	—0,54877 2,5178	1,8	0,76766 4,0930	—1,8220 8,3593
0,7	0,39676 2,1155	—0,60648 2,7825	1,9	0,81513 4,3461	—2,0136 9,2384
0,8	0,42130 2,2463	—0,67026 3,0752	2,0	0,86554 4,6149	—2,2253 10,210
0,9	0,44735 2,3852	—0,74076 3,3986	2,1	0,91906 4,9003	—2,4594 11,284
1,0	0,47501 2,5327	—0,81866 3,7560	2,2	0,97590 5,2033	—2,7180 12,471
1,1	0,50439 2,6893	—0,90476 4,1511	2,3	1,0366 5,5250	—3,0039 13,782

26. e)

a	x		a	x	
	0,6	1,0		0,6	1,0
25	0,6277 0,0103	0,8891 0,5677	37	0,6226 0,0597	0,8640 0,6547
26	0,6273 0,0144	0,8869 0,5751	38	0,6222 0,0638	0,8620 0,6617
27	0,6268 0,0186	0,8848 0,5825	39	0,6218 0,0679	0,8599 0,6688
28	0,6264 0,0227	0,8827 0,5898	40	0,6214 0,0719	0,8579 0,6758
29	0,6260 0,0268	0,8805 0,5971	41	0,6210 0,0760	0,8560 0,6828
30	0,6256 0,0310	0,8784 0,6044	42	0,6206 0,0801	0,8540 0,6897
31	0,6252 0,0351	0,8763 0,6117	43	0,6202 0,0841	0,8520 0,6967
32	0,6247 0,0392	0,8743 0,6189	44	0,6197 0,0882	0,8500 0,7036
33	0,6243 0,0433	0,8722 0,6261	45	0,6193 0,0923	0,8481 0,7105
34	0,6239 0,0474	0,8701 0,6333	46	0,6189 0,0963	0,8461 0,7173
35	0,6235 0,0515	0,8681 0,6405	47	0,6185 0,1003	0,8442 0,7241
36	0,6231 0,0556	0,8660 0,6476	48	0,6181 0,1044	0,8423 0,7300

26. ж)

a	k	x		a	k	x	
		0,5	1,0			0,5	1,0
2,00	0,25	0,58954 0,55978	0,57573 0,86672	2,75	1,00	0,48733 0,52849	0,43053 0,82738
		0,50	0,57307 0,56056		0,54210 0,87614	1,25	0,47473 0,52944
	0,75	0,55703 0,56132	0,51032 0,88526		0,25	0,50067 0,51105	0,47679 0,77349
	1,00	0,54142 0,56206	0,48035 0,89406		0,50	0,48830 0,51214	0,45352 0,78254
	1,25	0,52622 0,56279	0,45216 0,90253		0,75	0,47620 0,51320	0,43124 0,79141
	2,25	0,46436 0,51424	0,40996 0,80008		1,00	0,46436 0,51424	0,40996 0,80008
2,25	0,25	0,55640 0,54165	0,53768 0,83109	3,00	1,25	0,45279 0,51527	0,38967 0,80855
		0,50	0,54153 0,54256		0,50826 0,84046	0,25	0,47700 0,49801
	0,75	0,52702 0,54346	0,48030 0,84957		0,50	0,46563 0,49914	0,43105 0,75862
	1,00	0,51287 0,54433	0,45380 0,85841		0,75	0,45449 0,50026	0,41092 0,76731
	1,25	0,49907 0,54518	0,42875 0,86696		1,00	0,44359 0,50136	0,39162 0,77584
	2,50	0,43291 0,50244	0,37317 0,78419		0,25	0,52698 0,52552	0,50507 0,80035
2,50	0,50	0,51345 0,52653	0,47903 0,80958	3,00	1,25	0,43291 0,50244	0,37317 0,78419
		0,75	0,50024 0,52752		0,45418 0,81860		

26. з)

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
1,00	1,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,25	0,9450	0,8565	0,7854	0,7591
		1,0099	1,0580	1,1318	1,1841
		1,0426	1,0710	1,0498	1,0108
	1,50	0,8880	0,7062	0,5679	0,5264
		1,0197	1,1143	1,2537	1,3462
		1,0824	1,1223	1,0515	0,9543
	1,75	0,8292	0,5518	0,3572	0,3185
		1,0295	1,1685	1,3636	1,4824
		1,1192	1,1533	1,0065	0,8372
	2,00	0,7687	0,3957	0,1625	0,1495
		1,0392	1,2203	1,4597	1,5900
		1,1529	1,1638	0,9181	0,6706
1,25	1,00	1,0099	1,0580	1,1318	1,1841
		1,0426	1,0710	1,0498	1,0108
		0,9450	0,8565	0,7854	0,7591
	1,25	0,9563	0,9241	0,9410	0,9772
		1,0536	1,1333	1,1868	1,1978
		0,9877	0,9284	0,8403	0,7812
	1,50	0,9007	0,7831	0,7452	0,7738
		1,0644	1,1932	1,3118	1,3599
		1,0275	0,9814	0,8508	0,7430

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	1,75	0,8433	0,6375	0,5537	0,5890
		1,0751	1,2503	1,4227	1,4933
		1,0644	1,0150	0,8181	0,6504
	2,00	0,7842	0,4899	0,3753	0,4363
		1,0858	1,3044	1,5178	1,5957
		1,0983	1,0289	0,7452	0,5132
1,50	1,00	1,0197	1,1143	1,2537	1,3462
		1,0824	1,1223	1,0515	0,9543
		0,8880	0,7062	0,5679	0,5264
	1,25	0,9676	0,9904	1,0877	1,1748
		1,0944	1,1887	1,1933	1,1440
		0,9307	0,7786	0,6268	0,5579
	1,50	0,9134	0,8591	0,9149	1,0021
		1,1062	1,2522	1,3216	1,3069
		0,9705	0,8330	0,6453	0,5366
	1,75	0,8575	0,7230	0,7439	0,8423
		1,1179	1,3123	1,4341	1,4394
		1,0075	0,8690	0,6244	0,4676
	2,00	0,7998	0,5843	0,5831	0,7077
		1,1294	1,3687	1,5293	1,5394
		1,0416	0,8862	0,5668	0,3596
1,75	1,00	1,0295	1,1685	1,3636	1,4824
		1,1192	1,1533	1,0065	0,8372
		0,8292	0,5518	0,3572	0,3185

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	1,25	0,9788	1,0550	1,2230	1,3466
		1,1322	1,2237	1,1528	1,0292
		0,8718	0,6242	0,4188	0,3570
	1,50	0,9262	0,9338	1,0739	1,2052
		1,1450	1,2907	1,2843	1,1936
		0,9117	0,6797	0,4443	0,3505
	1 75	0,8717	0,8075	0,9242	1,0712
		1,1576	1,3538	1,3990	1,3268
		0,9487	0,7178	0,4344	0,3035
	2,00	0,8154	0,6782	0,7818	0,9558
		1,1701	1,4126	1,4952	1,4271
		0,9829	0,7380	0,3915	0,2231
2,00	1,00	1,0392	1,2203	1,4597	1,5900
		1,1529	1,1638	0,9181	0,6706
		0,7687	0,3957	0,1625	0,1495
	1,25	0,9901	1,1173	1,3446	1,4887
		1,1669	1,2380	1,0683	0,8641
		0,8112	0,4678	0,2255	0,1924
	1,50	0,9389	1,0066	1,2193	1,3782
		1,1807	1,3085	1,2030	1,0301
		0,8511	0,5241	0,2568	0,1984
	1,75	0,8859	0,8903	1,0914	1,2699
		1,1943	1,3745	1,3202	1,1654
		0,8882	0,5639	0,2569	0,1707
	2,00	0,8312	0,7708	0,9679	1,1741
		1,2076	1,4357	1,4182	1,2682
		0,9224	0,5870	0,2278	0,1156

26. и)

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
1,0	1,5	0,97802	0,89381	0,75871	0,64905
		—0,07380	—0,11807	—0,07816	—0,00698
		0,40932	0,87895	1,29967	1,52473
	1,7	0,97387	0,87258	0,71088	0,58103
		—0,06325	—0,09226	—0,03934	0,03809
		0,44824	0,96519	1,40806	1,62912
	1,9	0,96932	0,84918	0,65858	0,50741
		—0,05490	—0,07186	—0,00884	0,07303
		0,48698	1,04916	1,50822	1,71885
	2,1	0,96439	0,82366	0,60214	0,42896
		—0,04814	—0,05532	0,01564	0,10055
		0,52553	1,13064	1,59946	1,79291
	2,3	0,95907	0,79609	0,54193	0,34648
		—0,04256	—0,04165	0,03560	0,12245
		0,56387	1,20944	1,68116	1,85042
1,1	1,5	0,97871	0,89581	0,76327	0,65674
		—0,07949	—0,11892	—0,05850	0,03344
		0,44149	0,96102	1,42129	1,66105
	1,7	0,97465	0,87486	0,71614	0,58996
		—0,06789	—0,09075	—0,01674	0,08112
		0,48428	1,05538	1,53841	1,77203
	1,9	0,97020	0,85174	0,66456	0,51763
		—0,05872	—0,06849	0,01599	0,11791
		0,52689	1,14727	1,64659	1,86715

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	2,1	0,96535	0,82650	0,60886	0,44050
		—0,05129	—0,05046	0,04219	0,14671
		0,56929	1,23646	1,74508	1,94532
	2,3	0,96013	0,79921	0,54940	0,35938
		—0,04515	—0,03557	0,06347	0,16943
		0,61146	1,32271	1,83321	2,00560
1,2	1,5	0,97929	0,89757	0,76757	0,66429
		—0,08485	—0,11769	—0,03388	0,08081
		0,47383	1,04310	1,54045	1,79127
	1,7	0,97530	0,87686	0,72112	0,59876
		—0,07221	—0,08722	0,01057	0,13066
		0,52048	1,14539	1,66561	1,90767
	1,9	0,97093	0,85399	0,67025	0,52775
		—0,06222	—0,06316	0,04533	0,16892
		0,56694	1,24501	1,78115	2,00708
	2,1	0,96616	0,82901	0,61529	0,45200
		—0,05413	—0,04367	0,07307	0,19867
		0,61317	1,34171	1,88626	2,08834
	2,3	0,96101	0,80198	0,55659	0,37228
		—0,04744	—0,02760	0,09553	0,22191
		0,65917	1,43525	1,98020	2,15043
1,3	1,5	0,97978	0,89913	0,77170	0,67178
		—0,08988	—0,11439	—0,00442	0,13481
		0,50632	1,12504	1 65658	1,91436

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	1,7	0,97586	0,87865	0,72593	0,60754
		—0,07620	—0,08168	0,04247	0,18636
		0,55683	1,23505	1,78905	2,03496
	1,9	0,97155	0,85602	0,67578	0,53789
		—0,06540	—0,05586	0,07906	0,22569
		0,60712	1,34220	1,91123	2,13751
	2,1	0,96685	0,83127	0,62156	0,46356
		—0,05665	—0,03497	0,10816	0,25604
		0,65717	1,44622	2,02227	2,22078
	2,3	0,96177	0,80449	0,56364	0,38533
		—0,04941	—0,01775	0,13163	0,27951
		0,70697	1,54683	2,12137	2,28369
1,4	1,5	0,98020	0,90056	0,77572	0,67929
		—0,09459	—0,10902	0,02975	0,19501
		0,53896	1,20669	1,76908	2,02936
	1,7	0,97634	0,88029	0,73064	0,61637
		—0,07988	—0,07414	0,07881	0,24778
		0,59330	1,32420	1,90809	2,15289
	1,9	0,97209	0,85787	0,68121	0,54813
		—0,06826	—0,04662	0,11700	0,28780
		0,64741	1,43865	2,03618	2,25739
	2,1	0,96745	0,83336	0,62775	0,47528
		—0,05885	—0,02437	0,14728	0,31841
		0,70127	1,54976	2,15243	2,34155
	2,3	0,96242	0,80680	0,57062	0,39859
		—0,05107	—0,00604	0,17160	0,34180
		0,75486	1,65724	2,25601	2,40425

26. К)

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
1,00	2,00	1,2013	1,4041	1,3306	1,1540
		1,2902	1,5675	1,4682	1,2237
		0,7463	0,1689	—0,4792	—0,8175
	2,25	1,2410	1,4137	1,2092	0,9643
		1,2744	1,4676	1,2385	0,9586
		0,6782	—0,0372	—0,7334	—1,0345
	2,50	1,2766	1,3949	1,0610	0,7665
		1,2600	1,3722	1,0570	0,7842
		0,6086	—0,2326	—0,9351	—1,1885
	2,75	1,3081	1,3521	0,8974	0,5620
		1,2466	1,2827	0,9210	0,6833
		0,5375	—0,4146	—1,0930	—1,2977
	3,00	1,3355	1,2891	0,7234	0,3456
		1,2338	1,2005	0,8260	0,6426
		0,4653	—0,5815	—1,2152	—1,3713
1,25	2,00	1,1292	1,3190	1,4133	1,3877
		1,3211	1,7331	1,9239	1,8728
		0,8514	0,5101	0,0501	—0,2724
	2,25	1,1666	1,3730	1,3948	1,2894
		1,3045	1,6496	1,6848	1,5127
		0,7994	0,3388	—0,2333	—0,5809
	2,50	1,2013	1,4041	1,3306	1,1540
		1,2902	1,5675	1,4682	1,2237
		0,7463	0,1689	—0,4792	—0,8175

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	2,75	1,2334	1,4142	1,2361	1,0031
		1,2774	1,4873	1,2806	1,0038
		0,6920	0,0033	—0,6870	—0,9969
	3,00	1,2628	1,4056	1,1226	0,8463
		1,2656	1,4097	1,1239	0,8443
		0,6366	—0,1560	—0,8601	—1,1331
1,50	2,00	1,0752	1,2079	1,3329	1,3903
		1,3487	1,8467	2,2533	2,4286
		0,9187	0,7354	0,4726	0,2590
	2,25	1,1095	1,2828	1,3994	1,4115
		1,3305	1,7753	2,0480	2,0754
		0,8769	0,5954	0,2041	—0,0883
	2,50	1,1420	1,3397	1,4134	1,3611
		1,3153	1,7051	1,8424	1,7453
		0,8342	0,4530	—0,0482	—0,3839
	2,75	1,1726	1,3798	1,3868	1,2686
		1,3020	1,6359	1,6469	1,4595
		0,7906	0,3103	—0,2770	—0,6250
	3,00	1,2013	1,4041	1,3306	1,1540
		1,2902	1,5675	1,4682	1,2237
		0,7463	0,1689	—0,4792	—0,8175
1,75	2,00	1,0333	1,0991	1,1781	1,2337
		1,3747	1,9317	2,4682	2,8019
		0,9655	0,8899	0,7823	0,6914

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	2,25	1,0650	1,1831	1,3026	1,3662
		1,3546	1,8675	2,3099	2,5281
		0,9305	0,7747	0,5507	0,3654
	2,50	1,0951	1,2530	1,3780	1,4131
		1,3379	1,8057	2,1368	2,2259
		0,8949	0,6558	0,3178	0,0549
	2,75	1,1237	1,3093	1,4111	1,3967
		1,3237	1,7451	1,9592	1,9294
		0,8587	0,5346	0,0934	—0,2218
	3,00	1,1509	1,3528	1,4094	1,3379
		1,3113	1,6852	1,7851	1,6587
		0,8218	0,4122	—0,1162	—0,4582
2,00	2,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
		1,4000	2,0000	2,6000	3,0000
		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	2,25	1,0293	1,0876	1,1589	1,2102
		1,3776	1,9399	2,4864	2,8318
		0,9698	0,9040	0,8106	0,7318
	2,50	1,0572	1,1635	1,2763	1,3419
		1,3592	1,8833	2,3513	2,6009
		0,9393	0,8039	0,6091	0,4465
	2,75	1,0839	1,2284	1,3551	1,4042
		1,3438	1,8287	2,2027	2,3401
		0,9083	0,7008	0,4046	0,1680
	3,00	1,1095	1,2828	1,3994	1,4115
		1,3305	1,7753	2,0480	2,0754
		0,8769	0,5954	0,2041	—0,0883

26. л)

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
1,00	1,25	1,2157	1,6068	2,1089	2,5357
		1,2832	1,8506	2,6228	3,2687
		1,2280	1,7077	2,4328	3,1083
	1,50	1,2097	1,5610	1,9736	2,3139
		1,3482	2,0794	3,1081	3,9759
		1,2347	1,7717	2,6685	3,5655
	1,75	1,2036	1,5109	1,8163	2,0436
		1,4164	2,3388	3,7016	4,8861
		1,2417	1,8412	2,9370	4,1037
	2,00	1,1972	1,4561	1,6330	1,7135
		1,4882	2,6327	4,4277	6,0594
		1,2490	1,9166	3,2439	4,7398
	2,25	1,1906	1,3961	1,4192	1,3097
		1,5637	2,9659	5,3165	7,5735
		1,2565	1,9987	3,5952	5,4943
1,30	1,25	1,2981	1,9248	2,8563	3,7131
		1,2842	1,8720	2,7398	3,5416
		1,2956	1,9025	2,7804	3,5735
	1,50	1,2921	1,8769	2,7124	3,4761
		1,3492	2,1008	3,2250	4,2485
		1,3025	1,9699	3,0373	4,0837
	1,75	1,2858	1,8246	2,5455	3,1881
		1,4174	2,3601	3,8177	5,1562
		1,3096	2,0431	3,3292	4,6814

Продолжение 26л.

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1;0
	2,00	1,2793	1,7675	2,3514	2,8375
		1,4892	2,6539	4,5424	6,3243
		1,3170	2,1225	3,6618	5,3844
	2,25	1,2726	1,7049	2,1255	2,4094
		1,5647	2,9870	5,4289	7,8296
		1,3247	2,2087	4,0415	6,2145
1,60	1,25	1,3858	2,2969	3,8180	5,3233
		1,2853	1,8969	2,8880	3,9077
		1,3672	2,1242	3,1929	4,1255
	1,50	1,3797	2,2468	3,6646	5,0691
		1,3502	2,1257	3,3737	4,6167
		1,3742	2,1954	3,4740	4,6983
	1,75	1,3733	2,1922	3,4869	4,7613
		1,4185	2,3850	3,9663	5,5245
		1,3815	2,2726	3,7925	5,3660
	2,00	1,3667	2,1325	3,2810	4,3875
		1,4903	2,6787	4,6902	6,6899
		1,3891	2,3562	4,1542	6,1473
	2,25	1,3598	2,0673	3,0416	3,9325
		1,5658	3,0117	5,5751	8,1889
		1,3969	2,4469	4,5660	7,0657
1,90	1,25	1,4791	2,7321	5,0535	7,5206
		1,2864	1,9257	3,0749	4,3954
		1,4430	2,3770	3,6839	4,7806

a	k	x			
		0,2	0,5	0,8	1,0
	1,50	1,4728	2,6796	4,8894	7,2469
		1,3513	2,1546	3,5619	5,1099
		1,4502	2,4522	3,9926	5,4277
	1,75	1,4663	2,6225	4,6999	6,9165
		1,4196	2,4139	4,1553	6,0212
		1,4577	2,5337	4,3413	6,1780
	2,00	1,4596	2,5601	4,4806	6,5167
		1,4914	2,7076	4,8792	7,1873
		1 4654	2,6218	4,7361	7,0516
	2,25	1,4526	2,4920	4,2265	6,0314
		1,5669	3,0405	5,7633	8,6834
		1,4733	2,7174	5,1842	8,0734
2,20	1,25	1,5783	3,2408	6,6385	10,514
		1,2876	1,9590	3,3098	5,0419
		1,5234	2,6654	4,2696	5,5576
	1,50	1,5719	3,1858	6,4625	10,218
		1,3525	2,1880	3,7991	5,7665
		1,5308	2,7450	4,6101	6,2932
	1,75	1,5652	3,1259	6,2598	9,8618
		1,4208	2,4474	4,3943	6,6857
		1,5384	2,8311	4,9933	7,1416
	2,00	1,5584	3,0606	6,0257	9,4324
		1,4926	2,7412	5,1193	7,8570
		1,5462	2,9242	5,4258	8,1244
	2,25	1,5513	2,9894	5,7551	8,9130
		1,5681	3,0741	6,0037	9,3550
		1,5544	3,0250	5,9153	9,2680

27. а)

a	x	k				
		0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
—0,3	0,5	—0,02709	—0,02761	—0,02813	—0,02866	—0,02918
	0,8	0,06839	0,06497	0,06155	0,05814	0,05472
	1,0	0,17204	0,16380	0,15555	0,14730	0,13904
—0,1	0,5	0,07334	0,07282	0,07230	0,07178	0,07126
	0,8	0,22652	0,22316	0,21981	0,21645	0,21310
	1,0	0,36089	0,35290	0,34491	0,33692	0,32892
0,1	0,5	0,17212	0,17160	0,17108	0,17057	0,17005
	0,8	0,37492	0,37161	0,36830	0,36499	0,36169
	1,0	0,52999	0,52213	0,51426	0,50640	0,49854
0,3	0,5	0,26937	0,26885	0,26834	0,26782	0,26731
	1,0	0,68762	0,67974	0,67187	0,66400	0,65614
0,5	1,0	0,84188	0,83388	0,82589	0,81790	0,80992

27. б)

a	x	k				
		1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
—0,3	0,5	—0,05594	—0,05585	—0,05576	—0,05566	—0,05555
	0,8	—0,04705	—0,04680	—0,04652	—0,04622	—0,04589
	1,0	—0,04856	—0,04818	—0,04775	—0,04729	—0,04679
—0,1	0,5	0,04377	0,04377	0,04378	0,04378	0,04379
	0,8	0,11228	0,11235	0,11243	0,11252	0,11262
	1,0	0,15072	0,15092	0,15113	0,15137	0,15162
0,1	0,5	0,14421	0,14433	0,14447	0,14462	0,14478
	0,8	0,27519	0,27603	0,27695	0,27796	0,27906
	1,0	0,35669	0,35843	0,36034	0,36243	0,36468
0,3	0,5	0,24539	0,24581	0,24629	0,24681	0,24737
	1,0	0,56869	0,57329	0,57825	0,58350	0,58898
0,5	1,0	0,78530	0,79327	0,80152	0,80983	0,81804

27. в)

a	x	k				
		0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
—0,3	0,5	—0,02869	—0,02921	—0,02973	—0,03025	—0,03077
	0,8	0,05595	0,05254	0,04912	0,04571	0,04230
	1,0	0,14084	0,13257	0,12430	0,11603	0,10775
—0,1	0,5	0,07134	0,07082	0,07030	0,06978	0,06925
	0,8	0,21481	0,21143	0,20804	0,20465	0,20127
	1,0	0,33323	0,32515	0,31707	0,30898	0,30089
0,1	0,5	0,17117	0,17065	0,17013	0,16961	0,16909
	0,8	0,37066	0,36730	0,36394	0,36058	0,35722
	1,0	0,51551	0,50757	0,49963	0,49168	0,48374
0,3	0,5	0,27082	0,27030	0,26978	0,26926	0,26874
	1,0	0,69005	0,68219	0,67433	0,66647	0,65861
0,5	1,0	0,85955	0,85171	0,84387	0,83603	0,82820

27. г)

a	x	k				
		0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
—0,3	0,5	—0,02314	—0,02291	—0,02268	—0,02245	—0,02223
	0,8	0,08463	0,08517	0,08570	0,08623	0,08674
	1,0	0,19929	0,19909	0,19887	0,19863	0,19836
—0,1	0,5	0,07438	0,07430	0,07422	0,07414	0,07407
	0,8	0,22883	0,22746	0,22609	0,22473	0,22338
	1,0	0,36284	0,35835	0,35389	0,34947	0,34509
0,1	0,5	0,17190	0,17152	0,17113	0,17075	0,17036
	0,8	0,37349	0,37025	0,36704	0,36384	0,36066
	1,0	0,52950	0,52100	0,51256	0,50419	0,49590
0,3	0,5	0,26944	0,26875	0,26806	0,26738	0,26669
	1,0	0,70103	0,68895	0,67694	0,66501	0,65316
0,5	1,0	0,87870	0,86365	0,84864	0,83367	0,81875

27. д)

a	x	k				
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
—0,3	0,5	—0,04277	—0,04297	—0,04316	—0,04336	—0,04356
	0,8	0,01531	0,01476	0,01421	0,01365	0,01310
	1,0	0,08254	0,08177	0,08100	0,08021	0,07942
—0,1	0,5	0,05827	0,05829	0,05830	0,05832	0,05833
	0,8	0,17961	0,17993	0,18024	0,18056	0,18088
	1,0	0,29098	0,29192	0,29286	0,29380	0,29474
0,1	0,5	0,15932	0,15954	0,15976	0,15999	0,16021
	0,8	0,34390	0,34508	0,34627	0,34745	0,34864
	1,0	0,49939	0,50202	0,50465	0,50729	0,50992
0,3	0,5	0,26036	0,26079	0,26123	0,26166	0,26209
	1,0	0,70775	0,71204	0,71631	0,72056	0,72479
0,5	1,0	0,91603	0,92192	0,92776	0,93352	0,93921

27. е)

a	x	k				
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
—0,3	0,5	—0,02905	—0,02905	—0,02906	—0,02907	—0,02909
	0,8	0,05661	0,05659	0,05657	0,05654	0,05651
	1,0	0,14695	0,14692	0,14687	0,14682	0,14677
—0,1	0,5	0,07097	0,07096	0,07096	0,07096	0,07096
	0,8	0,21655	0,21651	0,21646	0,21640	0,21634
	1,0	0,34661	0,34642	0,34620	0,34594	0,34565
0,1	0,5	0,17093	0,17091	0,17089	0,17086	0,17083
	0,8	0,37616	0,37595	0,37569	0,37540	0,37507
	1,0	0,54543	0,54473	0,54390	0,54295	0,54188
0,3	0,5	0,27084	0,27078	0,27071	0,27063	0,27054
	1,0	0,74344	0,74187	0,74003	0,73792	0,73556
0,5	1,0	0,94064	0,93786	0,93462	0,93092	0,92678

27. ж)

a	x			
	0,3	0,5	0,8	1,0
0,2	0,19993	0,19980	0,19949	0,19920
0,3	0,19989	0,19970	0,19923	0,19880
0,4	0,19986	0,19960	0,19898	0,19841
0,5	0,19982	0,19950	0,19872	0,19801
0,6	0,19978	0,19940	0,19847	0,19761
0,7	0,19975	0,19930	0,19822	0,19722
0,8	0,19971	0,19920	0,19796	0,19683
0,9	0,19968	0,19910	0,19771	0,19643
1,0	0,19964	0,19900	0,19746	0,19604
1,1	0,19960	0,19890	0,19720	0,19565
1,2	0,19957	0,19880	0,19695	0,19526
1,3	0,19953	0,19870	0,19670	0,19487
1,4	0,19950	0,19860	0,19645	0,19448
1,5	0,19946	0,19851	0,19620	0,19409
1,6	0,19942	0,19841	0,19595	0,19370
1,7	0,19939	0,19831	0,19569	0,19331
1,8	0,19935	0,19821	0,19544	0,19293
1,9	0,19932	0,19811	0,19519	0,19254
2,0	0,19928	0,19801	0,19494	0,19216
2,1	0,19925	0,19791	0,19470	0,19177
2,2	0,19921	0,19781	0,19445	0,19139
2,3	0,19917	0,19771	0,19420	0,19101
2,4	0,19914	0,19761	0,19395	0,19062
2,5	0,19910	0,19752	0,19370	0,19024
2,6	0,19907	0,19742	0,19345	0,18986

27. з)

n	x			
	0,4	0,6	0,8	1,0
1,0	0,97355	0,94107	0,89670	0,84147
1,5	0,97365	0,94159	0,89828	0,84517
2,0	0,97375	0,94209	0,89980	0,84865
2,5	0,97386	0,94259	0,90126	0,85194
3,0	0,97396	0,94307	0,90267	0,85506
3,5	0,97405	0,94354	0,90403	0,85801
4,0	0,97415	0,94401	0,90535	0,86082
4,5	0,97425	0,94446	0,90661	0,86348
5,0	0,97435	0,94491	0,90784	0,86603

28. a)

a	x			
	0,2	0,4	0,6	0,8
0,5	0,03394	0,05921	0,06732	0,05014
1,0	0,03610	0,06278	0,07102	0,05250
1,5	0,03853	0,06679	0,07515	0,05514
2,0	0,04127	0,07132	0,07980	0,05810
2,5	0,04440	0,07646	0,08508	0,06145
3,0	0,04800	0,08237	0,09112	0,06528
3,5	0,05217	0,08921	0,09809	0,06968
4,0	0,05707	0,09723	0,10625	0,07482
4,5	0,06289	0,10675	0,11592	0,08089
5,0	0,06993	0,11825	0,12756	0,08819
5,5	0,07861	0,13239	0,14186	0,09713
6,0	0,08955	0,15020	0,15983	0,10834

28. б)

i	x	a				
		0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
1	0,2	0,20261	0,20249	0,20237	0,20224	0,20211
	0,4	0,31383	0,31358	0,31331	0,31303	0,31273
	0,6	0,31995	0,31959	0,31922	0,31882	0,31840
	0,8	0,21436	0,21406	0,21375	0,21341	0,21306
2	0,2	0,20504	0,20492	0,20480	0,20467	0,20453
	0,4	0,31583	0,31558	0,31530	0,31501	0,31471
	0,6	0,31972	0,31936	0,31899	0,31859	0,31817
	0,8	0,21231	0,21201	0,21170	0,21136	0,21101
3	0,2	0,20721	0,20709	0,20696	0,20682	0,20668
	0,4	0,31756	0,31729	0,31702	0,31672	0,31641
	0,6	0,31944	0,31908	0,31870	0,31830	0,31788
	0,8	0,21046	0,21016	0,20985	0,20952	0,20917
4	0,2	0,20915	0,20902	0,20889	0,20875	0,20861
	0,4	0,31905	0,31878	0,31850	0,31821	0,31789
	0,6	0,31913	0,31877	0,31839	0,31798	0,31756
	0,8	0,20879	0,20850	0,20818	0,20785	0,20751

i	x	a				
		0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
5	0,2	0,21089	0,21077	0,21064	0,21049	0,21035
	0,4	0,32036	0,32009	0,31980	0,31950	0,31918
	0,6	0,31879	0,31843	0,31805	0,31764	0,31722
	0,8	0,20727	0,20698	0,20667	0,20634	0,20600

28. в)

i	x	a				
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	0,2	0,15809	0,15729	0,15650	0,15573	0,15498
	0,4	0,23649	0,23518	0,23390	0,23266	0,23144
	0,6	0,23577	0,23443	0,23313	0,23186	0,23063
	0,8	0,15675	0,15592	0,15511	0,15432	0,15355
2	0,2	0,15812	0,15731	0,15653	0,15576	0,15501
	0,4	0,23655	0,23525	0,23397	0,23272	0,23151
	0,6	0,23588	0,23455	0,23324	0,23197	0,23074
	0,8	0,15687	0,15603	0,15522	0,15443	0,15366
3	0,2	0,15814	0,15734	0,15655	0,15578	0,15503
	0,4	0,23662	0,23531	0,23403	0,23278	0,23157
	0,6	0,23599	0,23466	0,23335	0,23208	0,23084
	0,8	0,15698	0,15615	0,15533	0,15454	0,15377
4	0,2	0,15816	0,15736	0,15657	0,15580	0,15505
	0,4	0,23668	0,23538	0,23409	0,23285	0,23163
	0,6	0,23610	0,23477	0,23346	0,23218	0,23095
	0,8	0,15709	0,15626	0,15544	0,15465	0,15388
5	0,2	0,15818	0,15738	0,15659	0,15582	0,15507
	0,4	0,23675	0,23544	0,23416	0,23291	0,23169
	0,6	0,23621	0,23487	0,23356	0,23229	0,23105
	0,8	0,15721	0,15637	0,15555	0,15476	0,15399

28. г)

i	x	α				
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	0,2	0,18882	0,18844	0,18802	0,18755	0,18704
	0,4	0,28901	0,28825	0,28738	0,28642	0,28538
	0,6	0,29100	0,29002	0,28890	0,28767	0,28636
	0,8	0,19260	0,19184	0,19098	0,19004	0,18904
2	0,2	0,18883	0,18846	0,18804	0,18756	0,18705
	0,4	0,28897	0,28820	0,28733	0,28637	0,28534
	0,6	0,29082	0,28984	0,28872	0,28750	0,28618
	0,8	0,19236	0,19160	0,19074	0,18980	0,18880
3	0,2	0,18885	0,18848	0,18805	0,18758	0,18707
	0,4	0,28892	0,28816	0,28729	0,28633	0,28529
	0,6	0,29065	0,28967	0,28855	0,28732	0,28601
	0,8	0,19212	0,19136	0,19050	0,18956	0,18857
4	0,2	0,18887	0,18850	0,18807	0,18760	0,18709
	0,4	0,28888	0,28811	0,28725	0,28629	0,28525
	0,6	0,29048	0,28950	0,28838	0,28716	0,28584
	0,8	0,19189	0,19113	0,19027	0,18934	0,18834
5	0,2	0,18889	0,18852	0,18809	0,18762	0,18711
	0,4	0,28883	0,28807	0,28720	0,28624	0,28521
	0,6	0,29031	0,28933	0,28822	0,28699	0,28568
	0,8	0,19166	0,19090	0,19005	0,18911	0,18812

28. д)

i	x	α				
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
1	0,2	0,15691	0,15663	0,15637	0,15614	0,15592
	0,4	0,23327	0,23281	0,23239	0,23200	0,23165
	0,6	0,23198	0,23152	0,23109	0,23071	0,23037
	0,8	0,15447	0,15418	0,15393	0,15369	0,15349

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>a</i>				
		1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
2	0,2	0,15678	0,15650	0,15624	0,15601	0,15579
	0,4	0,23316	0,23270	0,23228	0,23190	0,23154
	0,6	0,23194	0,23147	0,23105	0,23067	0,23032
	0,8	0,15447	0,15418	0,15392	0,15369	0,15348
3	0,2	0,15667	0,15639	0,15613	0,15590	0,15568
	0,4	0,23307	0,23261	0,23219	0,23180	0,23145
	0,6	0,23190	0,23143	0,23101	0,23063	0,23028
	0,8	0,15446	0,15417	0,15391	0,15368	0,15348
4	0,2	0,15657	0,15630	0,15604	0,15581	0,15559
	0,4	0,23299	0,23253	0,23211	0,23172	0,23137
	0,6	0,23186	0,23139	0,23097	0,23059	0,23025
	0,8	0,15446	0,15417	0,15391	0,15368	0,15347
5	0,2	0,15649	0,15621	0,15596	0,15572	0,15551
	0,4	0,23292	0,23246	0,23204	0,23166	0,23131
	0,6	0,23183	0,23136	0,23094	0,23056	0,23022
	0,8	0,15445	0,15416	0,15390	0,15367	0,15347

28. е)

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>a</i>				
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	0,2	0,14294	0,14405	0,14534	0,14683	0,14860
	0,4	0,21470	0,21638	0,21833	0,22061	0,22331
	0,6	0,21631	0,21795	0,21987	0,22213	0,22485
	0,8	0,14583	0,14681	0,14798	0,14938	0,15109
2	0,2	0,14234	0,14346	0,14474	0,14624	0,14801
	0,4	0,21489	0,21658	0,21854	0,22083	0,22356
	0,6	0,21739	0,21905	0,22099	0,22328	0,22603
	0,8	0,14705	0,14805	0,14923	0,15065	0,15239

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>a</i>				
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
3	0,2	0,14176	0,14287	0,14416	0,14566	0,14742
	0,4	0,21503	0,21673	0,21870	0,22101	0,22375
	0,6	0,21838	0,22006	0,22202	0,22433	0,22711
	0,8	0,14818	0,14920	0,15040	0,15185	0,15361
4	0,2	0,14119	0,14230	0,14358	0,14508	0,14685
	0,4	0,21513	0,21684	0,21882	0,22114	0,22389
	0,6	0,21929	0,22098	0,22296	0,22530	0,22811
	0,8	0,14925	0,15028	0,15150	0,15296	0,15475
5	0,2	0,14063	0,14174	0,14302	0,14452	0,14629
	0,4	0,21519	0,21691	0,21890	0,22123	0,22399
	0,6	0,22013	0,22183	0,22383	0,22619	0,22902
	0,8	0,15025	0,15129	0,15253	0,15401	0,15582

28. ж)

<i>i</i>	<i>x</i>	<i>a</i>				
		0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1	0,2	0,17540	0,17562	0,17588	0,17617	0,17649
	0,4	0,24654	0,24694	0,24741	0,24793	0,24851
	0,6	0,23076	0,23122	0,23175	0,23235	0,23302
	0,8	0,14373	0,14406	0,14443	0,14485	0,14531
2	0,2	0,17544	0,17567	0,17592	0,17621	0,17654
	0,4	0,24669	0,24709	0,24755	0,24807	0,24865
	0,6	0,23101	0,23148	0,23201	0,23261	0,23328
	0,8	0,14399	0,14432	0,14469	0,14511	0,14558
3	0,2	0,17548	0,17571	0,17596	0,17625	0,17658
	0,4	0,24682	0,24722	0,24769	0,24821	0,24879
	0,6	0,23126	0,23172	0,23226	0,23286	0,23353
	0,8	0,14424	0,14457	0,14494	0,14536	0,14583

i	x	a				
		0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
4	0,2	0,17552	0,17574	0,17600	0,17629	0,17661
	0,4	0,24695	0,24735	0,24782	0,24834	0,24892
	0,6	0,23149	0,23196	0,23249	0,23310	0,23377
	0,8	0,14448	0,14481	0,14518	0,14560	0,14607
5	0,2	0,17555	0,17577	0,17603	0,17632	0,17665
	0,4	0,24707	0,24748	0,24794	0,24846	0,24905
	0,6	0,23171	0,23218	0,23272	0,23332	0,23399
	0,8	0,14471	0,14504	0,14541	0,14583	0,14630

28. з)

a	x					
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
8	—1,25874	—1,13927	—1,00291	—0,86417	—0,72844	—0,59498
9	—1,24994	—1,13121	—0,99563	—0,85774	—0,72294	—0,59046
10	—1,24127	—1,12326	—0,98845	—0,85140	—0,71751	—0,58601
11	—1,23273	—1,11543	—0,98138	—0,84516	—0,71217	—0,58162
12	—1,22430	—1,10771	—0,97441	—0,83900	—0,70690	—0,57730
13	—1,21600	—1,10010	—0,96754	—0,83294	—0,70170	—0,57303
14	—1,20782	—1,09260	—0,96077	—0,82696	—0,69658	—0,56883
15	—1,19975	—1,08520	—0,95409	—0,82106	—0,69154	—0,56469
16	—1,19179	—1,07791	—0,94750	—0,81525	—0,68656	—0,56060
17	—1,18394	—1,07071	—0,94101	—0,80952	—0,68165	—0,55658
18	—1,17620	—1,06362	—0,93460	—0,80386	—0,67681	—0,55261
19	—1,16857	—1,05662	—0,92829	—0,79829	—0,67204	—0,54869
20	—1,16103	—1,04972	—0,92206	—0,79279	—0,66733	—0,54482
21	—1,15361	—1,04291	—0,91591	—0,78736	—0,66269	—0,54101
22	—1,14628	—1,03620	—0,90985	—0,78201	—0,65811	—0,53725

a	x					
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
23	—1,13904	—1,02957	—0,90386	—0,77673	—0,65359	—0,53354
24	—1,13191	—1,02303	—0,89796	—0,77152	—0,64913	—0,52988
25	—1,12486	—1,01657	—0,89213	—0,76638	—0,64473	—0,52627
26	—1,11791	—1,01020	—0,88638	—0,76130	—0,64038	—0,52271
27	—1,11105	—1,00391	—0,88070	—0,75629	—0,63610	—0,51919
28	—1,10428	—0,99771	—0,87510	—0,75135	—0,63186	—0,51571
29	—1,09759	—0,99158	—0,86957	—0,74647	—0,62769	—0,51229
30	—1,09099	—0,98553	—0,86411	—0,74165	—0,62356	—0,50890
31	—1,08447	—0,97955	—0,85871	—0,73689	—0,61949	—0,50556
32	—1,07803	—0,97365	—0,85339	—0,73219	—0,61547	—0,50226
33	—1,07168	—0,96783	—0,84813	—0,72755	—0,61150	—0,49901
34	—1,06540	—0,96208	—0,84294	—0,72297	—0,60758	—0,49579
35	—1,05920	—0,95639	—0,83781	—0,71845	—0,60371	—0,49261
36	—1,05307	—0,95078	—0,83274	—0,71398	—0,59989	—0,48947
37	—1,04702	—0,94523	—0,82774	—0,70956	—0,59611	—0,48637
38	—1,04104	—0,93976	—0,82279	—0,70520	—0,59238	—0,48331
39	—1,03514	—0,93434	—0,81791	—0,70089	—0,58869	—0,48029
40	—1,02930	—0,92900	—0,81308	—0,69664	—0,58505	—0,47730
41	—1,02354	—0,92371	—0,80832	—0,69243	—0,58145	—0,47435
42	—1,01784	—0,91849	—0,80360	—0,68828	—0,57790	—0,47143
43	—1,01221	—0,91333	—0,79895	—0,68417	—0,57438	—0,46855
44	—1,00664	—0,90823	—0,79434	—0,68011	—0,57091	—0,46570
45	—1,00114	—0,90319	—0,78979	—0,67610	—0,56748	—0,46288
46	—0,99570	—0,89820	—0,78530	—0,67213	—0,56409	—0,46010
47	—0,99032	—0,89328	—0,78085	—0,66821	—0,56074	—0,45735
48	—0,98301	—0,88841	—0,77646	—0,66434	—0,55742	—0,45463

Глава IV

1. а) $C = A'2 + B$; б) $Z = (X + Y)'(5 : 3)$;
 в) $Y/I/ = X/I/ \cdot 2 + A'(-2)$;
 г) $Y/I, J/ = (A/I/ + B/J/)'3$;
 д) $C = (A'(1 : 2) + B'(3 : 2))'(-3)$;
 е) $X.Y + A_{\perp} (= Z)$;
 ж) $A.X'2 - SIN(X'(1 : 2))'2_{\perp} (= B)$;
 з) $A.Y + C'(-2)_{\perp} 1,5$;
 и) $X'(A + B.Y)_{\perp} = Z$.

2. а) граница
 +9999998+00
 +1000000+01
 +5000063+00
 +1666674+00
 +4163500-01
 +8329800-02
 +1439300-02
 +2040000-03
 граница
 граница
 -2735000+00
 +1362850-01
 +2986670-03
 -9800766+00
 +7766000-02
 -6738950-01
 +6847500-05
 +3004005-01
 граница

ВВОД \leftarrow A (8), X (8) ∇_{Δ}

в) граница

+1
 +2
 +4
 +3
 +1
 +2
 +2
 +5
 +2
 граница

ВВОД \leftarrow : A (9 \leftarrow 3,3), B (9 \leftarrow 3,3) ∇_{Δ}

б) граница
 + 2,0
 + 3,75
 +13,0
 граница
 граница
 + 2,753
 - 0,027
 + 0,937
 - 1,128
 +21,217
 граница
 граница
 + 0,0129
 + 0,7002
 - 0,3027
 - 3,0045
 + 0,0016
 граница

ВВОД \leftarrow A, B, C, X (5), Y (5) ∇_{Δ}

граница

+2
 +5
 +0
 +1
 +1
 +3
 +3
 +4
 +2
 граница

3. а) Наименование двумерного массива 2B начинается с цифры, что недопустимо;

б) ошибок нет;

в) ошибок нет;

г) в массиве B число элементов двумерного массива указано переменной R. Этого делать нельзя. Число элементов указывается целым положительным числом;

д) в двумерном массиве B вместо символа « \leftarrow » стоит символ «.», а вместо «.» символ «,»;

е) ошибок нет;

ж) не определена переменная R.

4. - ВВОД \leftarrow A (16 \leftarrow 4.4), B (16 \leftarrow 4.4), C (16 \leftarrow 4.4), D (16 \leftarrow 4.4) ∇_{Δ}

МАССИВ \leftarrow T (16 \leftarrow 4.4), E (16 \leftarrow 4.4), S (16 \leftarrow 4.4) ∇_{Δ}

5. ВВОД \leftarrow A (16 \leftarrow 4.4), B (16 \leftarrow 4.4), C (16 \leftarrow 4.4), D (16 \leftarrow 4.4) ∇_{Δ}

МАССИВ \leftarrow T (16 \leftarrow 4.4) ∇_{Δ}

НАЗВАТЬ \leftarrow E (16 \leftarrow 4.4) = A \leftarrow S (16 \leftarrow 4.4) = B ∇_{Δ}

6. а) ВЫЧИСЛИТЬ \leftarrow Y = (A.X + B)' (1 : 2) : (X'3 + C)'2 + A.B.X : (A.X'2 + B.X + C) ∇_{Δ}

- б) ВЫЧИСЛИТЬ $Y = (SIN(X)^2 + LN(X)) : ARCSIN(X) \text{---} Z = ((COS(X) + SIN(Y))^2 : ARCTG(X)^4)' (1 : 3) \nabla_{\Delta}$
- в) ВЫЧИСЛИТЬ $Y = A.SIN(X^2) + B.COS(X) : (C.X^2) \text{---} Z = A.X.Y : \{LN(X.Y)^2\}' (1 : 3) \text{---} T = (Z^2 + X'(-2) + Y^2)^3.EXP(X.Y.Z) \nabla_{\Delta}$
- г) ВЫЧИСЛИТЬ $Y = ((A.X + B.TG(X)) : (C.X^2))' ((2.X + B) : (D.X^2)) \text{---} Z = (A.X^3 + B.X'(2 : 5) + C.X'(-1))' SIN(X) \text{---} T = (SIN(X)^3 + COS(X)^2 + TG(X^2)) : (2.SIN(X) + X^3)' (1 : 2) \nabla_{\Delta}$
7. а) ИНТЕГРАЛ $\text{---} T$ (ОТ $\text{---} 0,0 \text{---}$ ДО $\text{---} 1,5707 \text{---}$ ШАГ $\text{---} 0,01 \text{---}$ ТОЧНОСТЬ --- Ю --- 4) $FX = 1 : (1 - 0,5.SIN(X)^2)' (1 : 2) \nabla_{\Delta}$
- б) ИНТЕГРАЛ $\text{---} R$ (ОТ $\text{---} 0 \text{---}$ ДО $\text{---} 1 \text{---}$ ШАГ --- Ю --- 1 --- ТОЧНОСТЬ --- Ю --- 3) $FX = 1 : ((X^2 + 1).(3.X^2 + 4))' (1 : 2) \nabla_{\Delta}$
- в) ИНТЕГРАЛ $\text{---} S$ (ОТ $\text{---} -1 \text{---}$ ДО $\text{---} 1 \text{---}$ ШАГ $\text{---} 0,01 \text{---}$ ТОЧНОСТЬ --- Ю --- 5) $RX = X^5.COS(3.ARCCOS(X)) : (1 + X^2)' (1 : 2) \nabla_{\Delta}$
- г) ИНТЕГРАЛ $\text{---} N$ (ОТ $\text{---} 0,5 \text{---}$ ДО $\text{---} 3,2 \text{---}$ ШАГ $\text{---} 0,01 \text{---}$ ТОЧНОСТЬ --- Ю --- 4) $RX = (x^2 + 0,5X + 2) : (SIN(X)^2 + X^4 + 0,5.X'(-3)) \nabla_{\Delta}$

8. ВВОД $\text{---} B(4), A(16 \text{---} 4.4) : N \nabla_{\Delta}$

АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМА $\text{---} (N, A, B) \nabla_{\Delta}$

граница	граница	граница
+1,55	+1,12	+4
+1,65	+0,13	граница
+1,75	+0,14	
+1,85	+0,15	
граница	+0,16	
	+1,17	
	+0,18	
	+0,19	
	+0,20	
	+0,21	
	+1,22	
	+0,23	
	+0,24	
	+0,25	
	+0,26	
	+1,27	
	граница	

9. а)

3. ВВОД $\text{---} A, B, X(100) \nabla_{\Delta}$
 МАССИВ $\text{---} Y(100) \nabla_{\Delta}$
4. ВЫЧИСЛИТЬ $\text{---} Z = X/I \text{---} Y/I = A.Z^3 + COS(Z) : (Z + B) \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\text{---} 4 \text{---} I = 1 \text{---} (1) \text{---} 100 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $\text{---} \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $\text{---} 3 \nabla_{\Delta}$

Подстановка $Z = X/I$ упрощает автокодovou программу и, самое главное, составленную транслятором рабочую программу.

б)

1. ВВОД $\text{---} X(20) \nabla_{\Delta}$

- МАССИВ $_Y (20) \nabla_{\Delta}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_E = X / I / _Y / I / = (A.SIN (E)'3 + E' (3 : 5)) : LN ((E + A)'2) \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $_2 _I = 1 _ (1).A = 0 _ (0,05).20 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$
 в) ∇_{Δ}
 13. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y = 0 \nabla_{\Delta}$
 19. ВЫЧИСЛИТЬ $_Z = (0,2 + N)' (2 : 3) _Y = Y + Z \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $_19 _N = 1 _ (1) _ (= 100,1 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_13 \nabla_{\Delta}$

10. а) ∇_{Δ}
 5. ВВОД $_A, B, C, X (10) \nabla_{\Delta}$
 МАССИВ $_Y (10) \nabla_{\Delta}$
 10. ВЫЧИСЛИТЬ $_E = X / I / \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_E _ = 1 _ \text{ТО} _6 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Y / I / = A.E'3 + B.E'2 + C \nabla_{\Delta}$
 ПЕРЕЙТИ $_7 \nabla_{\Delta}$
 6. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y / I / = A.SIN (E)'2 + B.E \nabla_{\Delta}$
 7. ПОВТОРИТЬ $_10 _I = 1 _ (1) _10 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_5 \nabla_{\Delta}$

- б) ∇_{Δ}
 1. ВВОД $_A, B, C \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_D = B'2 - 4.A.C _Z = 2.A \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_D _ (0 _ \text{ТО} _2 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = (-B + D' (1 : 2)) : Z _X2 = (-B - D' (1 : 2)) : Z \nabla_{\Delta}$
 ПЕРЕЙТИ $_3 \nabla_{\Delta}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_E = -B : Z _F = (-D)' (1 : 2) : Z \nabla_{\Delta}$
 3. КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$

- в) ∇_{Δ}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_X0 = 0,2 \nabla_{\Delta}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = 1 - (EXP (X0).0,5)' (1 : 2) \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_MOD (X1 - X0) _ (= Ю - 5 _ \text{ТО} _3 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_X0 = X1 \nabla_{\Delta}$
 ПЕРЕЙТИ $_2 \nabla_{\Delta}$

3. КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

11.

∇_{Δ}

1. ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} N = 1 \nabla S = 0,01 \nabla X = 0 \nabla_{\Delta}$
2. ВЫПОЛНИТЬ $\nabla_{\Delta} 11$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} R = F^2 + \cos(F) \nabla X = X + R \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 2 \nabla 10$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} N = 1 \nabla S = 0,01 \nabla X \nabla Y = 0 \nabla_{\Delta}$
3. ВЫПОЛНИТЬ $\nabla_{\Delta} 11$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} R = F' (1 : 2) \cdot \exp(F) \nabla Y = Y + R \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 3 \nabla 10$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} N = 1 \nabla S = 0,1 \nabla Y \nabla Z = 0 \nabla_{\Delta}$
4. ВЫПОЛНИТЬ $\nabla_{\Delta} 11$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} R = F \cdot \ln(F^2 + 1) \nabla Z = Z + R \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 4 \nabla 10$
 КОНЕЦ ∇_{Δ}

11. ПОДПРОГРАММА ∇_{Δ}

ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} F = S^2 + N \cdot S + 0,1 \nabla N = N + 1 \nabla_{\Delta}$
 ВЫХОД ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

12. а)

∇_{Δ}

1. ВВОД $\nabla_{\Delta} H, A (50) \nabla_{\Delta}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} E = A / I \nabla_{\Delta}$
 ИНТЕГРАЛ $\nabla_{\Delta} S$ (ОТ $\nabla_{\Delta} 0,2$ ДО $\nabla_{\Delta} 1,3$ ШАГ $\nabla_{\Delta} H$ ТОЧНОСТЬ $\nabla_{\Delta} Ю -$
 4) $\nabla_{\Delta} F X = \cos(X)^2 : (E + \sin(X^2)) \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ $\nabla_{\Delta} E, S \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 2 \nabla I = 1 \nabla (1) \nabla 50 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

б)

∇_{Δ}

1. ВВОД $\nabla_{\Delta} A (20), X (30) \nabla_{\Delta}$
 МАССИВ $\nabla_{\Delta} Y (600 \nabla 20,30) \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} Z = 0 \nabla_{\Delta}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\nabla_{\Delta} Y / I, J / = A / I \cdot X / j^3 + (A / I) \cdot \sin(X / j^3) =$
 $(1 : 2) \nabla Z = Z + Y / I, J \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 2 \nabla I = 1 \nabla (1) \nabla 20 \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\nabla_{\Delta} 2 \nabla J = 1 \nabla (1) \nabla 30 \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ $\nabla_{\Delta} Z, Y (20,30) \nabla_{\Delta}$

КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

13. а) НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 4 ЗНАКА ∇_{Δ} 10 В /2,1/ (1.4) ∇_{Δ}
 б) НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 4 ЗНАКА ∇_{Δ} 10 В /3,1/, 10 В /3,2/,
 10 В /3,3/, 10 В /3,4/ ∇_{Δ}
 в) НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 4 ЗНАКА ∇_{Δ} 10 В /1,3/ (5.1) ∇_{Δ}
 г) НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 4 ЗНАКА ∇_{Δ} 10 В /1,4/, 10 В /2,4/,
 10 В /3,4/, 10 В /4,4/, 10 В /5,4/ ∇_{Δ}
 д) НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 4 ЗНАКА ∇_{Δ} 10 В /1,1/ (5.1), 10 В /1,2/ (5.1), 10 В /1,3/ (5.1), 10 В /1,4/ (5.1) ∇_{Δ}

14. НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ ∇_{Δ}

1. ВВОД ∇_{Δ} А, В, С ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $D = B^2 - 4.A.C.Z = 2.A^{\nabla_{\Delta}}$
 ЕСЛИ ∇_{Δ} $D \leq 0$ ТО ∇_{Δ} 2 ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $X1 = (-B + D' (1 : 2)) : Z$ ∇_{Δ} $X2 = (-B - D' (1 : 2)) : Z$ ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ ∇_{Δ} ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ КОРНИ ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ НА ТЕЛЕТАЙПЕ ∇_{Δ} 5 ЗНАКОВ ∇_{Δ} $X1, X2$ ∇_{Δ}
 ПЕРЕЙТИ ∇_{Δ} 3 ∇_{Δ}
 2. НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ ∇_{Δ} КОМПЛЕКСНЫЕ КОРНИ ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $E = -B : Z$ ∇_{Δ} $F = (-D') (1 : 2) : Z$ ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ ∇_{Δ} КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРИ ∇_{Δ}
 ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ И МНИМОЙ ЧАСТЯХ ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ НА ТЕЛЕТАЙПЕ ∇_{Δ} 5 ЗНАКОВ ∇_{Δ} E, F ∇_{Δ}
 3. КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

15. ∇_{Δ}

1. НАЗВАТЬ ∇_{Δ} А = 2.3.4 ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $X = 0.9$ ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $Y = A / 1/.X^3 + A / 2/.SIN (X) + 1 : TG (X) +$
 $A / 3/.EXP (X)$ ∇_{Δ}
 НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ ∇_{Δ} X, Y ∇_{Δ}
 КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО ∇_{Δ}

16. ∇_{Δ}

1. ВВОД ∇_{Δ} А, В, С, X ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} $Y = (A . (SIN (X)^2)' (1 : 5) - LN (B.SIN (X)))' 2$
 $((A^2 + B^2 + C^2)^2)' (1 : 3)$ ∇_{Δ}

НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Х, Y^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_1 Δ^{\vee}

17. Δ^{\vee}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 0,27 \neg Y = (0,25.SIN(X) - 1,25.ARCSIN(X^2)) : (0,75.X' (1 : 3).EXP(SIN(X)) + LN(1,36 + X^2)^3)_{\Delta}^{\vee}$
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Х, Y^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_1 Δ^{\vee}
18. Δ^{\vee}
 127. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 1,12 \neg Y = (((2 : 3).X^3 - (5 : 6).SIN(X^2)^2)' (1 : 2) + TG((7 : 5).X))' EXP((3 : 8).x^3)^3)_{\Delta}^{\vee}$
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Х, Y^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_127 Δ^{\vee}
19. Δ^{\vee}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 1,1 \neg Y = (ARCTG(X^3)^3 + 1,1.(1 : COS(X'(1 : 3))))^3 : (0,43429.LN(1,1.X) + (0,43429.LN(1,2.X^4))^3)_{\Delta}^{\vee}$
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Х, Y^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_1 Δ^{\vee}
20. Δ^{\vee}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 0,5 \neg Y = (X^2 + 2.TG(X^3) + 3.TG(4.X^3)) : (0,43429.LN((1,0 + 2^2 + 3^2)^3)) \neg Z = (LN(SIN(X'(1 : 2))) + SIN(LN(Y'(1 : 2)))) : ((1 : 2).(EXP(X) - EXP(-X)) + (1 : 2).(EXP(X) + EXP(-X))) \neg T = (((1 : 2).(EXP(X^3) - EXP(-X^3)))^2 + ((1 : 2).(EXP(Y'(-2)) + EXP(-Y'(-2))))^3 + (0,43429.LN(Z^4))^3)^2)_{\Delta}^{\vee}$
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_6_ЗНАКОВ_Х, Y, Z, T^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_1 Δ^{\vee}
21. Δ^{\vee}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 1,21 \neg Y = (0,17.X^3 + (SIN(X)^2 + COS(X^2))' (1 : 2) (1,75.LN(X) + EXP(X))) : ((2.X'(-2) + 3.SIN(LN(X^3)))^3 : (7.X - SIN(X^2) + EXP(X^2))^2 + 7.X^3)^3)_{\Delta}^{\vee}$
 НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Х, Y^{\vee}_{Δ}
 КОНЕЦ_ Δ^{\vee}
 НАЧАЛО_1 Δ^{\vee}

24. В программе нет заголовка.

25. Конец оператора ВЫЧИСЛИТЬ должен быть записан так: ...
(3 : 2)))' (1 : 2))'3 ∇_{Δ} . После слова НАЧАЛО опущена 1. Должно быть: НАЧАЛО ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ}

26. НАХОЖДЕНИЕ ∇_{Δ} СУММЫ ∇_{Δ}

1. ВВОД ∇_{Δ} А (50), В (50), Х (50) : N ∇_{Δ}

5. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Z = (A / I / + B / I /).X / I /'2 ∇_{Δ} Y = Y + Z ∇_{Δ}

ПОВТОРИТЬ ∇_{Δ} 5 ∇_{Δ} I = 1 ∇_{Δ} (1) ∇_{Δ} N ∇_{Δ}

НАПЕЧАТАТЬ ∇_{Δ} НА ∇_{Δ} БПМ ∇_{Δ} Y ∇_{Δ}

КОНЕЦ ∇_{Δ}

НАЧАЛО ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ}

Оператор ВВОД резервирует по 50 ячеек памяти для массивов А, В, Х и, если $n < 50$, то какая-то часть ячеек памяти не будет использована.

27. ∇_{Δ}

1. ВВОД ∇_{Δ} А (50), В (50), Х (50) : N ∇_{Δ}

ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Y = 1 ∇_{Δ}

5. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Z = (A / I / .X / I /'2 + B / I / .SIN (X / I /))'3 ∇_{Δ} Y = Y .Z ∇_{Δ}

ПОВТОРИТЬ ∇_{Δ} 5 ∇_{Δ} I = 1 ∇_{Δ} (1) ∇_{Δ} N ∇_{Δ}

НАПЕЧАТАТЬ ∇_{Δ} НА ∇_{Δ} БПМ ∇_{Δ} Y ∇_{Δ}

КОНЕЦ ∇_{Δ}

НАЧАЛО ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ}

28. ∇_{Δ}

1. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Y = A + B.EXP (X'3) ∇_{Δ}

НАПЕЧАТАТЬ ∇_{Δ} НА ∇_{Δ} ТЕЛЕТАЙПЕ ∇_{Δ} 5 ∇_{Δ} ЗНАКОВ ∇_{Δ} А, В, Х, Y ∇_{Δ}

ПОВТОРИТЬ ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ} А = 1 ∇_{Δ} (0,5).B = 2 ∇_{Δ} (0,4).X = - 1 ∇_{Δ} (0,3).10 ∇_{Δ}

КОНЕЦ ∇_{Δ}

НАЧАЛО ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ}

29. ∇_{Δ}

1. ВВОД ∇_{Δ} А (6), В (6) ∇_{Δ}

5. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Y = (A / I / .SIN (X'3) + B / I / .COS (X)'2 + X'2)' (3:2) ∇_{Δ}

НАПЕЧАТАТЬ ∇_{Δ} НА ∇_{Δ} БПМ ∇_{Δ} Y ∇_{Δ}

ПОВТОРИТЬ ∇_{Δ} 5 ∇_{Δ} X = 1 ∇_{Δ} (0,1).I = 1 ∇_{Δ} (1) ∇_{Δ} 6 ∇_{Δ}

КОНЕЦ ∇_{Δ}

НАЧАЛО ∇_{Δ} 1 ∇_{Δ}

30. ∇_{Δ}

1. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} X = 1 ∇_{Δ} А = 0,1 ∇_{Δ} В = 0,2 ∇_{Δ}

5. ВЫЧИСЛИТЬ ∇_{Δ} Y = A.X'3 ∇_{Δ}

ВЫЧИСЛИТЬ $_X = X + 0,5 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Z = B.Y.X \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_БПМ_X, Y, Z \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_X_ (= 10_ТО_5 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$

В данном случае три оператора ВЫЧИСЛИТЬ могут быть объединены в один.

1. ВЫЧИСЛИТЬ $_X = 1_A = 0,1_B = 0,2 \nabla_{\Delta}$
 5. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y = A.X'3_X = X + 0,5_Z = B.Y.X \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_БПМ_X, Y, Z \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_X_ (= 10_ТО_5 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$

31. ∇_{Δ}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_A = 1 \nabla_{\Delta}$
 2. ИНТЕГРАЛ $_S (ОТ_1_ДО_2_ШАГ_0,1_ТОЧНОСТЬ_Ю - 4) _FX =$
 $EXP(A.X'2) : (1 + X'3) \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_A = A + 0,5 \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_БПМ_S \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_A_ (= 5_ТО_2 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$

32. ∇_{Δ}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y = A.B'3 + EXP(X'2) \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_Y_) 5_ТО_6 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Z = (A.EXP(Y) + B.SIN(Y))'3 \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_БПМ_A, B, X, Y, Z \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $_1_A = 1_ (0,1).B = 1_ (0,1).X = 0,1_ (0,5) \nabla_{\Delta}$
 6. КОНЕЦ $_ \nabla_{\Delta}$
 НАЧАЛО $_1 \nabla_{\Delta}$

33. ∇_{Δ}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_X0 = 0,6 \nabla_{\Delta}$
 5. ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = X0 - (3.X0 - COS(X0) - 1) : (3 + SIN(X0)) _Z =$
 $MOD(X1 - X0) \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $_Z_ (Ю - 5_ТО_6 \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $_НА_ТЕЛТАЙПЕ_5_ЗНАКОВ_X0 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_X0 = X1 \nabla_{\Delta}$

ПЕРЕЙТИ_5 ∇ Δ

6. НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_5_ЗНАКОВ_Х0, Х1 ∇ Δ
КОНЕЦ_ ∇ Δ
НАЧАЛО_1 ∇ Δ

34. ∇ Δ

1. ВВОД_А, В, С, D, Х, Y ∇ Δ .
ВЫЧИСЛИТЬ_ $P = 1 _ R = 1 _ S = 1 _ T = 1 _ X2 = X.X _ Y2 = Y.Y$ ∇ Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_ $P = P.X _ R = R.Y _ S = S.X2 _ T = T.Y2$ ∇ Δ
ПОВТОРИТЬ_2_10 ∇ Δ
ВЫЧИСЛИТЬ_ $Z = (A.T + B.P.R + C.S + D).X$ ∇ Δ
НАПЕЧАТАТЬ_НА_ТЕЛЕТАЙПЕ_5_ЗНАКОВ_Х, Y, Z ∇ Δ
КОНЕЦ_ ∇ Δ
НАЧАЛО_1 ∇ Δ

35. ∇ Δ

1. ВВОД_Х (20), Y (20) ∇ Δ
МАССИВ_D (10), Z (10) ∇ Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_ $Z / I / = (X / K / Y / K - 1 / + X / K - 1 / Y / K)^3$ ∇ Δ
ВЫЧИСЛИТЬ_ $P = P + 1 _ D \mid I \mid = P$ ∇ Δ
ПОВТОРИТЬ_2_K = 2_(2).I = 1_(1)_10 ∇ Δ
НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ_5_ЗНАКОВ_2_ : D (10), 15_Z (10) ∇ Δ
КОНЕЦ_ ∇ Δ
НАЧАЛО_1 ∇ Δ

36. ∇ Δ

1. ВЫЧИСЛИТЬ_ $A = SIN (E)^2 _ B = B + A _ C = X.COS(Y) _ D = D + C$ ∇ Δ
ПОВТОРИТЬ_1_E = 0,12_(0,02).X = 0,1_(0,02).Y = 0,2_(0,1).10 ∇ Δ
ВЫЧИСЛИТЬ_ $Z = B.D$ ∇ Δ
НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Z ∇ Δ
КОНЕЦ_ ∇ Δ
НАЧАЛО_1 ∇ Δ

37. ∇ Δ

- МАССИВ_Х (10), Y (10) ∇ Δ
1. ВЫЧИСЛИТЬ_ $Y0 = 0 _ X0 = 0$ ∇ Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_ $Y / I / = Y0 + 0,1.(1 + 0,2.Y0.SIN (X0) - Y0^2) _ Y0 =$
 $Y / I / _ X0 = X0 + 0,1 _ X / I / = X0$ ∇ Δ
ПОВТОРИТЬ_2_I = 1_(1)_10 ∇ Δ
НАПЕЧАТАТЬ_ТАБЛИЦУ_4_ЗНАКА_3_Х (10), 10_Y (10) ∇ Δ

КОНЕЦ_Δ
НАЧАЛО_1Δ

38. Пропущен оператор МАССИВ
? ВСТАВИТЬ_0102Δ
МАССИВ_У (10)Δ

39. В операторе НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ нельзя указывать отдельный элемент массива.

? ЗАМЕНИТЬ_0104Δ
НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Е, УΔ

40. Δ

1. ВВОД_А, В, D, X (10)Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_Е = X / I / Δ
ЕСЛИ_Е_ = D_ТО_3Δ
ВЫЧИСЛИТЬ_У = A.COS (E) + B.SIN (E)Δ
ПЕРЕЙТИ_4Δ
3. ВЫЧИСЛИТЬ_У = A.EXP (E) + B.LN (E)Δ
4. НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Е, УΔ
ПОВТОРИТЬ_2_I = 1_(1)_10Δ
КОНЕЦ_Δ
НАЧАЛО_1Δ

41. Δ

1. ВВОД_А, В, C, X (10)Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_Е = X / I / Δ
ЕСЛИ_Е_ = 2_ТО_4Δ
ЕСЛИ_Е_ = 1_ТО_3Δ
ВЫЧИСЛИТЬ_У = A.E'2 + B.E + CΔ
ПЕРЕЙТИ_5Δ
3. ВЫЧИСЛИТЬ_У = B.E'3 + CΔ
ПЕРЕЙТИ_5Δ
4. ВЫЧИСЛИТЬ_У = EΔ
5. НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ_Е, УΔ
ПОВТОРИТЬ_2_I = 1_(1)_10Δ
КОНЕЦ_Δ
НАЧАЛО_1Δ

42. Δ

1. ВЫЧИСЛИТЬ_А = - 1,2_В = 1,5_ZA = A'3 - 7.A'2 + 15.A - 9Δ
2. ВЫЧИСЛИТЬ_Н = (A + B) : 2_ZB = H'3 - 7.H'2 + 15.H - 9Δ

45. ∇_{Δ}
 МАССИВ $_X(10), Y(10)_{\Delta}^{\nabla}$
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y0 = 0_X0 = 0_{\Delta}^{\nabla}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y1 = Y0_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_4_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Y1 = Y0 + 0,05.Z_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_4_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Y / I / = Y0 + 0,1.Z_Y0 = Y / I / _X / I / = X0_{\Delta}^{\nabla}$
 ПОВТОРИТЬ $_2_I = 1_ (1) _10_{\Delta}^{\nabla}$
 НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ $_4_ЗНАКА_3_X(10), 8_Y(10)_{\Delta}^{\nabla}$
 КОНЕЦ $__{\Delta}^{\nabla}$
 4. ПОДПРОГРАММА $__{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Z = \cos(Y1) : (1 + X0) - 0,5.Y1_2_X0 = X0 + 0,05_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫХОД $__{\Delta}^{\nabla}$
 НАЧАЛО $_1_{\Delta}^{\nabla}$
46. ∇_{Δ}
 МАССИВ $_X(10), Y(10)_{\Delta}^{\nabla}$
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y0 = 0_X0 = 0_{\Delta}^{\nabla}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_Y1 = Y0_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_3_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Y1 = Y1 + 0,1.Z_Z1 = Z_X0 = X0 + 0,1_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_3_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Y / I / = Y0 + 0,05.(Z + Z1)_Y0 = Y = Y / I / _X / I / = X0_{\Delta}^{\nabla}$
 ПОВТОРИТЬ $_2_I = 1_ (1) _10_{\Delta}^{\nabla}$
 НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ $_4_ЗНАКА_3_X(10), 10_Y(10)_{\Delta}^{\nabla}$
 КОНЕЦ $__{\Delta}^{\nabla}$
 3. ПОДПРОГРАММА $__{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_Z = 1 - \sin(X0 + Y1) - 0,3.Y1 : (2 + X0)_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫХОД $__{\Delta}^{\nabla}$
 НАЧАЛО $_1_{\Delta}^{\nabla}$
47. ∇_{Δ}
 1. ВЫЧИСЛИТЬ $_X0 = -1,9_{\Delta}^{\nabla}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $_X1 = X0 - (X0^2 + 4.\sin(X0)) : (2.X0 + 4.\cos(X0))_X0 = X1_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_11_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $_E = F_X1 = X0 - Ю - 4_{\Delta}^{\nabla}$
 ВЫПОЛНИТЬ $_11_{\Delta}^{\nabla}$
 ЕСЛИ $_E.F_ (= 0_ТО_20_{\Delta}^{\nabla}$

$$\text{ВЫЧИСЛИТЬ } X1 = X0 + Y - 4 \nabla$$

ВЫПОЛНИТЬ 11

$$\text{ЕСЛИ } E.F \rightarrow 0 \text{ ТО } 2 \nabla_{\lambda}$$

20. НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ Х0, Х1

КОНЕЦ_X

11. ПОДПРОГРАММА ∇_{λ}

ВЫЧИСЛИТЬ $F = X^2 + 4 \cdot \sin(X)$

ВЫХОД_У

НАЧАЛО ∇_{Δ}

48. В первом операторе ЕСЛИ после слова ТО_ надо поставить 3, а не 4. Слово КОНЕЦ должно стоять после оператора 3. НАПЕЧАТАТЬ_НА_БПМ.

? ЗАМЕНИТЬ_0111

ЕСЛИ $F1.F (= 0 \text{ ТО } 3 \nabla$

ВСТАВИТЬ_0115_Δ[∇]

КОНЕЦ_ ∇_{Δ}

УДАЛИТЬ_0203_Λ∇

49. ∇
 Δ

$$1. \text{ВВОД}_{\perp C, E, A(21):N, M1} \nabla$$
$$\text{МАССИВ}_X(100), Y(100) \nabla$$

5. ВЫЧИСЛИТЬ $\perp X / I / = X \perp Y / I / = 0_{\lambda}^{\nabla}$

6. ВЫЧИСЛИТЬ $\underline{Y} / I / = Y / I / . X / I / + A / J / \nabla$

ПОВТОРИТЬ 6 J = 1 (1) M1 ∇

ПОВТОРИТЬ 5. $X = C(E).I = 1(1)N$

НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ 5 ЗНАКОВ 10 X (N), 20 Y (N) ∇

КОНЕЦ_Δ

НАЧАЛО_1 ∇

50. $\nabla \Delta$

1. ВВОД-Z (11), X (14), Y (14)Y

4. ВЫЧИСЛИТЬ $Z = Z/\dot{Y}/\nabla_{\Lambda}$

2. ВЫЧИСЛИТЬ $\perp P = Z - \bar{X} / I / \nabla_{\Delta}$

ЕСЛИ $P_{\perp} = 0$ ТО 5∇

10. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Q = (Z \frac{X}{I-1}) : 0,001 \neg V1 = Y / I - Y / I - 1 \neg$

$$V_2 = Y/I + 1/I - Y/I/\Delta$$
$$\text{Вычислить } \underline{W} = V_2 - V_1 \cdot U \equiv Y / (1 - 1/\mp V_1 \cdot Q \mp W \cdot Q \cdot (Q=1)):$$

2,0 Δ
ΠΕΡΙ

ПЕРЕИТІСЬ
ПОВТОРИТЬ

5. ПОВТОРИТЕ $\neg \neg \neg \equiv \neg(1)_{\Delta}$

6. $\text{HAIIE} \mathcal{C} \text{A} \text{I} \text{A} \text{I} \text{B} \vdash \text{HA} \vdash \text{BIM} \vdash \mathcal{Z}$, \mathcal{U}_Δ

ПОВТОРИТЬ $\leftarrow 4 \leftarrow J = 1 \leftarrow (1) \leftarrow 1 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО $\leftarrow 1 \nabla_{\Delta}$

51. ∇_{Δ}

1. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X0 = 0,5 \nabla_{\Delta}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X1 = X0 - (1 - X0' (-A) + (1 - X0)' (-A)) : (A.(X0' (-A - 1) + (1 - X0)' (A - 1))) \leftarrow X0 = X1 \nabla_{\Delta}$
 ВЫПОЛНИТЬ $\leftarrow 4 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow E = F \leftarrow X1 = X0 - Ю - 5 \nabla_{\Delta}$
 ВЫПОЛНИТЬ $\leftarrow 4 \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $\leftarrow E.F \leftarrow (= 0 \leftarrow ТО \leftarrow 3 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X1 = X0 + Ю - 5 \nabla_{\Delta}$
 ВЫПОЛНИТЬ $\leftarrow 4 \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $\leftarrow E.F \leftarrow 0 \leftarrow ТО \leftarrow 2 \nabla_{\Delta}$
3. НАПЕЧАТАТЬ НА ТЕЛЕТАЙПЕ $\leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow \text{ЗНАКОВ} \leftarrow A, X0 \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\leftarrow 1 \leftarrow A = 0,5 \leftarrow (0,1) \leftarrow (= 2,8 i \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ ∇_{Δ}
4. ПОДПРОГРАММА ∇_{Δ}
 ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow F = 1 - X1' (-A) + (1 - X1)' (-A) \nabla_{\Delta}$
 ВЫХОД ∇_{Δ}
 НАЧАЛО $\leftarrow 1 \nabla_{\Delta}$

52. ∇_{Δ}

1. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X0 = 0 \leftarrow Y0' = 0 \nabla_{\Delta}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow E = \cos(X0 + Y0) + 0,5.(X0 - Y0) \leftarrow Y1 = Y0 + 0,1.E \leftarrow X1 = X0 + 0,1 \nabla_{\Delta}$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow Y2 = Y1 \leftarrow Y1 = Y0 + 0,05.(E + \cos(X1 + Y1) + 0,5.(X1 - Y1)) \nabla_{\Delta}$
 ЕСЛИ $\leftarrow MOD(Y2 - Y1) \leftarrow Ю - 4 \leftarrow ТО \leftarrow 3 \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ $\leftarrow X1, Y1 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X0 = X1 \leftarrow Y0 = Y1 \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\leftarrow 2 \leftarrow 10 \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ ∇_{Δ}
 НАЧАЛО $\leftarrow 1 \nabla_{\Delta}$

53. ∇_{Δ}

- МАССИВ $\leftarrow Z(60 \leftarrow 10.6) \nabla_{\Delta}$
1. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X0 = 0 \leftarrow Y0 = 0 \nabla_{\Delta}$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $\leftarrow X1 = X0 \leftarrow Y1 = Y0 \nabla_{\Delta}$
 ВЫПОЛНИТЬ $\leftarrow 3 \nabla_{\Delta}$

ВЫЧИСЛИТЬ $K1 = 0,1.F \rightarrow X1 = X0 + 0,05 \rightarrow Y1 = Y0 + 0,5.K1$
 ВЫПОЛНИТЬ Δ
 ВЫЧИСЛИТЬ $K2 = 0,1.F \rightarrow X1 = X0 + 0,1 \rightarrow Z / I, 1/ = X1 \rightarrow Y1 = Y0 - K1 + 2.K2$
 ВЫПОЛНИТЬ Δ
 ВЫЧИСЛИТЬ $K3 = 0,1.F \rightarrow Z / I, K/ = Y0 + (1 : 6).(K1 + 4.K2 + K3) \rightarrow X0 = X1 \rightarrow Y0 = Z / I, K/\Delta$
 ПОВТОРИТЬ $2 \rightarrow I = 1 \rightarrow (1) \rightarrow 10$
 ПОВТОРИТЬ $1 \rightarrow K = 2 \rightarrow (1).A = 1,00 \rightarrow (0,25).5$
 НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ $< \equiv$
 $\rightarrow X \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1,00 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1,25 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1,50 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1,75 \rightarrow$
 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow 2,00 < \equiv$
 Δ
 НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ $5 \rightarrow$ ЗНАКОВ $3 \rightarrow Z / 1,1 / (10.1), 10 \rightarrow$
 $Z / 1,2 / (10.1), 10 \rightarrow Z / 1,3 / (10.1), 10 \rightarrow Z / 1,4 / (10.1), 10 \rightarrow Z / 1,5 / (10.1),$
 $10 \rightarrow Z / 1,6 / (10.1) \Delta$
 КОНЕЦ Δ

3. ПОДПРОГРАММА Δ

ВЫЧИСЛИТЬ $F = (3.Y1^2 + A.Y1 + 1) : (10.X1.Y1 + 4)$
 ВЫХОД Δ
 НАЧАЛО 1Δ

54. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТАБЛИЦЫ ИНТЕГРАЛОВ Δ

МАССИВ $S (98 \rightarrow 14.7), D (14 \rightarrow 14.1) \Delta$

1. ИНТЕГРАЛ T (ОТ 0 ДО 1 ШАГ \rightarrow Ю $\rightarrow 1$ ТОЧНОСТЬ \rightarrow Ю $\rightarrow 5$) $F X = SIN (A.X).X'M \Delta$

ВЫЧИСЛИТЬ $S / I, J / = T \Delta$

ПОВТОРИТЬ $1 \rightarrow M = 0,23 \rightarrow (0,1).J = 1 \rightarrow (1) \rightarrow 7 \Delta$

ПОВТОРИТЬ $1 \rightarrow A = 0,4 \rightarrow (0,2).I = 1 \rightarrow (1) \rightarrow 14 \Delta$

2. ВЫЧИСЛИТЬ $D / K, 1/ = C \Delta$

ПОВТОРИТЬ $2 \rightarrow C = 0,4 \rightarrow (0,2).K = 1 \rightarrow (1) \rightarrow 14 \Delta$

НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ $< \equiv$

$\rightarrow A \rightarrow / M \rightarrow 0,23 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0,33 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0,43 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0,53 \rightarrow \rightarrow \rightarrow$
 $0,63 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0,73 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0,83 < \equiv$

Δ
 НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ $4 \rightarrow$ ЗНАКА $3 \rightarrow D / 1,1 / (14.1), 11 \rightarrow$
 $S / 1,1 / (14.1), 8 \rightarrow S / 1,2 / (14.1), 8 \rightarrow S / 1,3 / (14.1), 8 \rightarrow S / 1,4 / (14.1),$
 $8 \rightarrow S / 1,5 / (14.1), 8 \rightarrow S / 1,6 / (14.1), 8 \rightarrow S / 1,7 / (14.1) \Delta$

КОНЕЦ Δ

НАЧАЛО 1Δ

55. ? ЗАМЕНИТЬ 0110Δ

ВЫЧИСЛИТЬ $K3 = F \rightarrow X1 = X0 + 0,05 \rightarrow Y1 = Y0 + K3$
 Δ

ВЫПОЛНИТЬ 4Δ

ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y1 = Y0 + (1:6).(K1 + 2.K2 + 2.K3 + F) \neg Y0 =$
 $Y1 \neg X0 = X1 \nabla$
 ЗАМЕНИТЬ $\neg 0112 \neg 0113 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg 20 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 1 \neg A = 1,0 \neg (0,5) \neg (= 3,1 \nabla$
 УДАЛИТЬ $\neg 0202 \nabla$

56. Индекс не может принимать значение, равное нулю.

? ЗАМЕНИТЬ $\neg 0107 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg 20 \nabla$
 ЗАМЕНИТЬ $\neg 0105 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg K = 1 \neg (1) \neg 20 \nabla$

Здесь допущена ошибка при записи корректировочных операторов. Заме-
няемые строки должны идти в возрастающем порядке.

? ЗАМЕНИТЬ $\neg 0105 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg K = 1 \neg (1) \neg 20 \nabla$
 ЗАМЕНИТЬ $\neg 0107 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg 20 \nabla$

57. ∇

1. ВВОД $\neg A (50), B (50) : N, M \nabla$
 МАССИВ $\neg Y (50), Z (25) \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 0 \neg T = 1 \nabla$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = X + 0,01.T \neg Y / I / = (A / I /. SIN (X)'2 + B / I /. COS (X'2)'2) (1 : 2) : (A / I /'3.B / I /'2.X + A / I /' (1 : 2).B / I /'X) \neg T =$
 $T + 1 \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg НА \neg БПМ \neg X \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Z / L / = A / K /. COS (Y / K /) + B / K - 1 /. SIN (Y / K -$
 $1 /) \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg L = 1 \neg (1).K = 2 \neg (2) \neg N \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg НА \neg БПМ \neg Y (N), Z (M) \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

58. ∇

1. ВВОД $\neg A (100 \neg N.N), B (100 \neg N.N), C (100 \neg N.N) : N \nabla$
 МАССИВ $\neg D (100 \neg 10.10), T (100 \neg 10.10) \nabla$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg T / I, K / = 0 \nabla$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg T / I, K / = T / I, K / + A / I, L /. B / L, K / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg L = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg K = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg J = 1 \neg (1) \neg N \nabla$

4. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg D / I, K / = 0 \nabla$
5. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg D / I, K / = D / I, K / + T / I, L / .C / L, K / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 5 \neg L = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg K = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg НА \neg БПМ \neg D (N.N) \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

59. ∇

1. ВВОД $\neg X (30), A (900 \neg N.N) : N \nabla$
 МАССИВ $\neg M1 (900 \neg N.N), M2 (900 \neg N.N), M3 (180 \neg N.6) \nabla$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M1 / I, J / = A / I, J / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg J = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M2 / I, J / = 0 \nabla$
4. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M2 / I, J / = M2 / I, J / + A / I, K / .M1 / K, J / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg K = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg J = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
5. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M1 / I, J / = M2 / I, J / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 5 \neg J = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 5 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
6. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M3 / I, L / = 0 \nabla$
7. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M3 / I, L / = M3 / I, L / + M1 / I, K / .X / K I \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 7 \neg K = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 6 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 3 \neg L = 1 \neg (1) \neg 6 \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg ТЕКСТ \neg < \equiv$
 $\neg \neg \neg \neg A'2.X \neg \neg \neg \neg A'3.X \neg \neg \neg \neg A'4.X \neg \neg \neg \neg A'5.X \neg \neg \neg$
 $\neg \neg \neg \neg A'6.X \neg \neg \neg \neg A'7.X \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg ТАБЛИЦУ \neg 4 \neg ЗНАКА \neg 11 \neg M3 / 1,1 / (N.1), 10 \neg$
 $M3 / 1,2 / (N.1), 10 \neg M3 / 1,3 / (N.1), 10 \neg M3 / 1,4 / (N.1), 10 \neg M3 / 1,5 / (N.1)$
 $10 \neg M3 / 1,6 / (N.1) \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

60. ∇

1. ВВОД $\neg A (1600 \neg N.N) : N$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y = - Ю5 \nabla$
2. ЕСЛИ $\neg A / I, K / \neg (= Y \neg ТО \neg 3 \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y = A / I, K / \nabla$

3. ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg K = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg \text{НА} \neg \text{БПМ} \neg Y \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg E = 0 \nabla$
4. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg E = E + A / I, K / \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg K = 1 \neg (1) \neg I = 1 \neg (1) \neg N \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ $\neg \text{НА} \neg \text{БПМ} \neg E \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

61. ∇

1. ВВОД $\neg A (1000) : R \nabla$
 МАССИВ $\neg B1 (1000), B2 (1000) \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg : N = 0 \neg R1 = R \nabla$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg : N = N + 1 \neg B1 / I / = N \neg B2 / I / = N \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (1) \neg R \nabla$
3. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg : M = 0 \neg R1 = R1 - 1 \nabla$
4. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y = A / I / \nabla$
 ЕСЛИ $\neg A / I + 1 \neg = Y \neg \text{ТО} \neg 5 \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg A / I / = A / I + 1 \neg A / I + 1 / = Y \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg : Z = B2 / I \neg B2 / I / = B2 / I + 1 \neg B2 / I + 1 / = Z \nabla$
 ПЕРЕЙТИ $\neg 6 \nabla$
5. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg : M = M + 1 \nabla$
 ЕСЛИ $\neg : M \neg = R1 \neg \text{ТО} \neg 7 \nabla$
6. ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg I = 1 \neg (1) \neg R1 \nabla$
 ПЕРЕЙТИ $\neg 3 \nabla$
7. НАПЕЧАТАТЬ $\neg \text{ТАБЛИЦУ} \neg 5 \neg \text{ЗНАКОВ} \neg 4 \neg : B1 (R), 15 \neg A (R),$
 $10 \neg : B2 (R) \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

62. ∇

1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Z1 = - \text{Ю} 10 \neg Z2 = \text{Ю} 10 \nabla$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg T = A1'2 + A2'2 + A3'2 \neg X = (A1'2 + \text{COS} (A2'2))' A3 :$
 $T \neg Y = (A1 \cdot A2'2 + \text{SIN} (A3'2)) : T \neg Z = (\text{COS} (X) + (X'2 + Y'2)' (1 :$
 $2)) : (X'3 + Y'3) \nabla$
 ЕСЛИ $\neg Z \neg (= Z1 \neg \text{ТО} \neg 3 \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Z1 = Z \nabla$
3. ЕСЛИ $\neg Z \neg = Z2 \neg \text{ТО} \neg 4 \nabla$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Z2 = Z \nabla$

4. ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg A3 = 1 \neg (0,05) \neg (= 2,01 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg A2 = 1,1 \neg (0,05) \neg (= 2,01 \nabla$
 ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg A1 = - 2 \neg (0,5) \neg (= 1,01 \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ НА БПМ $\neg Z2, Z1 \nabla$
 КОНЕЦ $\neg \nabla$
 НАЧАЛО $\neg 1 \nabla$

63. ∇

МАССИВ $\neg Y (3), Y1 (3), Y0 (3), F (3), M (90 \neg 15,6) \nabla$
 НАЗВАТЬ $\neg Y00 = 1.1.1 \neg P = 0.0,5.0,5.1 \neg Q = 1.2.2.1 \nabla$

1. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = 0 \nabla$
 2. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg X = X + 0,2 \neg M / I, 1 / = X \neg M / I + 1, 1 / = X \neg M / I + 2, 1 / = X \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 2 \neg I = 1 \neg (3).5 \nabla$
 НАПЕЧАТАТЬ ТЕКСТ $\neg < \equiv$
 $\neg K \neg \neg \neg \neg \neg \neg \neg X / A \neg \neg \neg \neg 1,00 \neg \neg \neg \neg \neg 1,25 \neg \neg \neg \neg \neg$
 $1,50 \neg \neg \neg \neg \neg 1,75 \neg \neg \neg \neg \neg 2,00 \nabla$

4. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y0 / I / = Y00 / I / \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg I = 1 \neg (1) \neg 3 \nabla$

5. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y1 / I / = Y0 / I / \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 5 \neg I = 1 \neg (1) \neg 3 \nabla$

6. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y / I / = Y0 / I / + F / I / . P / J / . 0,1 \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 6 \neg I = 1 \neg (1) \neg 3 \nabla$

ВЫПОЛНИТЬ $\neg 12 \nabla$

8. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y1 / I / = Y1 / I / + 0,1 : 6 . F / I / . Q / J / \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 8 \neg I = 1 \neg (1) \neg 3 \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 6 \neg J = 1 \neg (1) \neg 4 \nabla$

11'. ВЫЧИСЛИТЬ $\neg Y0 / I / = Y1 / I / \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 11 \neg I = 1 \neg (1) \neg 3 \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 6 \neg 2 \nabla$

ВЫЧИСЛИТЬ $\neg M / K, J / = Y1 / 1 \neg M / K + 1, J / = Y1 / 2 \neg M / K + 2 \cdot$
 $J / = Y1 / 3 \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 6 \neg K = 1 \neg (3).5 \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg A = 1 \neg (0,25).J = 2 \neg (1) \neg 6 \nabla$

НАПЕЧАТАТЬ ТАБЛИЦУ $\neg 5 \neg 3$ НАКОН $\neg 4 \neg K1, 10 \neg M / 1,1 / (15.1),$
 $10 \neg M / 1,2 / (15.1), 10 \neg M / 1,3 / (15.1), 10 \neg M / 1,4 / (15.1), 10 \neg M / 1,5 / (15.1),$
 $10 \neg M / 1,6 / (15.1) \nabla$

ПОВТОРИТЬ $\neg 4 \neg K1 = 2 \neg (0,25) \neg (= 3,1 \nabla$

КОНЕЦ $\neg \nabla$

12. ПОДПРОГРАММА $\neg \nabla$

ВЫЧИСЛИТЬ $\neg F / 1 / = (K1 - A).Y / 2 / . Y / 3 / : A \neg F / 2 / = (A + K1).$

$Y / 1 / . Y / 3 / : K \vdash F / 3 / = (A - K1) . Y / 1 / . Y / 2 / : A \nabla_{\Delta}$
 ВЫХОД $\vdash_{\Delta} \nabla$
 НАЧАЛО $\vdash 1_{\Delta} \nabla$

64. ∇

1. ВВОД $\vdash X, X (101), Y (101) : N \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash P = 0 \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash : B = 1 \nabla_{\Delta}$
2. ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash A = Y / I / \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash : C = 1 \nabla_{\Delta}$
3. ЕСЛИ $\vdash : C \vdash = B \vdash \text{ТО} \vdash A \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash A = A . (X - X / K /) : (X / I / - X / K /) \nabla_{\Delta}$
4. ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash : C = C + 1 \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\vdash 3 \vdash K = 1 \vdash (1) \vdash N \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash P = P + A \nabla_{\Delta}$
 ВЫЧИСЛИТЬ $\vdash : B = B + 1 \nabla_{\Delta}$
 ПОВТОРИТЬ $\vdash 2 \vdash I = 1 \vdash (1) \vdash N \nabla_{\Delta}$
 НАПЕЧАТАТЬ $\vdash \text{НА} \vdash \text{БПМ} \vdash P \nabla_{\Delta}$
 КОНЕЦ $\vdash_{\Delta} \nabla$
 НАЧАЛО $\vdash 1_{\Delta} \nabla$

О г л а в л е н и е

	<i>Стр.</i>
От автора	3
<u>ГЛАВА I.</u> Приближенное решение нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений	5
<u>ГЛАВА II.</u> Численное решение некоторых задач линейной алгебры	20
<u>ГЛАВА III.</u> Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	67
<u>ГЛАВА IV.</u> Применение автокода «Инженер» для решения задач на ЭВМ «Минск-2»	87
О т в е т ы	136

Черкасова Мария Павловна

Сборник задач по численным методам.

Под ред. И. К. Даугавета. Минск, «Вышэйшая школа», 1967.
296 стр. с илл. 518.

Редактор Т. К. Майборода, Обложка художника Э. В. Кунеш. Худож. редактор В. Н. Валентович. Техн. редактор Г. М. Романчук. Корректоры Ж. И. Васюк, Е. Н. Польская.

АТ 00262. Сдано в набор 6/III 1967 г. Подписано к печати 11/VIII 1967 г. Бумага $60 \times 90^{1/16}$ типогр. № 2. Печ. л. 18,5. Уч.-изд. л. 15,78. Изд. № 66—109. Тип. зак. 166. Тираж 10000 экз. Цена 70 коп.

Издательство «Вышэйшая школа» Государственного комитета Совета Министров БССР по печати. Редакция физико-математической литературы. Тем. план 1967 г., №27. Минск, ул. Кирова, 24.

Типография издательства «Звязда», Минск, Ленинский пр., 79.

